VITTORIO EM III

Digitized by Google

BIBL. NAZ.
Vitt. Emanuele III
Race.
Palatino
B
53
NAPOLI

A 50

DIE

MEDICINISCHE PHYSIK.

VON

ADOLF FICK,
Professor der Physiologie in Zürich.

ZUGLEICH ALS SUPPLEMENTBAND FÜR MEDICINER

ZU

SÄMMTLICHEN AUFLAGEN

VON

MÜLLER-POUILLET'S LEHRBUCH DER PHYSIK.

MIT 153 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.

ZWEITE

GÄNZLICH UMGEARBEITETE AUFLAGE.

BRAUNSCHWEIG.
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1866.

R. BIBL. NAZ.
Vitt. Emanuele III
Rac.
Palerino
B
53
NAPOLI

ANKÜNDIGUNG.

Das Hauptbestreben des Verfassers der „medicinischen Physik“ bei Bearbeitung der hiermit vorliegenden zweiten verminderten Auflage war dahin gerichtet, die Leichtfasslichkeit der Darstellung zu erhöhen, und wurde dieselbe in diesem Sinne fast durchgängig verändert. So wurde namentlich aller mathematische Apparat gänzlich vermieden; ist ja doch gerade der Zweck dieses Werkes, solchen als Nothbehelf zu dienen, welche ohne mathematische Vorbildung sind. Ferner hat der Verfasser noch sorgfältiger als in der ersten Auflage allen Stoff ausgeschieden, der in physiologischen und physikalischen Elementarlehrbüchern, welche sich in Jedermanns Händen finden, anzutreffen ist, damit sich kein Käufer beklagen könne, er sei gezwungen vieles noch einmal zu bezahlen was er schon in anderen Büchern habe.

Braunschweig, im November 1865.

Friedrich Vieweg und Sohn.

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

SUPPLEMENTBAND

ZU

MÜLLER-POUILLET'S

LEHRBUCH DER PHYSIK.

FÜR MEDICINER.

MEDICINISCHE PHYSIK

VON

ADOLF FICK,
Professor der Physiologie in Zürich.

MIT 153 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.

ZWEITE

GÄNZLICH UMGEARBEITETE AUFLAGE.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1866.

Digitized by Google

Rec. Palatino B.53

DIE

MEDICINISCHE PHYSIK.

VON

ADOLF FICK,
Professor der Physiologie in Zürich.

MIT 153 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.

ZWEITE

GÄNZLICH UMGEARBEITETE AUFLAGE.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1866.

Die Herausgabe einer Uebersetzung in englischer und französischer Sprache,
sowie in anderen modernen Sprachen wird vorbehalten.

VORREDE.

Durch eigenthümliche Verkettung zufälliger Ereignisse hat sich ein culturhistorisches Curiosum herausgestellt, dessen zähe Dauerhaftigkeit künftigen Generationen ein Räthsel sein wird. Ich meine die so ziemlich in der ganzen civilisirten Welt bestehende Einrichtung, welche von denen, die sich der Medicin widmen wollen, wohl genaue Kenntniss der griechischen und lateinischen Sprache, aber nicht eine gediegene mathematische Vorbildung verlangt, und doch ist diese der Natur der Sache nach die einzig mögliche sichere Grundlage der medicinischen Bildung. In der That, Gegenstand der medicinischen Wissenschaft sind Bewegungsvorgänge materieller Massen in Raum und Zeit, erhalten und verändert durch die gegenseitige Wirkung dieser Massen aufeinander. Die einzige wissenschaftliche Form, solche Vorgänge zu erforschen und darzustellen, ist aber bekanntlich die mathematische. So sagt*) schon der grosse Königsberger Denker: „Ich behaupte, dass in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist.“ Philosophisch principiell wird nicht leicht jemand etwas gegen unsere Behauptung einwenden, aber viele werden sich gegen die streng logische Folgerung daraus sträuben, dass jeder, der sich mit Medicin wissenschaftlich beschäftigen will, nothwendig eine mathematische Vorbildung erwerben muss. Solchem Sträuben wird wohl immer mehr oder weniger bewusst die Betrachtung zum Vorwande dienen: Die organischen Vorgänge sind so überaus verwickelt, dass die gegenwärtigen Mittel der Mathematik bei

*) Metaph. Anfangsgr. d. Naturwiss. Vorrede. Hartenstein'sche Ausgabe von Kant's Werken, Bd. VIII, S. 444.

weitem nicht genügen, sie in Formeln zu hannen. Das ist freilich leider vollkommen richtig, allein die Logik, welche daraus folgert, man solle zur Erforschnng der organischen Vorgänge auch nicht einmal die Mittel anwenden, welche die Mathematik jetzt schon hietet, weil sie doch nicht znm letzten Ziele führen, gleicht der Logik mancher Schuldner, die, weil sie nicht alle ihre Schulden tilgen können, lieber gar nichts hezahlen, als dass sie die Mittel, welche sie hesitzen, wenigstens zur Abtragung einiger Schulden verwenden.

Wenn man die Sache genauer ins Auge fasst, so findet sich in den organischen Vorgängen auch hente schon Anhaltspunkte genug für die mathematische Behandlung. Man muss nur diesen Ausdruck richtig verstehen. Es ist keineswegs ein nnerlässliches Erforderniss derselhen, dass Alles in geschlossenen Formeln dargestellt wäre, nach denen man den Werth jeder Grösse sogleich bestimmt herechnen könnte. Unter mathematischer Behandlung eines Gegenstandes verstehen wir eine Behandlung desselhen in mathematischem Geiste, d. h. eine Behandlung, die stets den letzten Zweck der Natnrforschnng vor Augen hat, die Gesetze zu ermitteln, nach welchen eine veränderliche Grösse von verschiedenen andercn Grössen abhängt. In diesem Sinne können wir es heispielsweise eine mathematische Betrachtnng nennen, wenn wir darüher reflectiren, in welcher Weise die Temperatur eines menschlichen Körpers ahhängt von der während der Zeiteinheit gebildeten Wärmemenge und von den Wärmeahleitnngshedingungen, und wie ferner eine Veränderung der einen oder andern dieser Grössen eine Veränderung der durchschnittlichen Körpertemperatur (z. B. im Fieber) zur Folge hahen kann, und dergleichen. Ueherhanpt sind alle physikalischen Betrachtungen auf medicinischem Gehiete Beispiele mathematischer Behaudlungsweise. In der That ist ja die ganze Physik, sofern sie überall Wissenschaft ist, nichts anderes als angewandte Mathematik, auch wenn sie sich keiner einzigen Formel hedient. Die Fähigkeit, sich in den Grundhegriffen der Physik und der Naturwisscnschaft überhanpt (denn sie sind überall dieselben) frei zu bewegen, kann daher nur durch gründliche mathematische Bildnng erworhen werden. Sie ist nicht etwa hloss für den nothwendig, der in den Fall kommt, wirklich rechnen zu müssen, sondern für jeden, der die Grundhegriffe der Naturwissenschaft klar zn seiner Verfügung hahen will.

Die gründliche mathematisch-physikalische Vorhildnng ist aher nicht nur von dem hisher eingehaltenen principiellen Gesichtspunkte aus für den Mediciner nothwendig, wenn er den Gegenstand seiner Beschäftigung, soweit es jetzt schon möglich ist, wissenschaft-

lich erfassen will, sie ist ihm gegenwärtig auch schon vom rein praktischen Gesichtspunkte aus nöthig, wenn er als handelnder Arzt alle Mittel in Bewegung setzen will, welche die Wissenschaft gegenwärtig darbieten kann. In der That bedient sich Therapie und Diagnostik schon so vieler und so verwickelter physikalischer Hülfsmittel, dass eine recht tüchtige Kenntniss der Physik dazu gehört, um zünftig damit zu handthieren. Wer z. B. nicht ganz genau mit den Gesetzen der Elektricitätsbewegung vertraut ist, wird selbst bei grosser Uebung immer nur höchst unbeholfen mit den verwickelten Apparaten der Elektrotherapie umgehen. Versagen dieselben durch irgend eine Zufälligkeit ihren Dienst, so sieht er sich auf die Hülfe des Mechanikers angewiesen, während der mit der Theorie Vertraute vielleicht durch einen Handgriff Alles in Gang setzen könnte. Ebenso klar liegt unsere Behauptung zu Tage in Bezug auf die Hülfsmittel der neueren ophthalmiatrischen Technik. Wer nicht eine deutliche Vorstellung vom Gange der Lichtstrahlen durch brechende Systeme hat — und diese ist eben Sache eines mathematisch geschulten Kopfes — der wird es durch jahrelange Uebung in der Handhabung des Augenspiegels, in der Diagnose und Correction der Refractionsanomalien im günstigsten Falle zur empirischen Routine bringen, die bekanntlich doch gerade in den kritischsten Fällen im Stiche lässt. Dahingegen wird sich ein mit mathematisch physikalischer Bildung Ausgerüsteter in allen diesen Dingen ohne Uebung sofort zurechtfinden und frei und sicher bewegen. Aber selbst auf dem Gebiete der inneren Medicin im engsten Sinne des Wortes kann heutzutage die mathematische Bildung eigentlich nicht mehr entbehrt werden. Wie oft ist zur feineren Diagnose einer Lähmung, Contractur etc. die genaueste Kenntniss vom Mechanismus der Gelenke und der darauf wirkenden Muskeln nöthig. Eine rationelle Orthopädie kann natürlich überall nur auf diese Kenntniss gegründet werden. Leider muss zugestanden werden, dass in dieser Richtung die Physiologie dem Arzte, selbst wenn er sich die Mühe nehmen wollte, sich Alles Vorhandene anzueignen, noch lange nicht das bietet, was er eigentlich brauchte. Dies sollte aber gerade eine Aufforderung für den Arzt sein, nicht auch das wenige Dargebotene zu verschmähen, sondern vielmehr selbst Hand anzulegen an die Lösung jener schwierigen mathematisch-mechanischen Probleme, wenn er sieht, dass ihnen nun einmal die Physiologen von Fach meist weniger Aufmerksamkeit schenken. Es kann eben doch keinem Forscher zur Pflicht gemacht werden, gerade Probleme in Angriff zu nehmen, die für diesen oder jenen Andern

ein besonderes Interesse haben. Jeder wird mit Recht an dem Punkte seines weiten Gebietes forschen, wo er seine Wissenschaft und damit die Heilkunst am wirksamsten fördern zu können glaubt. Die Aerzte sollten dem Beispiele der Techniker und Ingenieure folgen, die sich zunächst Alles, was ihnen der Mathematiker und Physiker fertig bieten kann, aneignen, dann aber selbst die mathematischen und physikalischen Probleme in Angriff nehmen, wenn ihre Lösung zu ihren praktischen Zwecken nöthig und von Anderen noch nicht gegeben ist. Durch solches Zusammenwirken fördern sich Praxis und Theorie wechselseitig.

Diese kurzen Erörterungen sollten, däucht mich, hinreichen, die Unentbehrlichkeit mathematischer Vorbildung für den Mediciner über jeden Zweifel zu erheben. Mit dieser Einsicht — selbst wenn sie allgemein wäre — ist aber der gegenwärtigen Generation von Aerzten und Medicin Studirenden wenig gedient, denn die in früherer Jugend versäumte mathematische Schulung des Kopfes lässt sich in späteren Jahren nur durch einen Aufwand an Zeit und Anstrengung nachholen, der nicht jedem zugemuthet werden kann. Gleichwohl hat, wie gezeigt wurde, der Arzt selbst für seine rein praktische Thätigkeit das unabweisliche Bedürfniss einer Menge von physikalischen Kenntnissen, die über den Bereich des gewöhnlichen Unterrichtes hinausgehen und die eben nur von einem mathematisch geschulten Verstande leicht und sicher erworben werden können.

Radikale Abhülfe ist da natürlich unmöglich. Solche kann eben nur eine radikale Umgestaltung des ganzen Bildungsganges derer, die sich der Medicin widmen, in Zukunft bringen. Aber für den Augenblick muss man streben, das dringendste Bedürfniss durch Flickwerk wenigstens in gewissem Maasse zu befriedigen. Ein solcher Versuch ist das vorliegende Werk. Ich habe darin versucht, diejenigen Lehren der Physik, welche ausser dem Kreise des gewöhnlichen Elementarunterrichtes liegen und die dennoch dem Mediciner unentbehrlich sind, in einer Form darzustellen, dass sie auch dem nicht mathematisch geschulten Verstande fasslich sind. Der Leser darf es daher dem Buche nicht zum Vorwurfe machen, wenn er darin systematischen Zusammenhang vermisst, denn der Verfasser hat es ja ausdrücklich als „Flickwerk“ angekündigt, das Lücken in der gegenwärtigen Bildung der Mediciner nothdürftig zustopfen soll. Immerhin wird der Sachkundige, wenn er dem Buche einige geneigte Aufmerksamkeit schenken will, zugeben müssen, dass dieses Flickwerk nicht ohne Mühe zu Stande gebracht ist, denn es ist,

keine kleine Aufgabe, schwierige physikalische Lehren ohne Hülfe der mathematischen Symbolik fasslich darzustellen. Auch den Vorwurf des Mangels an wissenschaftlicher Strenge glaubt der Verfasser von vorn herein abweisen zu dürfen, da es eben unmöglich ist, die physikalischen Lehren, um die es sich hier handelt, ohne Anwendung der Mathematik in aller Strenge zu entwickeln.

Was das Verhältniss dieser zweiten Auflage zur ersten betrifft, so wird man zunächst schon, ohne das Buch aufzuschlagen, bemerken, dass es das seltene Phänomen einer *verminderten* Auflage bietet, ob sie auch eine *verbesserte* sei, wird die Kritik entscheiden. Dass die neue Auflage wenigstens eine bedeutend *veränderte* ist, kann dem oberflächlichsten Blicke nicht entgehen. Es ist kaum der zehnte Theil der ersten Auflage unverändert in diese zweite übergegangen. Einerseits ist die Darstellung vieler Materien gänzlich umgearbeitet, und zwar in dem Sinne, dass ich nach möglichster Leichtfasslichkeit und Anschaulichkeit gestrebt habe. So wird namentlich schon beim Durchblättern des Buches auffallen, dass mathematische Formeln verbannt sind, die in der ersten Auflage noch zahlreich vorkommen. Nur an den Stellen musste ich Formeln beibehalten, wo solche dem Arzte bei der Praxis selbst unentbehrlich sind. So z. B. wird ein gewissenhafter Augenarzt die Diagnose einer Refractionsanomalie sich stets in Zahlen darstellen, und deshalb habe ich auch die einschlägigen physikalischen Lehren in mathematische Zeichensprache eingekleidet gelassen. Ausserdem ist aber auch die Auswahl des Stoffes selbst in vieler Beziehung bedeutend verändert worden, und entspricht, glaube ich, jetzt dem praktischen Bedürfniss besser. Ich habe nämlich Alles weggelassen, was in das Gebiet der Physiologie gehört und in den Lehrbüchern dieser Wissenschaft wirklich zu finden ist. In der That kann ja die medicinische Physik das Studium der Physiologie nicht ersetzen, sondern sie soll es erleichtern. So sind die ganzen Kapitel der ersten Auflage, welche vom Auge handelten, ferner die Angaben über Temperatur des Körpers im gesunden und kranken Zustande einfach gestrichen. Dadurch wurde Raum gewonnen, die physikalischen Principien, auf denen die Beurtheilung dieser Dinge beruht, ausführlicher und somit leichter fasslich darzustellen. Dies muss aber gerade, meine ich, die praktische Brauchbarkeit des Buches erhöhen. Ich denke mir nämlich als Leser desselben einen Mediciner, der beim Studium physiologischer, pathologischer und therapeutischer Schriften häufig Anstoss findet, indem darin auf physikalische Lehren Bezug genommen wird, die über den Bereich

dessen hinausliegen, was er in der Vorlesung über Physik gehört hat und was in seinem Elementarlehrbuch der Physik enthalten ist. Aus dieser Verlegenheit kann er sich durch Studium der physikalischen Quellen nicht ziehen, da er in mathematischen oder, was dasselbe sagt, streng physikalischen Betrachtungen zu wenig geschult ist. Da soll nun die medicinische Physik zu Hülfe kommen — freilich nur ein Nothbehelf — indem sie, soweit dies überall ohne strenge mathematische Behandlung möglich ist, in anschaulicher Form an der Hand erläuternder Beispiele dem Mediciner wenigstens eine ungefähre Idee von den betreffenden physikalischen Lehren giebt.

Diesem Gedanken gemäss ist natürlich auch Alles ausgeschlossen — und auch hierin bin ich weiter gegangen als in der ersten Auflage — was sich in den gangbaren Elementarlehrbüchern der Physik findet, denn ein solches darf wohl heutzutage in der Hand jedes Mediciners vorausgesetzt werden. Diese zweite Auflage kündigt sich in diesem Sinne wiederum an als Supplement zu Müller's Lehrbuch der Physik, das unter allen ähnlichen die grösste Verbreitung hat. Indessen ist doch der Anschluss an dies besondere Lehrbuch nicht gerade so eng, dass ohne dasselbe die vorliegende medicinische Physik unbrauchbar wäre.

Das im letzten Abschnitte der ersten Auflage Enthaltene über einzelne instrumentale Hülfsmittel und Methoden habe ich jetzt in die übrigen Abschnitte vertheilt, was bei der knappen Behandlung, die diesen Gegenständen hier nur zu Theil werden konnte, zweckmässiger sein dürfte. Eine breitere Behandlung derselben wäre die Sache einer besondern „physikalisch-medicinischen Technik".

Dagegen habe ich dieser zweiten Auflage einen Anhangsabschnitt hinzugefügt über die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf medicinische Statistik. Obwohl dies eigentlich kein physikalischer Gegenstand ist, wird man doch, denke ich, denselben in diesem Buche am Platze finden, pflegt man doch auch in Werken über Physik im Allgemeinen nicht selten die Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung, sofern sie Anwendung auf physikalische Probleme finden, abzuhandeln. Es wäre ohne Zweifel in diesem Abschnitte auch das Wichtigste über Ausgleichung der Beobachtungsfehler an seinem Platze gewesen, um so mehr als die hier gültigen Principien auch ganz unverändert Anwendung finden können auf die Beurtheilung der aus längeren Beobachtungsreihen gefolgerten Mittelwerthen von Grössen, auf welche verschiedene Umstände Einfluss haben. Diese Principien sind aber in so vielen, jedermann

zugänglichen Elementarlehrbüchern dargestellt, dass ich sie ohne Schaden weglassen zu dürfen glaubte. Die Lehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung aber, auf welchen die Beurtheilung der medicinischen Statistik beruht, sind meines Wissens nur in einem populären Werke von Gavarret dargestellt, das leider ziemlich in Vergessenheit gekommen zu sein scheint. Die wiederholte populäre Darstellung dieser Lehren schien mir daher um so mehr Pflicht, als die Darstellung Gavarret's zwar durchaus richtig*), aber meines Erachtens doch zu breit und schleppend ist, als dass sie sich viel Beifall hätte erwerben können. Möchte es mir gelungen sein, diesen Ideen durch meine Darstellung mehr Eingang bei den Aerzten zu verschaffen. Ich dürfte mich in diesem Falle rühmen, der Heilkunst und damit der leidenden Menschheit einen grossen Dienst geleistet zu haben, denn die statistische Methode ist der einzige Weg, auf welchem die Heilkunst vorläufig grosse und sichere Fortschritte machen kann, und die Vernachlässigung oder mangelhafte Anwendung dieser Methode selbst von Seiten bedeutender Männer hat einzig darin ihren Grund, dass ihnen die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht klar und geläufig sind.

*) In einer deutschen Uebersetzung sind freilich die Anmerkungen — der weitaus wichtigste Theil des Werkchens — offenbar in Folge davon, dass der Uebersetzer die Formeln selbst nicht verstanden hat, so verstümmelt, dass es nur dem, der die Sache sonst schon kennt, möglich ist sie zu verstehen.

INHALTSVERZEICHNISS.

Seite

Einleitung 1

Erster Abschnitt.
Molekularphysik.

Erstes Kapitel. Gasdiffusion 15
Zweites Kapitel. Absorption der Gase 17
Drittes Kapitel. Hydrodiffusion 24
Viertes Kapitel. Imbibition 30
Fünftes Kapitel. Filtration 33
Sechstes Kapitel. Endosmose 34

Zweiter Abschnitt.
Mechanik fester Körper.

Erstes Kapitel. Geometrie der Gelenkbewegungen 42
Zweites Kapitel. Muskelstatik 56
Drittes Kapitel. Elasticität fester Körper 73
Viertes Kapitel. Das Myographion 81

Dritter Abschnitt.
Hydrodynamik.

Erstes Kapitel. Stromlauf in starren Röhren 89
Zweites Kapitel. Wellenbewegung in elastischen Röhren 101
Drittes Kapitel. Wellenzeichner 127

Vierter Abschnitt.
Vom Schalle.

Erstes Kapitel. Zerlegung der Schwingungen 151
Zweites Kapitel. Vom Mittönen 157
Drittes Kapitel. Von den Geräuschen in den Respirationswegen und Bluthahnen 170

Fünfter Abschnitt.
Wärmelehre.

Erstes Kapitel. Verbrennungswärme 174
Zweites Kapitel. Vom mechanischen Aequivalent der Wärme 182

Seite

Drittes Kapitel. Physikalische Principien der thierischen Wärmeökonomie 197
Viertes Kapitel. Von den Temperaturen im thierischen Körper 210

Sechster Abschnitt.

Optik.

Erstes Kapitel. Von der Brechung homocentrischer Strahlenbundel . . 229
Zweites Kapitel. Das Mikroskop 244
Drittes Kapitel. Der Augenspiegel 273
Viertes Kapitel. Das Ophthalmometer 286
Fünftes Kapitel. Strahlenbrechung an nicht kugelförmigen Flächen . . 289
Sechstes Kapitel. Vom Maasse der Stärke dioptrischer Vorrichtungen . 294
Siebentes Kapitel. Physikalische Hülfsmittel, gemischtes Licht zu erhalten 300
Achtes Kapitel. Untersuchung thierischer Gewebe im polarisirten Lichte 308
Neuntes Kapitel. Geometrische Principien der Horopterlehre 315

Siebenter Abschnitt.

Elektricitätslehre.

Erstes Kapitel. Allgemeinste Grundsätze über Elektricitätsbewegung . . 332
Zweites Kapitel. Anwendung der allgemeinen Grundsätze auf Elektrotherapie 369
Drittes Kapitel. Elektrische Ströme in verzweigten linearen Leitern . 380
Viertes Kapitel. Anwendung der Stromverzweigung 384
1. Abstufung der Stromstärke durch Nebenschliessung 384
2. Die Wheatstone'sche Brücke 391
3. Du Bois-Reymond's Compensator 393
Fünftes Kapitel. Stromprüfende Vorrichtungen 398
1. Der Multiplicator 398
2. Die Spiegelboussole 405
Sechstes Kapitel. Elektrisches Chronometer 408
Siebentes Kapitel. Unpolarisirbare Elektroden 411
Achtes Kapitel. Polarisation feuchter Leiter 419
Neuntes Kapitel. Von einigen Hülfsvorrichtungen zum Schliessen und Oeffnen elektrischer Stromkreise 423
Anhang. Ueber Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf medicinische Statistik 430

EINLEITUNG.

Will man sich eine anschauliche Vorstellung von den verschiedenen 1
physikalischen Vorgängen machen, so muss man eine bestimmte Annahme über die innere Constitution der Materie zu Grunde legen. Dies ist um so nothwendiger da, wo die Physik als Hülfswissenschaft der organischen Naturlehre behandelt wird, weil man bei der Erklärung organischer Erscheinungen fortwährend den Zusammenhang der verschiedenartigsten physikalischen Vorgänge, die dabei mitwirken, im Auge behalten muss, und dieser Zusammenhang nur an Hand einer anschaulichen Vorstellung vom inneren Wesen der Materie deutlich aufgefasst werden kann. Wir wollen daher hier eine solche Vorstellung in ihren allgemeinsten Umrissen entwickeln. Sie kann selbstverständlich nur hypothetisch sein, da sich uns das innere Wesen der Materie nie unmittelbar zeigt. Unter den verschiedenen zu dem vorgesetzten Zwecke ersonnenen Hypothesen ist aber eine — die atomistische —, welcher unzweifelhaft der Vorzug gebührt, und welcher auch in der That die überwiegende Mehrzahl der Physiker unbedingt den Vorzug giebt.

Die atomistische Hypothese sieht den von einem Körper eingenom- 2
menen Raum nicht als stetig erfüllt an. Vielmehr hat man sich den grössten Theil dieses Raumes leer zu denken. Die wirklichen materiellen Theilchen, in denen die Kräfte ihren Sitz haben, befinden sich bloss an einzelnen Stellen jenes Raumes, welche ringsum von leerem Raume umgeben sind. Es scheint mir eine logische Consequenz aus den ersten Grundsätzen der Mechanik zu sein, dass zwei überhaupt durch endliche Kräfte trennbare Theilchen der Materie niemals so liegen können, dass man aus dem Inneren des einen in das Innere des anderen eine Linie ziehen kann, die nicht irgendwo leeren Raum durchsetzt. Ein solches für

sich zusammenhängendes aber von jedem anderen durch leeren Raum vollständig getrenntes Theilchen Materie nennt man ein Atom, es kann nämlich niemals wirklich in fernere Theile zerlegt werden. Damit ist aber weder im positiven noch im negativen Sinne darüber entschieden, ob es nicht noch einen endlichen, wenn auch sehr kleinen Raum stetig erfülle und folglich aus logisch unterscheidbaren Theilen zusammengesetzt sei. Wir verzichten damit ausdrücklich auf die Entscheidung der philosophischen Frage nach der Denkbarkeit einer stetigen Raumerfüllung. Wir haben durch unsere Definition des Atomes bloss die mechanisch untheilbare Einheit gewonnen. Es muss ferner hervorgehoben werden, dass unsere Definition des Atoms keineswegs zusammenfällt mit der, welche der Chemiker auf dem gegenwärtigen Standpunkte seiner Wissenschaft zu geben hätte. Ein Sauerstoffatom z. B. im Sinne der Chemie ist höchst wahrscheinlich eine ziemlich complicirte aber durch innere Kräfte sehr fest zusammengehaltene Gruppe von Atomen im Sinne der Physik, die sich nicht untereinander berühren.

3 Das Wesen eines Atomes kann nicht verändert werden, sondern nur sein Ort im Raume. Das Wesen des Atomes, soweit dasselbe überall Gegenstand der Erfahrung sein soll, kann nur in Kräften bestehen, durch die es auf andere Atome wirkt, denn nur durch diese Kräfte wirkt das Atom in letzter Linie auf die Atome unseres eigenen Körpers und wird Gegenstand der Erfahrung. Mit den Kräften zugleich gegeben ist die Trägheit des Atomes, d. h. die selbstverständliche Eigenschaft, dass die Wirkung einer Kraft unverändert fortdauert, bis sie durch eine andere Kraft geändert wird. Jedes Atom behält seinen Bewegungszustand (Richtung und Geschwindigkeit, die auch Null sein kann) unverändert bei, wenn nicht eine fremde Kraft darauf einwirkt.

4 Die Kräfte der Atome sind durchaus nur Centralkräfte; d. h. wenn wir die Wechselwirkung zweier Atome betrachten, so fällt die Richtung dieser Wirkung stets mit ihrer Verbindungslinie zusammen, und ihre Intensität hängt lediglich von der Entfernung ab, in welcher sich die beiden aufeinanderwirkenden Atome befinden. Diese Kräfte können also nur entweder Anziehung oder Abstossung bewirken; d. h. entweder strebt die zwei Atome in Wechselbeziehung setzende Kraft ihren Abstand zu verkleinern oder zu vergrössern. Beide Möglichkeiten sind nun verwirklicht zu denken, und hiernach zerfallen die gesammten Atome des Universums in zwei Gattungen. Die Atome der einen Gattung ziehen sich gegenseitig an, und zwar mit einer Intensität, welche dem Quadrate des Abstandes umgekehrt proportional ist, sobald wenigstens die in Betracht kommenden Abstände einigermaassen erhebliche Werthe haben. Für sehr kleine Werthe des Abstandes folgt vielleicht die Kraftintensität einem anderen Gesetze. Diese einander gegenseitig anziehenden Atome nennt man ponderabele. Es muss unentschieden bleiben, ob alle ponderabelen Atome untereinander gleichartig sind, oder ob es solche von verschiedener Masse

giebt. Andere Verschiedenheiten könnten überhaupt nie Gegenstand der Erfahrung sein.

Eine zweite Gattung von Atomen stossen sich gegenseitig ab, wir wollen sie Aetheratome nennen. Die abstossende Kraft zwischen zweien nimmt ebenfalls mit wachsendem Abstande ab und zwar wahrscheinlich rascher als das Quadrat des Abstandes. Die Masse eines Aetheratomes hat man sich ausserordentlich viel kleiner vorzustellen, als die Masse eines ponderabelen Atomes.

Zwischen den ponderabelen Atomen und den Aetheratomen hat man sich Anziehung zu denken, deren Intensität wahrscheinlich mit wachsendem Abstande noch rascher abnimmt, als die Abstossung zwischen je zwei Aetheratomen. Durch diese Annahme, in Verbindung mit der, dass die Aetheratome wenig massenhaft sind, wird es begreiflich, dass eine noch so grosse Anzahl von Aetheratomen trotz der Anziehung Seitens der ponderabelen Atome doch nicht merklich gegen den Erdmittelpunkt gravitirt (nicht auf die Wage drückt). Man hat daher Recht, den Aether unwäghar zu nennen.

Es ist sofort klar, dass, wenn unsere Annahmen richtig sind, die 4
Aetheratome sich im ganzen Weltraume zerstreuen müssen, so dass der Aether ein überall ziemlich gleichmässig dichtes Medium darstellt. Die ponderabelen Atome müssen sich (selbst wenn sie zu irgend einer Zeit ebenfalls mehr oder weniger gleichmässig zerstreut gewesen wären) vermöge ihrer gegenseitigen Anziehung an einzelnen Stellen des Weltraumes zusammenhäufen — die Gestirne. Jedes ponderabele Atom wird überdies vermöge seiner in nächster Nähe sehr starken Anziehung gegen die Aetheratome eine Hülle von solchen um sich herum zusammenziehen, die mit dem ponderabelen Kerne zusammen ein für gewöhnlich nicht zu trennendes System bildet, wir wollen ein solches als einfaches Molekül bezeichnen. Diese Aetherhüllen hindern nun die ponderabelen Atome, ganz zusammenzufallen, denn sobald sich zwei solche ihrer in der Ferne überwiegenden Anziehung folgend bis auf einen gewissen Abstand genähert haben, so hält die bei Annäherung eben rascher wachsende Abstossung der beiden Aethersphären der langsamer wachsenden Anziehung der Kerne Gleichgewicht, und es findet keine Annäherung mehr statt. Auf diese Weise wird die Bildung von Systemen vieler Molekülen ersichtlich, die sich in unverändertem Bestande erhalten, wenn keine fremden Kräfte darauf wirken. Die einzelnen Moleküle des Systemes erhalten sich nämlich in festen Gleichgewichtslagen, weil bei jeder kleinen Entfernung derselben von einander die Anziehung der ponderabelen Kerne bei jeder Annäherung die Abstossung der Aethersphären ins Uebergewicht kommt. Jedes Molekularaggregat, mögen sich nun seine Moleküle, wie eben als möglich nachgewiesen wurde, in festen Gleichgewichtslagen befinden oder nicht, bildet das, was man einen Körper nennt.

Die verschiedenen Bewegungserscheinungen der ponderabelen und 5
der Aetheratome bilden nun den Gegenstand der allgemeinen Natur-

wissenschaften, und aus dem gewonnenen Gesichtspunkte können wir mit Leichtigkeit und Schärfe die einzelnen Disciplinen abgrenzen. Bemerken wir vor Allem, dass man sich unter unseren Voraussetzungen auch wohl Moleküle vorstellen kann, welche zwei oder mehrere ponderabele Kerne haben, die von einer gemeinsamen Aethersphäre umhüllt sind. Ein solches Molekül würden wir ein zusammengesetztes zu nennen haben. Es wird im Allgemeinen nicht mehr kugelförmig wie ein einfaches gestaltet sein, und es werden darin auch in Beziehung auf die Kräfte bestimmte Richtungen ausgezeichnet sein. Daher wird sich ein stabiles Aggregat (Krystall) vorzugsweise leicht aus lauter gleichartigen zusammengesetzten Molekülen bilden können. Unter besonderen Umständen werden sich auch neue zusammengesetzte Moleküle aus einfachen oder anders zusammengesetzten bilden können, und zwar ist leicht ersichtlich, dass sich in der Regel zahllose gleichartige Moleküle bilden werden, da im Allgemeinen die Bedingungen für eine grössere Masse, in der die Bildung geschieht, gleichartig sind. Ein Aggregat von lauter gleichartigen zusammengesetzten (oder auch einfachen) Molekülen nennen wir einen reinen Stoff. Beiläufig möchte die Vermuthung erlaubt sein, dass unter den wirklich existirenden Stoffen wahrscheinlich keiner aus einfachen Molekülen im strengsten Sinne des Wortes besteht. Die Vorgänge, bei welchen neue zusammengesetzte oder einfache Moleküle aus anderen einfachen oder zusammengesetzten Molekülen entstehen, nebst den Eigenschaften der Moleküle, welche für diese Vorgänge unmittelbar von Bedeutung sind, bilden den Gegenstand der Chemie.

6 Alle übrigen Bewegungserscheinungen der Atome bilden den Gegenstand der Physik im weiteren Sinne des Wortes. Unter diesen Erscheinungen zeichnet sich sofort eine Gruppe aus, die gleichsam den Uebergang zu den chemischen Erscheinungen bildet. Es handelt sich dabei zwar nicht um Bildung neuer Moleküle, aber doch wenigstens neuer Molekularaggregate. Wenn wir z. B. über eine gesättigte Salzlösung reines Wasser sorgfältig ausgiessen, so haben wir anfangs unten ein Aggregat von Salzmolekülen und Wassermolekülen dergestalt, dass in jedem kleinen Raumtheilchen die Zahl der einen zu der Zahl der anderen ein bestimmtes Verhältniss hat. Oben haben wir ein Aggregat von lauter Wassermolekülen. Sofort entsteht bekanntlich an der Grenze eine Bewegung der Moleküle, vermöge deren Wassermoleküle in den unteren, und Salzmoleküle in den oberen Raum eintreten, und allmälig bildet sich ein neues Molekularaggregat, welches in jedem kleinsten Raumtheilchen Wassermoleküle und Salzmoleküle in einem neuen, überall gleichen Zahlenverhältnisse enthält. Derartige Erscheinungen können bei eigentlich stabilen Molekularaggregaten (Krystallen) nicht stattfinden, man nennt sie Diffusionen; wir werden sie im ersten Kapitel abhandeln.

7 Bei sämmtlichen übrigen Bewegungserscheinungen kommt die Bildung neuer Moleküle und Molekularaggregate nicht nothwendig in Betracht, wenn auch eine solche mit denselben (wie beim Strome der

Digitized by Google

hydroelektrischen Kette) stets verknüpft ist. Unter diesen jetzt noch übrigen Bewegungserscheinungen ist die ihrem inneren Wesen nach einfachste die Vibration der freien Aetheratome. Unter solchen verstehen wir die im Weltraume zerstreuten und die zwischen den Körpermolekülen befindlichen, welche nicht an den Aethersphären der ponderabelen Atome betheiligt sind. Werden irgendwo durch einen ersten Anstoss die freien Aetheratome in vibrirende Bewegung versetzt, so muss sich diese, wie man leicht begreift, vom Erschütterungsmittelpunkte nach allen Seiten hin fortpflanzen, die Bewegung muss von jenem Mittelpunkte, wie man zu sagen pflegt, ausstrahlen. Man kann ganz allgemein eine solche Strahlung Wärmestrahlung nennen. Wenn bei derselben aber die Anzahl der Vibrationen in der Secunde eine gewisse Grenze überschreitet, so nennt man sie auch Lichtstrahlung. Diese Strahlungen oder Wellenfortpflanzungen bilden den Gegenstand der physikalischen Optik resp. der Lehre von der strahlenden Wärme.

In dieser Disciplin lässt man, wo es sich um den Aether innerhalb 8
der Körper handelt, einen Umstand unberücksichtigt, der mechanisch davon unzertrennlich ist. Offenbar muss nämlich jede Bewegung des intramolekulären Aethers auch den die Aethersphären der Moleküle bildenden, sowie endlich auch deren ponderabele Kerne in Bewegung setzen. Diese Bewegungen werden, wofern sie nicht allzu heftig sind, ebenfalls Schwingungen der kleinsten Theilchen um feste Gleichgewichtslagen sein. Diese Art von Bewegung der kleinsten (Aether- und ponderabelen) Theilchen der Körper nennen wir die in ihm enthaltene Wärme, und die durchschnittliche lebendige Kraft des einzelnen Theilchens dabei ist die Temperatur. Solche Bewegungen können übrigens natürlich auch innerhalb eines Molekularaggregates entstehen, z. B. durch chemische Processe, wo offenbar in den einzelnen Molekülen mächtige Erschütterungen stattfinden. Da es sich hier einestheils um relative Bewegungen der Theile des einzelnen Moleküles handelt, und da anderestheils die Verschiebungen der ganzen Moleküle von Nachbar zu Nachbar hier regellos variiren, so kann die fragliche Bewegung selbst in einem gleichartigen Molekularaggregate nicht so durch Strahlung fortgepflanzt werden, wie eine Erschütterung im freien Aether, vielmehr wird der Bewegungszustand nur langsam von Molekül zu Molekül fortschreiten (Wärmeleitung).

Wir haben bisher immer, wo nicht ausdrücklich das Gegentheil 9
hervorgehoben wurde, nur an feste Körper gedacht. In der That würden wahrscheinlich, wenn alle Atome in Ruhe wären, nur feste Körper existiren, denn die Moleküle würden sich zu Systemen anordnen, in denen jedes eine stabile Gleichgewichtslage behauptet. Die Wärme lässt sie, wenn sie einen gewissen Grad nicht übersteigt, wie wir sahen, um diese Gleichgewichtslage oscilliren. Diese Oscillationen der ganzen Moleküle und der Aethersphären innerhalb des Moleküles werden aber die Gleichgewichtslagen selbst auch etwas verändern müssen; man sieht im Allgemeinen ohne weitere Deduction, dass ein innerlich heftig bewegtes Molekularaggregat mehr

Raum braucht, als dasselbe in Ruhe — Ausdehnung durch die Wärme*). Wird die Bewegung immer heftiger und der mittlere Molekularabstand immer grösser, so wird es häufig vorkommen, dass einzelne Moleküle bei ihrer grössten Excursion ganz aus der Wirkungssphäre derjenigen Moleküle herauskommen, welche sie in ihrer bisherigen Gleichgewichtslage erhielten. Sie werden daher zu ihr gar nicht mehr zurückkehren, sondern in dem Molekularaggregate mit der erlangten Geschwindigkeit weitergehen, bis sie zu anderen Molekülen wieder in die Beziehung kommen, welche ihnen eine neue Gleichgewichtslage vorschreibt. Um diese werden sie dann wieder oscilliren, bis sich der vorhin gedachte Fall von Neuem ereignet und sie neue Wanderungen antreten. Ist die innere Bewegung so heftig, dass alle Moleküle sich in der eben beschriebenen Weise verhalten, dass sie nämlich abwechselnd wandern und oscilliren, und dass jedesfalls die geringste hinzukommende äussere Kraft sie aus ihrer letzten Gleichgewichtslage verschiebt, ohne dass das verschobene Molekül die Tendenz zeigte, wieder in seine alte Lage zurückzukehren, so ist das Molekularaggregat im flüssigen Zustande. Es ist gleichsam ein Zustand des indifferenten Gleichgewichtes. Die innere Bewegung ist eigentlich gar kein Oscilliren mehr, die Moleküle schwärmen regellos durcheinander, fliegen aber doch nicht von selbst auseinander, auch wenn sie nicht durch äusseren Druck zusammengehalten werden. Freilich an der freien Oberfläche jeder Flüssigkeitsmasse fliegen stets auch einzelne Moleküle gänzlich fort — Verdunstung —, was die hier gegebene Vorstellung vom flüssigen Aggregatzustande nur bestätigt, denn es wird sich ohne Zweifel an der freien Oberfläche öfter ereignen müssen, dass ein Molekül eine hinlänglich grosse aufwärts gerichtete Geschwindigkeit erlangt, um ganz aus der Wirkungssphäre der flüssigen Masse herauszutreten, dann kehrt es aber gar nicht mehr zurück, sondern fliegt in dem darüber befindlichen Raume weiter.

Es scheint, dass die schwärmende Bewegung der Flüssigkeitsmoleküle ansehnliche Dimensionen hat, denn sehr kleine feste Körnchen werden in diese Bewegungen mit hineingezogen**), eine Erscheinung, welche den Mikroskopikern unter dem Namen der Molekularbewegungen schon längst bekannt ist.

Wird die Molekularbewegung immer noch heftiger, so muss sich zuletzt das Aggregat ganz auflösen. Seine einzelnen Moleküle fliegen in geradlinigen Bahnen so lange bis sie an ein Hinderniss stossen. Im Allgemeinen wirken aber die einzelnen Moleküle des Aggregates gar nicht mehr aufeinander, nur wenn eines auf seiner Bahn zufällig an ein anderes anstösst, kommt es für einen Augenblick in seine Wirkungssphäre, wird von ihm abgestossen und prallt davon zurück, wie eine elastische

*) Bezüglich der scheinbaren Ausnahmen (Zusammenziehung des Wassers) verweisen wir den Leser auf die Abhandlungen von Clausius über diesen Gegenstand.

**) Wiener, Pogg. Annal. 1863.

Kugel von der anderen. Ein Molekularaggregat in diesem Zustande kann natürlich nur dann beisammen bleiben, wenn es ringsum von undurchdringlichen Wänden eingeschlossen ist. Gegen diese Wände werden die einzelnen hin- und herfliegenden Moleküle immer von Zeit zu Zeit anstossen und davon abprallen. Die Wände werden daher, wenn sie beweglich sind, durch das eingeschlossene Molekularaggregat zurückgeschoben, d. h. mit anderen Worten, dasselbe übt nach allen Richtungen einen Druck aus auf die es umschliessenden Wände. Der beschriebene Aggregatzustand ist der „luftförmige". Diese Vorstellung vom Wesen des luftförmigen Aggregatzustandes ist schon vor langer Zeit (von Bernoulli) ausgesprochen, aber erst in neuester Zeit genauer entwickelt*).

Eine andere Gruppe von Erscheinungen ist ebenfalls bedingt durch 11
gewisse Bewegungen und Wirkungen der Aetheratome oder der Theilchen eines besonderen unwägbaren Fluidums. Es sind dies die elektrischen Erscheinungen. Obgleich die mathematische Theorie dieser Erscheinungen in hohem Grade entwickelt ist, so kann man sich von ihrem eigentlichen Wesen doch noch immer keine recht anschauliche Vorstellung machen. Nur soviel dürfte gewiss sein, dass es sich hier nicht wesentlich um oscillatorische Bewegungen handelt, sondern um ein wirkliches Strömen unwägbarer Stoffe. Insbesondere scheint gerade das, was man schon von Anfang an in glücklichem Instinkte mit dem Ausdrucke der positiven Elektricität bezeichnet hat, eine wirkliche Materie zu sein, deren Mangel den sogenannten negativ elektrischen Zustand begründet.

Es bleiben nun noch diejenigen Bewegungen übrig, bei welchen 12
ganze Molekulargruppen im Zusammenhange die bewegten Einheiten sind; d. h. es ändern dabei nicht die einzelnen Atome des Moleküles oder die benachbarten Moleküle des Aggregates ihre gegenseitige Lage, sondern ein Aggregat ändert seine Lage gegen ein anderes, ohne dass das innere Gleichgewicht beider merklich gestört würde. Die verschiedenen Aggregate, welche sich so gegeneinander bewegen, können übrigens Theile eines und desselben Körpers sein. Diese Bewegungen, welche ihrem eigentlichen Wesen nach die verwickeltsten sind, weil dabei die Kräfte sämmtlicher Theilchen der Moleküle mit ins Spiel kommen, stellen sich dennoch häufig am einfachsten dar. Sie bilden den Gegenstand der Mechanik im engeren Sinne des Wortes. Die einfachsten Probleme derselben sind die Bewegungen der Himmelskörper, weil es sich dabei nämlich handelt um die gegenseitige Wirkung von vollständig getrennten Massen. Da deren Ausdehnung klein ist im Verhältniss zu ihren Abständen, so kann man von der Zusammensetzung der resultirenden Wirkung aus den Kräften der einzelnen verschiedenartigen Atome gänzlich absehen, und die resultirenden Kräfte sogleich als gegebene Einfache behandeln.

Weit verwickelter sind diejenigen Aufgaben der Mechanik, in denen

*) Man sehe insbesondere mehrere Abhandlungen von Krönig und Clausius in den letzten Jahrgängen von Poggendorffs Annalen.

es sich um die relativen Bewegungen einander berührender Körper und Massen handelt oder um die relativen Bewegungen der verschiedenen Theile einer und derselben Masse, welche Theile aber selbst immer noch Aggregate unzähliger Moleküle sind. Fälle der ersten Art sind die Maschinen, die Ströme von Flüssigkeiten und Luftarten in festen Gefässen, Fälle der zweiten Art bilden die Schwingungen elastischer Körper, die Wellenbewegungen der Flüssigkeiten, die Fortpflanzung des Schalles.

13 Aus den allgemeinsten Annahmen der atomistischen Hypothese lässt sich ein allgemeines Grundgesetz entwickeln, das sich auf alle Erscheinungsgebiete bezieht und das besonders den Zusammenhang der verschiedenen Naturagentien ins hellste Licht setzt. Das in Rede stehende Grundprincip bildet gleichsam eine Ergänzung zum Principe von der Erhaltung der Masse. Es wird demgemäss bezeichnet als das Princip von der Erhaltung der Kraft*). Die einzige Voraussetzung für das Princip ist die, dass nur Centralkräfte im Universum wirken, d. h. Anziehungen oder Abstossungen zwischen je zwei Massenelementen, deren Intensität lediglich von der Grösse und von der Entfernung der beiden Massenelemente voneinander abhängt. Gäbe es Kräfte, welche nicht in die Richtung der Verbindungslinie der beiden aufeinander wirkenden Massenelemente fallen, so könnte das fragliche Princip nicht aufgestellt werden.

Die Bezeichnung unseres Principes mit dem Ausdrucke „Erhaltung der Kraft" deutet schon an, warum es sich handelt, nämlich dass eine gewisse Grösse, die unter „Kraft" zu verstehen ist, sich im Verlaufe der Zeit unverändert „erhält". Diese Grösse gilt es nun zu definiren. Eine wirklich genügende Definition derselben lässt sich freilich nicht ohne Hülfe der mathematischen Zeichensprache geben. Es kann daher hier nur versucht werden, dem in mathematischen Anschauungen nicht geübten Leser durch Beispiele wenigstens eine ungefähre Idee von dem höchsten und fruchtbarsten Principe der gesammten Naturwissenschaft zu geben. Vor Allem leuchtet wohl von selbst ein, dass das Princip von der Erhaltung der Kraft wie das von der Erhaltung der Masse nur für das gesammte Universum Gültigkeit hat, weil das gesammte Universum das einzige vollkommen freie System von Massenelementen ist, das gar keine Einwirkungen von fremden Kräften erfährt. Man kann sich aber das Princip zunächst an einfachen Systemen klar machen, indem man von allen fremden Einwirkungen auf dieselben absieht.

14 Denken wir uns also z. B. die Zusammenstellung der Erde mit dem Monde als ein vollkommen freies System, in welchem bloss die gegenseitige Anziehung beider Körper thätig ist. Wir dürfen uns noch dazu, da es hier bloss auf die relative Bewegung zweier Körper ankommt, die Erde im absoluten Raume ruhend vorstellen. Fragen wir nun, welche Grösse unter der im gedachten Systeme vorhandenen Kraft im Sinne unseres

*) Helmholtz, Erhaltung der Kraft. Berlin 1847.

Principes zu verstehen sei, so kann es offenbar nicht die Intensität der in irgend einem Augenblicke stattfindenden Anziehung sein. Denn dass diese nicht unveränderlich in der Zeit ist, liegt am Tage, da sie ja um so kleiner ist, je weiter der Mond von der Erde absteht. Indem hier, wie gesagt, auf eine scharfe Definition verzichtet werden muss, könnten wir etwa sagen, unter der gesammten in dem Systeme verhandenen Kraft ist zu verstehen dasjenige Bewegungsquantum, welches in dem Systeme höchstens möglicherweise erzeugt werden kann. Durch diese Erklärung ist das Wort Kraft auch nicht gerade gemissbraucht, denn im gemeinen Sprachgebrauche wird unter Kraft eine Bewegungsursache verstanden. Es ist klar, dass die Bewegungsmenge in unserem Systeme vergrössert wird, wenn sich der Mond der Erde nähert, indem er ihrer Anziehung Folge leistet und dadurch beschleunigt wird. Das höchstens erzeugbare Bewegungsquantum würde offenbar dann wirklich erzeugt werden, wenn die Erde den Mond bis auf den Abstand Null an sich heranzöge, denn in dem Augenblicke des Zusammentreffens würde der Mond die grösste Geschwindigkeit haben, die er durch die Anziehung der Erde erlangen kann. Aus dieser Betrachtung wird schon ersichtlich, dass die in unserem Systeme vorhandene Kraft besteht erstens aus dem Bewegungsquantum, welches zu einer gegebenen Zeit der Mond schon als solches besitzt, und aus einer Grösse, welche einen um so höheren Werth hat, je weiter in dem betrachteten Augenblicke der Mond von der Erde absteht, denn um so mehr würde das Fallen durch diesen Abstand den Mond beschleunigen können. Den ersteren Bestandtheil nennt man die lebendige Kraft, den zweiten die Summe der Spannkräfte. Die Summe beider Bestandtheile ist nun in der That bei einem freien Systeme constant, wenn man unter Bewegungsquantum*) oder lebendiger Kraft das halbe Product der Masse mit dem Quadrate der Geschwindigkeit versteht. Die Definition des zweiten Bestandtheiles, der Summe der Spannkräfte, ist nun eben die Grösse, deren strenge Definition nur durch die mathematische Zeichensprache gegeben werden kann, da ihre Anschauung zu verwickelt ist, als dass sie in Worten klar ausgedrückt werden könnte. Eine ungefähre Vorstellung davon kann man sich auf folgende Weise machen. Zieht man vom Orte, wo sich der Mond im betrachteten Augenblicke befindet, eine Gerade zum Orte der Erde und theilt dieselbe in unendlich viele unendlich kleine Theile, so darf man annehmen, dass im Bereiche eines solchen Theilchens die Intensität der Anziehung einen und denselben Werth haben würde. Multiplicirt man diesen Werth mit der (unendlich kleinen) Länge des Linientheilchens, und bildet die entsprechenden Producte für alle Theilchen des Abstandes, so hat man in der Summe dieser Producte die Summe der Spannkräfte.

Die Astronomie lehrt nun in der That, dass die Summe der so de-

*) Ich habe mich dieses Ausdruckes bedient, obwohl er in der Mechanik eigentlich schon zur Bezeichnung eines anderen Begriffes gebraucht wird, weil ich glaubte dadurch die Sache der Anschauung näher zu bringen.

finirten lebendigen Kräfte und Spannkräfte für das System Erde — Mond, von den Störungen durch fremde Kräfte abgesehen, in der Zeit absolut unveränderlich ist. Wir können dies hier natürlich nicht numerisch belegen, wollen aber wenigstens an die allgemein bekannte Thatsache erinnern, dass der Mond eine grössere Geschwindigkeit, d. h. grössere lebendige Kraft besitzt in der Erdnähe als in der Erdferne. Entsprechend ist aber in der Erdferne die Summe der Spannkräfte grösser, und zwar ist eben der Verbrauch von Spannkräften beim Uebergang aus der Erdferne in die Erdnähe genau äquivalent dem Zuwachs an lebendiger Kraft.

Als zweites Beispiel denken wir uns die Zusammenstellung des Erdkörpers mit einer vollkommen elastischen schweren Kugel. Es ist insofern einfacher, als die Intensität der Anziehung, welche auf die Kugel wirkt, nicht merklich verschieden ist, mag die Kugel höher oder tiefer über dem Boden sein, sie ist immer das Product aus der Masse der Kugel und der Intensität der Schwere, d. h. das „Gewicht“ der Kugel. Die Summe der Spannkräfte ist also, wenn wir bloss auf die gegenseitige Anziehung Rücksicht nehmen, hier ganz einfach das Product aus dem Gewichte der Kugel und ihrer jeweiligen Höhe über dem Boden. Stellen wir uns jetzt, um die Vorstellungen bestimmt zu machen, vor, die Kugel sei 3 Kilogrm. schwer und befinde sich zu einer gewissen Zeit 5 Meter über dem Boden, ihre Geschwindigkeit sei in diesem Augenblicke abwärts gerichtet und gleich 2 Meter in der Secunde. Dann ist die Gesammtkraft in unserem Systeme nach den gegebenen Definitionen die Summe von zwei Summanden, deren ersten die Summe der vorhandenen Spannkräfte darstellt, diese ist (Gewicht mal Höhe über dem Boden) 3 Kilogrm. $\times$ 5 Meter, oder wenn wir eine neue Grössengattung einführen 3×5 Kilogrammmeter. Der zweite Summand ist die vorhandene lebendige Kraft, d. h. die Hälfte des Productes aus Masse mal Geschwindigkeitsquadrat. Die Masse muss aber dabei gemessen werden durch die in der Mechanik übliche Einheit, das ist die Masse, welche die Geschwindigkeiteinheit (1 Meter pr. Secunde) annimmt, wenn die Krafteinheit (1 Kilogrm.) während der Zeiteinheit (1 Secunde) beschleunigend darauf wirkt. Die so definirte Masseneinheit ponderabeler Substanz muss, wie man leicht sieht, 9,8... Kilogramm wiegen, weil 9,8... Meter die Geschwindigkeit ist, welche die Krafteinheit in der Secunde derjenigen Masse ertheilt, welche 1 Kilogrm. wiegt. Die Masse, welche 3 Kilogrm. wiegt, ist also in der gewählten Einheit auszudrücken durch die Zahl $\frac{3}{9{,}8\ldots}$, demnach haben wir im betrachteten Augenblicke in unserm System die lebendige Kraft $\frac{1}{2} \cdot \frac{3 \text{ Kilogrm.}}{9{,}8 \text{ Meter}} \times (2 \text{ Meter})^2$ oder $\frac{1}{2} \times \frac{3 \times 4}{9{,}8}$ Kilogrammmeter. Man sieht, dass diese Grösse ihrer Zusammensetzung nach mit der Grösse, welche die Summe der Spannkräfte misst, homogen ist und also dazu addirt werden kann. Die Gesammtkraft ist $(15 + 0{,}612)$ Kilogrammmeter. Betrachten wir unser System 0,4 Secunden später. Die

Kugel hat sich in dieser [illegible] nach den Fallgesetzen um 1,584 Meter dem Boden genähert. Sie ist also nur noch 3,416 Meter über demselben, und die Spannkraftsumme beträgt also nur noch $3{,}416 \times 3 = 10{,}248$ Kilogrammmeter. Die Geschwindigkeit der Kugel ist aber durch das 0,4 Secunden lange Fall von 2 Meter auf 5,92 Meter gewachsen. Folglich beträgt ihre lebendige Kraft $\frac{3 \times (5{,}92)^2}{9{,}8\ldots}$ Kilogrammmeter $= 5{,}364$ Kilogrammmeter. Die Summe beider Grössen $10{,}248 + 5{,}364$ ist wieder 15,612 wie im Anfang.

Im weiteren Verlaufe der Zeit wird die Kugel zuletzt den Boden berühren. Wie gross ihre Geschwindigkeit in diesem Augenblicke ist, können wir aber berechnen, ohne zu berücksichtigen, wann derselbe eintritt, denn die Fallgesetze geben auch eine Beziehung zwischen dem durchlaufenen Raume und der Geschwindigkeit. Sie findet sich $= 10{,}1^{m}$. Daher die lebendige Kraft der Kugel im Augenblicke der Berührung mit dem Boden $= \frac{1}{2} \times \frac{3}{9{,}8} \times (10{,}1)^2 = 15{,}612$, gleich der ganzen Kraft des Systemes; in der That sind aber, sowie die Kugel den Boden erreicht hat, die Spannkräfte des Systemes vollständig erschöpft, denn die Anziehung der Erde kann nun keine Bewegung weiter hervorbringen.

Es kommt aber jetzt die Kugel nicht momentan zur Ruhe, sondern 16
wenn wir den Boden wie die Kugel vollkommen elastisch voraussetzen, so drückt sie vermöge ihrer lebendigen Kraft den Boden und sich selbst zusammen, je weiter aber diese Zusammendrückung fortschreitet, um so stärkere elastische Gegenkräfte werden wach, und diese verzögern die Kugel, da ihre Resultante senkrecht nach oben, also der bestehenden Geschwindigkeit entgegen gerichtet ist. Der Schwerpunkt der Kugel wird also noch eine gewisse Zeit hindurch mit verzögerter Geschwindigkeit sinken und zuletzt zur Ruhe kommen. Wenn die elastischen Kräfte der beiden Körper sehr gross sind, wie z. B. beim Stahle, so wird der Zeitraum vom Augenblicke der Berührung bis zum Augenblicke der Ruhe sehr kurz — kaum messbar — und ebenso kurz, und ohne besondere Hülfsmittel unwahrnehmbar wird der Raum, durch welchen der Schwerpunkt der Kugel nach der Berührung noch sinkt. Jetzt im Augenblicke der Ruhe ist die gesammte Kraft im Systeme als Spannkraft vorhanden, nämlich als die elastische Spannung der zusammengedrückten Kugel und des zusammengedrückten Bodens, und zwar muss diese wiederum 15,612 Kilogrammmeter repräsentiren. Das lässt sich nun zwar nicht so anschaulich darstellen wie bei der Schwere, aber der Erfolg lehrt es. Die elastische Spannung lässt nämlich die Kugel keinen Augenblick in der Ruhe, zu der sie gekommen ist, sondern ertheilt ihr eine aufwärts gerichtete Geschwindigkeit, welche so lange wächst bis die Kugel den Boden verlässt. Auch dieser Act geschieht, wenn die Körper sehr elastisch sind, in äusserst kurzer Zeit. Die Kugel verlässt nun den Boden mit einer aufwärts gerichteten Geschwindigkeit, welche wieder genau gleich $10{,}1^{m}$

ist. In diesem Augenblicke ist wieder die ganze Kraft des Systemes als lebendige Kraft vorhanden; die Kugel steigt gegen die Schwere auf und folglich mit verzögerter Geschwindigkeit. demselben Maasse aber, in welchem folgeweise die lebendige Kraft abnim wächst die in dem Systeme vorhandene Spannkraftsumme — Gewic mal Höhe über dem Boden. Insbesondere wäre aus den Fallgesetzen leic zu berechnen, dass die Kugel die Höhe von 5^m wieder genau mit der G chwindigkeit von 2^m erreichte. Diese wäre aber jetzt aufwärts gericht und die Kugel würde vermöge derselben nach bekannten Gesetzen noch n 0,204 weiter steigen. In der alsdann erreichten Höhe von 5,204^m w de die Kugel zur Ruhe kommen. In diesem Augenblicke wäre daher e lebendige Kraft = 0, dafür aber die Spannkraftsumme = 5,204 × 3, also immer noch = 15,612, d. h. gleich der ganzen Kraft des Systems.

17 Die Kugel wird nun aber wieder abwärts gezogen und fällt mit beschleunigter Geschwindigkeit; die Spannkraftsumme wird wieder kleiner und die lebendige Kraft wächst von Null an. Die Höhe von 5^m wird abermals genau mit 2^m Geschwindigkeit erreicht und es wiederholt sich genau der oben beschriebene Vorgang. So würde die Kugel in infinitum auf- und abgehen zwischen dem Boden und einer Höhe von 5,204^m. Die Gesammtkraft des Systemes wäre stets = 15,612 Kilogrammmeter, aber sie wäre in stetigem Umsatz aus Spannkraft in lebendige Kraft und umgekehrt. In zwei Augenblicken jeder Periode wäre die lebendige Kraft Null und alle Kraft in der Form von Spannkräften, nämlich im höchsten und im tiefsten Punkte der Bahn. In jenem Punkte sind die Spannkräfte durch die Anziehung der Erde, im tiefsten Punkte durch die elastischen Spannungen der Körpertheilchen bedingt. In zwei Augenblicken jeder Periode ist alle Kraft lebendig, in dem nämlich, wo die Kugel gerade am Boden ankommt, und in dem, wo sie ihn wieder verlässt. Diese beiden Augenblicke folgen, wie wir sahen, bei sehr elastischen Körpern ausserordentlich rasch aufeinander. In jedem anderen Augenblicke einer Periode ist die Kraft zum Theil lebendig, zum Theil als Spannkraft vorhanden.

18 Das soeben ausführlich dargestellte Beispiel giebt uns eine bequeme Einheit, um jede beliebige Kraftgrösse im Sinne des Principes von der Erhaltung der Kraft durch eine Zahl darzustellen. Diese Einheit ist das Kilogrammmeter oder die „Arbeitseinheit“. In der That, wenn in irgend einem Systeme von Körpern ein Vorrath von Bewegungsursachen vorhanden ist, so können wir uns allemal vorstellen, der ganze Vorrath würde dazu verbraucht, einen Körper von bekanntem Gewichte zu heben. Das Product aus der Hubhöhe in das Gewicht des Körpers wäre ein Maass für die Wirkungsfähigkeit der Bewegungsursachen. Es ist dabei gleichgültig, ob wir das Gewicht gross oder klein nehmen, denn je kleiner wir es nehmen, um so höher wird es durch eine gegebene Summe von Bewegungsursachen gehoben, seien diese nun schon vorhandene Bewegungen oder Spannkräfte.

Das obige Beispiel kann uns noch zu einer weiteren Betrachtung 19
dienen. Wenn wir den gedachten Versuch nämlich in Wirklichkeit und zwar in der Luft anstellen, so würde die Kugel nicht genau mit der oben angegebenen Geschwindigkeit von $10{,}1^m$ auf den Boden aufschlagen, sondern mit einer etwas geringeren, weil sie unterwegs durch den sogenannten Reibungswiderstand der Luft verzögert worden wäre. Die neu eingeführte Bedingung heisst aber nichts anderes, als das System Kugel — Erde ist kein ganz freies, sondern es wirken darauf auch andere Körper — die umgebenden Lufttheilchen — ein. Sie müssen wegen der Gleichheit von Action und Reaction daher auch ebenso grosse Gegenwirkungen von unserem Systeme erfahren. In der That setzt ja eine fallende Kugel die benachbarten Lufttheilchen in Bewegung. Das Princip von der Erhaltung der Kraft fordert jetzt, dass in dem neuen System Kugel — Erde — Luft, wenn wir von allen anderen Körpern abstrahiren, die gesammte Kraft unverändert bleibe, und da nun, wie wir sahen, an die Luft Kraft übergeht, so muss in dem System Kugel — Erde die Kraft in entsprechendem Maasse kleiner werden, was sich eben darin zeigen würde, dass die Kugel beim Aufschlagen nicht die volle Geschwindigkeit von $10{,}1^m$ hat, oder darin, dass sie beim Aufsteigen die Geschwindigkeit von 2^m nicht in der Höhe von 5^m, sondern bei einer geringeren Höhe hat.

Setzen wir endlich noch den Fall, statt einer vollkommen elastischen 20
Kugel sei der fallende Körper absolut unelastisch, z. B. ein mit Sand gefüllter Sack. Dieser wird beim Aufschlagen auf den Boden sofort in Ruhe bleiben. Es scheint daher, als ob hier dem Principe von der Erhaltung der Kraft widersprochen wäre. Die im Momente des Aufschlagens bedeutende lebendige Kraft scheint vollständig vernichtet, denn das Auge gewahrt hernach in dem System weder Bewegung noch elastische Spannung oder dergleichen. Genaue Beobachtung würde aber doch noch Bewegung herausstellen — nämlich Wärme. Hier ist zwar die Kraft innerhalb des Systemes geblieben, sie bringt aber nicht mehr sichtbare Bewegung der ganzen Masse hervor, sondern unsichtbare aber gleichwohl äusserst heftige Bewegungen der Atome gegeneinander. Die durch diese Bewegungen repräsentirte Kraft muss genau äquivalent sein der scheinbar vernichteten lebendigen Kraft, und könnte sie genau wieder erzeugen, wenn man sie z. B. in einer Dampfmaschine zur Hebung eines Gewichtes benutzte.

Es braucht wohl kaum noch ausdrücklich an bekannte Erscheinungen 21
erinnert zu werden, z. B. an das Hämmern von Metallmassen, wo sehr merkliche Wärmemengen durch unelastischen Stoss erzeugt werden. So sind wir durch unser Beispiel auf eine Anschauung geführt worden, die für die Naturwissenschaft überhaupt, insbesondere aber für die organische Naturwissenschaft von der allerhöchsten Bedeutung ist, nämlich auf die Verwandlung der Naturagentien ineinander. Wir sahen in unserem Beispiel mechanische Bewegung der ganzen Massen sich umsetzen in jene Molekularbewegung, welche wir Wärme nennen. Von dieser Bewegung wird dann wiederum ein Theil an den umgebenden Aether in Form von fortschrei-

tenden Wellen mitgetheilt, die möglicherweise als Lichtstrahlnng erscheinen, wofern die Oscillationsdaner der Acthertheilchen kurz genng ist. In dem Maasse aber als Bewegung von dem warmen Körper ausstrahlt, in demselben Maasse nimmt die Heftigkeit der Bewegung seiner eigenen Moleküle ab. Ein anderer Theil der lebendigen Kraft in unserem Beispiele wird bekanntlich allemal unter Vermittelung des Stosses in sogenannte Schallschwingungen umgesetzt, die sich der Lnft in Wellenform mittheilen. So sehen wir, dass von den früher betrachteten Bewegungsformen der Atome eine die Ursache der anderen werden kann, aber wie das Princip von der Erhaltung der Kraft verlangt, verliert stets die als Ursache wirkende Bewegungsform an Heftigkeit ebensoviel als die bewirkte gewinnt. Es ist also stets nnr ein Umsatz der Bewegungsformen ineinander oder eine Uebertragung der Bewegung von einer Masse auf die andere unter Vermittelung der Anziehungen und Abstossungen, welche die Massen anfeinander ausüben.

ERSTER ABSCHNITT.

MOLEKULARPHYSIK.

Erstes Kapitel.

Gasdiffusion.

Nach den in der Einleitung dargelegten Principien muss ein von Gas 22
eingenommener Raum sich für ein anderes Gas wie ein leerer Raum verhalten. Das andere Gas muss sich in jenem Raume ungehindert verbreiten, so lange bis es denselben gleichmässig erfüllt, so dass schliesslich die beiden Gase in dem ganzen Raume überall gleichmässig gemengt sind. Es kann also nach den Vorstellungen, die wir uns vom Wesen des luftförmigen Aggregatzustandes gemacht haben, gar nicht zwei Gasarten geben, welche in der Art wie Wasser und Oel unvermenghar wären. Dies wird durch die Erfahrung bestätigt.

Den Process des Ineinanderströmens zweier sich berührenden Gasmassen, dessen schliessliches Resultat ein überall gleichmässiges Gemenge ist, nennt man „Diffusion". Um die Gesetze dieser Bewegung zu studiren, muss man die Gase, welche ineinander diffundiren sollen, durch sehr engporige Scheidewände trennen, denn wenn dies nicht geschieht, so fliegen nicht bloss die Moleküle des einen Gases vermöge ihrer innewohnenden Wärmebewegung in den Raum des andern hinüber, sondern localen Druckdifferenzen oder zufälligen Masseubewegungen entsprechend fliessen ganze Massen des einen Gases im Zusammenhange in den Raum des andern Gases und umgekehrt. Derartige Massenströmungen aber gehorchen ganz anderen und viel verwickelteren Gesetzen, als die Molekularbewegungen, um die es sich hier handelt.

Man hat in früherer Zeit zur Beobachtung der Gasdiffusion meist Scheidewände von Gyps oder gebranntem Thon angewandt. In neuerer

Zeit hat Graham, dem überhaupt die Lehre von der Gasdiffusion sehr viel verdankt, ein noch viel geeigneteres Material zu dem genannten Zwecke in dem künstlich gepressten Graphit (Bleistiftmasse) gefunden. Aus diesem Stoffe lassen sich mit Leichtigkeit Lamellen von weniger als 1^{mm} Dicke verfertigen, die man auf Glasröhren kitten kann. Eine solche wird mit einem Gase gefüllt, das offene Ende durch Quecksilber gesperrt, und dann das Ganze mit einer Atmosphäre von einem beliebigen anderen Gase umgeben. Der Druck im Inneren des Rohres kann leicht regulirt werden durch mehr oder weniger tiefes Eintauchen desselben in die Sperrflüssigkeit.

23 Der einfachste Fall der Gasdiffusion ist die Diffusion in den leeren Raum. Sie folgt einem sehr einfachen Gesetze. Die Geschwindigkeiten, mit welchen verschiedene Gase unter übrigens gleichen Umständen (namentlich also unter demselben Drucke) durch eine molekulär poröse Scheidewand ins Leere diffundiren, verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten der Gase. Der absolute Werth der Geschwindigkeiten hängt natürlich ab von der Beschaffenheit der Scheidewand. Je mehr Poren dieselbe auf der Flächeneinheit hat, um so mehr Gas wird in der Zeiteinheit durch dieselbe hindurchgehen. Man kann den aufgestellten Satz auch so ausdrücken: Die Zeiten, in welchen gleiche Mengen verschiedener Gase durch die Scheidewand ins Leere diffundiren, verhalten sich direct wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten der Gase.

Um zu sehen, mit welchem Grade von Genauigkeit die beobachteten Werthe sich diesem Gesetze fügen, betrachte man folgende Zahlen, die Graham in einer neuen Abhandlung*) gegeben hat:

	Zeiten.	$\sqrt{\text{Dichtigkeit.}}$
Sauerstoff	1	1
Luft	0,9501	0,9507
Kohlensäure	1,1860	1,1760
Wasserstoff.	0,2505	0,2502.

In der ersten Zahlenspalte sind die Zeiten angegeben, in welchen gleiche Volumina der links verzeichneten Gase die Scheidewand von Graphit durchsetzen, in der zweiten Zahlenspalte stehen die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten der Gase.

24 Wie die Theorie fordert, gilt ganz dasselbe Gesetz, wenn ein Gas durch die poröse Scheidewand statt ins Leere in einen von anderen Gasen schon eingenommenen Raum diffundirt. Das Gesetz gilt daher insbesondere auch für die beiden Diffusionsströme, welche in solchen Fällen stets die Scheidewand gleichzeitig in entgegengesetzten Richtungen durchfliessen. Hat man also z B. im Anfang in einer Röhre von der oben beschriebenen Art Wasserstoff und im umgebenden Raume Sauerstoff, so

*) Pogg. Annal. Bd. 120, S. 415.

beginnt eine Diffusion von Wasserstoff nach aussen, und gleichzeitig eine solche von Sauerstoff nach innen. Beide Ströme haben dieselbe verhältnissmässige Stärke, als wenn jeder in den leeren Raum hineinginge. Der Wasserstoffstrom fördert also in jeder Zeiteinheit ein viermal so grosses Volum nach aussen, als der Sauerstoffstrom nach innen fördert. Dadurch wird alsbald der Druck im Inneren der Röhre niedriger als aussen. Wenn man diese Druckveränderung fortschreiten lässt, so würden allmälig Störungen der Regelmässigkeit eintreten, wenn man aber den Druck im Inneren durch allmäliges Eintauchen der Röhre in die Sperrflüssigkeit immer gleich erhält, so bleibt alles regelmässig und es findet sich am Ende des Processes ein Sauerstoffvolum, welches genau den vierten Theil des ursprünglich vorhanden gewesenen Wasserstoffvolums beträgt, voransgesetzt dass die Sauerstoffatmosphäre aussen so gross ist, dass die ganze hineindiffundirte Wasserstoffmenge dagegen verschwindend klein ist, so dass sich eben am Ende wie am Anfange aussen reiner Sauerstoff befindet.

Es ist nicht schwer vom Standpunkte des ausgesprochenen Gesetzes aus auch verwickeltere Fälle zu beurtheilen, wo man es mit beliebigen Gasgemengen zu thun hat. Es kann dabei natürlich unter anderen der Fall eintreten, dass ein Gasgemenge durch den Diffusionsprocess seine Zusammensetzung ändert. Hätte man beispielsweise ein Gemenge von Wasserstoff und Sauerstoff zu gleichen Theilen durch eine poröse Scheidewand vom Leeren getrennt, so würde bald das Gasgemenge an Wasserstoff verhältnissmässig ärmer werden, weil dies Gas schneller entweicht als der Sauerstoff.

Zweites Kapitel.

Absorption der Gase.

In ähnlicher Weise, wie die Gase ineinander diffundiren, diffundiren 25
sie auch in Flüssigkeiten, doch gelten dafür natürlich ganz besondere Gesetze. Man nennt die Erscheinung „Absorption“*) der Gase durch die Flüssigkeiten; sie ist längst bekannt. Auch haben im Anfange dieses Jahrhunderts bereits Henry, Saussure, Gay-Lussac, Dalton und Andere Experimentaluntersuchungen über diesen Gegenstand angestellt, aus denen sich einfache Gesetze ergeben haben. In neuester Zeit hat Bunsen**) diese Untersuchungen wieder aufgenommen und nicht bloss

*) Handwörterbuch der Chemie von Liebig, Poggendorff und Wöhler. Bd. I, S. 26. — **) Annalen der Chemie und Pharmacie. 1855, Januar.

die Gesetze selbst bestätigt, sondern auch für eine Reihe von Körpern die darin auftretenden Constanten mit grosser Genauigkeit bestimmt. Gerade die Absorption verdient hier ganz besondere Beachtung, da einer der Hauptfactoren des organischen Haushaltes, die Respiration, im Wesentlichen auf einer solchen beruht. Um es mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben, wollen wir, wie dies gewöhnlich geschieht, „Absorptionscoefficient" einer Flüssigkeit für eine Gasart dasjenige Volum dieser Gasart nennen, welches von der Volumeinheit jener Flüssigkeit aufgenommen werden kann, wenn sie einander frei berühren, und welcher unter diesen Umständen allemal aufgenommen wird, dergestalt, dass, wenn gerade dies Volum absorbirt ist, der Process aufhört und Gleichgewicht eintritt. Bei ein und derselben Temperatur ist nun dieser Absorptionscoefficient vom Drucke (zwischen gewissen noch nicht ermittelten Grenzen) unabhängig; d. h. wenn z. B. eine Volumeinheit Wasser bei einer gewissen Temperatur und einem gewissen Drucke α Volumeinheiten Kohlensäure absorbirt, so absorbirt sie bei dem doppelten Drucke noch ebenfalls α Volumina Kohlensäure. α Volumina, CO_2, wiegen aber bei dem doppelten Drucke doppelt so viel als bei dem einfachen. Man könnte dieses Gesetz auch so ausdrücken: Für die in Flüssigkeiten absorbirten Gase gilt das Mariotte'sche Gesetz noch ebenso wie für freie Gase. Ein von absorbirten Gasen absolut freies Flüssigkeitsvolum v, das mit einem Gasvolum in Berührung ist, hat also dieselbe Wirkung auf dieses, als ob ihm noch ein leerer Raum geöffnet würde, dessen Grösse durch αv auszudrücken wäre, wenn α den Absorptionscoefficient für die fragliche Combination bedeutet. Z. B. bei einer Temperatur von 18° C. ist der Absorptionscoefficient der Kohlensäure in Wasser = 1,06, und brächte man bei derselben 1 Volum Kohlensäure mit einem gerade so grossen Volum Wasser zusammen, so hätte man dadurch dasselbe geleistet, als ob man der Kohlensäure noch einen 1,06fachen leeren Raum eröffnet hätte; es müsste folglich im gaserfüllten Raume nach vollendeter Diffusion die Kohlensäurespannung nur noch $\frac{1}{1 + 1{,}06} = 0{,}485$ der ursprünglichen sein.

Unter Druck ist hier natürlich nur der Partialdruck des Gases zu verstehen, um dessen Absorption es sich handelt. Hätten wir also z. B. ein Liter Wasser und darüber eine sehr grosse Gasmasse, welche im Ganzen den Druck einer Atmosphäre (760^{mm} Quecksilber) ausübt, aber nur zur Hälfte (dem Volum nach) aus Kohlensäure besteht, so nimmt das Wasser nicht etwa ein Kohlensäurequantum auf, das bei 760^{mm} Spannung den Raum von 1,06 Liter erfüllt, sondern nur halb so viel. Der Partialdruck der Kohlensäure ist nämlich im gedachten Falle nur die Hälfte von 760, und es wird also eine Kohlensäuremenge aufgenommen, die bei diesem halben Drucke 1,06 Liter erfüllt, d. h. also dem Gewichte nach die Hälfte von der Menge, welche bei 760^{mm} Spannung 1,06 Liter einnimmt.

Für verschiedene Temperaturen fällt dagegen der Absorptionscoeffi-

cient verschieden aus, und zwar variirt er mit der Temperatur nach einem bis jetzt noch nicht ermittelten Gesetze. Nur so viel ist aus den nicht gar zahlreichen über diesen Punkt angestellten Versuchen ersichtlich, dass im Allgemeinen von einem Gase um so weniger durch eine bestimmte Flüssigkeit aufgenommen wird, je höher die Temperatur ist.

Wie eine Flüssigkeit von einem Gase absorbirt, so lange bis die 26
absorbirte Menge so gross ist, dass sie unter dem Drucke, den das darüber stehende freie Gas erleidet, ein Volum einnehmen würde, gleich dem Flüssigkeitsvolum mit dem Absorptionscoefficienten multiplicirt, ebenso entlässt sie von dem Gase einen Theil ins Freie, sobald in ihr eine grössere Menge als die soeben definirte enthalten ist. Hatten z. B. 100 Cubikcentimeter Wasser unter einem Kohlensäuredruck von 1 Atmosphäre, d. h. von 760^{mm} Quecksilber, von diesem Gase 106 Cubikcentimeter absorbirt, und vermindert man nun den Druck, dann entweicht so viel Gas, dass das absorbirt bleibende, wenn es frei denselben Druck erlitte, wieder 106 Cubikcentimeter einnähme. Betrüge z. B. der Druck schliesslich nur noch 380^{mm}, so würde die absorbirt bleibende CO_2menge so gross sein, dass sie unter dem Drucke einer Atmosphäre 53 Cubikcentimeter einnähme, da diese Menge unter dem Drucke von 380^{mm} gerade 106 Cubikcentimeter einnimmt. Wäre in einem anderen Falle die schliessliche CO_2spannung nur 190^{mm}, so wäre auch die absorbirt bleibende CO_2menge kleiner; denn unter dem geringeren Drucke 190^{mm} nimmt eine noch kleinere CO_2menge den Raum von 106 Cubikcentimeter ein, und zwar ist diese $\frac{19}{76}$ von der ursprünglich absorbirt gedachten, d. h. sie ist so gross, dass sie unter dem Drucke einer Atmosphäre den Raum von 26,5 Cubikcentimeter einnähme.

Sehr augenfällig nimmt man diese Erscheinung wahr, wenn man eine Flasche öffnet, welche ein moussirendes Getränk enthält. Unter dem Stöpsel enthielt nämlich die Flasche eine gewisse Menge Kohlensäure von hoher Spannung, mit welcher die in der Flüssigkeit absorbirte Kohlensäure im Gleichgewicht war. Nach Oeffnen des Stöpsels diffundirt die über dem Flüssigkeitsspiegel befindliche CO_2 heraus und ihre Spannung vermindert sich beträchtlich. Daher muss hier, wie in den soeben fingirten Beispielen, ein Theil der absorbirten CO_2 entweichen.

Das Entweichen eines absorbirten Gases geschieht bloss dann und 27
immer dann, wenn die Spannung dieses Gases, also im Beispiele die Kohlensäurespannung, in dem über der Flüssigkeit befindlichen freien Raume vermindert wird, ganz unabhängig davon, ob die Gesammtspannung der in jenem Raume enthaltenen Gase grösser oder kleiner geworden ist. Stellen wir uns wiederum 100 Cubikcentimeter Wasser vor, darüber einen geschlossenen Raum, gefüllt mit Kohlensäure, unter dem Drucke von 760^{mm}, dann muss (Gleichgewicht vorausgesetzt) das Wasser eine CO_2menge enthalten, die unter demselben Drucke 106 Cubikcentimeter einnimmt. Wäre der geschlossene Raum 106 Cubikcentimeter gross, so wäre gerade so viel freie CO_2 vorhanden als im Wasser diffundirte. Nun werde plötz-

lich dieser Raum seiner CO_2 vollständig beraubt, dafür aber Sauerstoff in ihn eingeführt unter der doppelten Spannung von 2 Atmosphären. Die totale Gasspannung über der Flüssigkeit hat sich also verdoppelt, gleichwohl hat dies für die im Wasser diffundirte CO_2 (weil die CO_2-spannung im oberen Raume Null geworden ist) dieselbe Wirkung, als wäre der Raum leer geworden, und zwar wird bei unserer Annahme über die Grösse dieses geschlossenen Raumes genau die Hälfte der absorbirt gewesenen CO_2 frei; denn diese Hälfte wird in dem 106 Cubikcentimeter grossen Raume die CO_2spannung einer halben Atmosphäre hervorbringen, und unter dieser halben Spannung würde auch die im Wasser zurückbleibende Hälfte 106 Cubikcentimeter einnehmen. Gleichzeitig geht nun aber jetzt Sauerstoff in das Wasser hinein (wenn es vorher davon ganz frei gewesen und nur Kohlensäure enthielt) und zwar gerade so viel, als hineingehen würde, ohne die gleichzeitige Anwesenheit von Kohlensäure, d. h. also eine Menge, die unter dem Drucke des frei zurückbleibenden Sauerstoffes einen Raum einnimmt gleich dem mit dem Absorptionscoefficienten des Sauerstoffes multiplicirten Wasservolum. In der Schilderung dieses Vorganges liegen, wie man ohne Weiteres sieht, zugleich die Grundsätze, nach denen die Absorption von Gasgemengen durch Wasser oder irgend eine andere Flüssigkeit zu beurtheilen ist; denn der schliessliche Gleichgewichtszustand, zu dem wir es in unserem Beispiele kommen sahen, würde ganz genau ebenso sich hergestellt haben, wenn man ganz gasfreiem Wasser von vornherein ein Gemenge von CO_2 und O in dem schliesslichen Mischungsverhältniss und unter dem schliesslichen Volum zur Absorption dargeboten hätte.

Wir fassen noch einmal die Behauptungen, welche der soeben gegebenen Schilderung zu Grunde liegen, in abstracto zusammen. Sie sind ursprünglich von Dalton aufgestellt und haben sich durch seine und Anderer Experimente bewahrheitet. Die Absorptionen beliebig vieler verschiedener Gasarten (natürlich müssen sämmtliche in das Experiment eingehende Körper unter den gegebenen Bedingungen chemisch indifferent gegen einander sein) stören sich gegenseitig nicht. Wasser (wie überhaupt jede Flüssigkeit) absorbirt also aus einem Gasgemenge die einzelnen Gase gerade in derselben Menge, in der jedes für sich unter dem Drucke, den es nach vollendeter Absorption in dem Gemenge ausübt, aufgenommen sein würde.

28 Es ist hiernach in jedem Falle leicht, die aus einem Gemenge absorbirten Antheile der einzelnen Gase zu berechnen, wenn man Volum und Mischungsverhältniss der Gase und ihre Absorptionscoefficienten sowie das Volum des anfangs gasfreien Wassers kennt. Für einen einfachen Fall mag noch die Rechnung beispielsweise hier durchgeführt werden. Wir wählen das Gasgemenge, welches die Atmosphäre darstellt, und untersuchen, wieviel ein der Einheit gleiches gasfreies Wasservolum vom O und vom N absorbirt, wenn es ins Freie gestellt wird. Die Masse der beiden Gase ist hier so gross, dass durch die ungleiche Absorption

Digitized by Google

ihr Verhältniss ungeändert bleibt, d. h. es muss nach wie vor die Spannung des Sauerstoffes und Stickstoffes im Freien über der Flüssigkeit dieselbe sein (was bei einem abgesperrten kleinen Gasvolum nicht der Fall sein würde). Sieht man von dem CO_2 und dem Wassergehalte der Atmosphäre ab, so enthält der Rest 21 Volumprocent Sauerstoff und 79 Volumprocent Stickstoff, d. h. der ganze in 100 Volumeinheiten Luft enthaltene Sauerstoff würde unter dem Gesammtdruck der wasser- und kohlensäurefreien Atmosphäre 21, der darin enthaltene Stickstoff unter demselben Gesammtdruck 79 Volumeinheiten füllen. In der Wirklichkeit füllt aber der Sauerstoff die 100 Volumeinheiten und übt also von dem eben erwähnten Gesammtdruck für sich $\frac{21}{100}$ aus; der Stickstoff, der gleichfalls die 100 Volumeinheiten ausfüllt, übt demnach die übrigen $\frac{79}{100}$ des Gesammtdruckes aus. Nimmt man den Gesammtdruck selbst als Einheit, so haben wir es zu thun mit Sauerstoff von dem Drucke 0,21, mit Stickstoff vom Drucke 0,79. Eine Volumeinheit Wassers nimmt nun bei einer Temperatur von 0^0 unter jedem Drucke 0,04114 Volumeinheiten O und 0,020346 Volumeinheiten N auf. Die 0,04114 Vol. O wurden in unserm Beispiel unter dem Drucke 0,21 aufgenommen; sie würden unter dem Drucke 1 nur 0,008623 Volumeinheiten einnehmen. Die gleichzeitig aufgenommenen 0,020346 Vol. N stehen aber unter dem Drucke 0,79; sie würden also, unter die Druckeinheit gebracht, 0,01608 Volumeinheiten einnehmen. Im Ganzen hat man also in der Volumeinheit Wasser ein Gasgemenge, das bei der Druckeinheit 0,024703 Raumeinheiten einnähme, und dessen Sauerstoffgehalt sich zu seinem Stickstoffgehalt, beide ebenfalls unter der Druckeinheit gemessen, dem Volum nach verhalten würde = 34,91 : 65,09.

Die von Bunsen in der angeführten Abhandlung mitgetheilten ge- 29
nauen Bestimmungen mehrerer Absorptionscoefficienten finden sich in Müller's Lehrbuch der Physik (Bd. I, S. 232) verzeichnet.

Ueber andere Flüssigkeiten als Wasser liegen nur die älteren Bestimmungen von Saussure vor, die übrigens in Ermangelung von neueren hier Platz finden mögen.

Digitized by Google

Bei 18° C. absorbirt 1 Volum	Vom specif. Gewicht.	Vol. CO_2.
Alkohol	0,803	2,60
Aether	0,727	2,17
Lavendelöl	0,88	1,91
Thymiânöl	0,89	1,88
Weingeist	0,84	1,87
Petroleum	0,784	1,69
Terpentinöl	0,86	1,66
Leinöl	0,94	1,56
Olivenöl	0,915	1,51
Wasser	1,000	1,06
Lösung von Salmiak	1,078	0,75
„ „ Alaun	1,047	0,70
„ „ $\dot{K}\ddot{S}$	1,077	0,62
„ „ Chlorkalium	1,168	0,61
„ „ $\dot{N}a\ddot{S}$	1,105	0,58
„ „ $\dot{K}\ddot{N}$	1,139	0,57
„ „ $\dot{N}a\ddot{N}$	1,206	0,45
„ „ Schwefelsäure	1,84	0,45
„ „ Weinsäure	1,285	0,41
„ „ Chlornatrium	1,212	0,329
„ „ Chlorcalcium	1,402	0,261

Gasvolum absorbirt von 1 Volum der Flüssigkeiten.	Wasser.	Farbloses Petroleum von 0,784 specif. Gew.	Lavendelöl von 0,88 specif. Gew.	Olivenöl.	Gesättigte Lösung von Chlorkalium.
Oelbildendes Gas	0,155	2,61	2,09	1,22	0,10
Stickstoffoxydulgas	0,760	2,54	2,75	1,50	0,29
Kohlensäuregas	1,060	1,69	1,91	1,51	0,61

Es absorbirt bei 18° C. von	Ein Vol. luftleeren Wassers.	Ein Vol. luftleeren Alkohols, specif. Gew. 0,84.
Schwefligsaurem Gas	43,78 Vol.	115,77 Vol.
Schwefelwasserstoffgas	2,53 „	6,06 „
Kohlensäuregas	1,06 „	1,86 „
Stickstoffoxydulgas	0,76 „	1,53 „
Oelbildendem Gas	0,175 „	1,27 „
Sauerstoffgas	0,065 „	0,1625 „
Kohlenoxydgas	0,062 „	0,145 „
Wasserstoffgas	0,046 „	0,051 „
Stickstoffgas	0,012 „	0,042 „

Die vorstehend entwickelten Gesetze gelten nicht für alle Combi- 30
nationen einer beliebigen Flüssigkeit und eines beliebigen Gases. Es giebt vielmehr Combinationen, bei denen ein Theil der absorbirten Gasmenge (dem Gewicht nach) von dem Drucke der über der Flüssigkeit stehenden Gasatmosphäre unabhängig ist. Es gehören hierher namentlich die Combinationen, bei denen die im Ganzen absorbirten Gasmengen sehr gross sind, so z. B. Wasser und Chlorwasserstoffgas, oder Ammoniakgas u. s. w. Es gehört hierher aber namentlich auch Blut und Sauerstoff. Es sollen daher die Gesetze dieser Art von Absorption noch etwas näher auseinandergesetzt werden. Wenn in einem solchen Falle die in der Flüssigkeit absorbirte Gasmenge vollständig bekannt sein soll, so müssen wir ausser dem Volum der Flüssigkeit und dem Drucke der darüber stehenden Gasatmosphäre zwei constante Coefficienten kennen. Der eine drückt aus, wie viel von dem Gase die Volumeinheit der Flüssigkeit unabhängig vom Drucke absorbirt hält, der andere, wie viel sie noch dazu absorbirt, wenn eine Atmosphäre des Gases mit der Spannung von 1^m Quecksilberhöhe darüber steht; selbstverständlich sind die beiden definirten Coefficienten noch von der Temperatur abhängig. Man pflegt diese Grössen anzugeben in Volumeinheiten und zwar so, dass man angiebt, welches Volum die betreffende Gasmenge bei 1^m Quecksilberdruck und 0^0 Temperatur einnehmen würde. Hat man die Werthe dieser beiden Grössen für die betreffende Combination, so kann man im einzelnen Falle, wenn das Volum der absorbirenden Flüssigkeit und die Spannung des Gases darüber (ausgedrückt in Metern Quecksilber) gegeben ist, leicht berechnen, welche Menge des Gases absorbirt sein muss. Fingiren wir ein Beispiel: der erste Coefficient sei 127, d. h. ein Cubikcentimeter der Flüssigkeit nehme von dem betreffenden Gase unabhängig vom Drucke eine Menge auf, die bei 1^m Quecksilberdruck und 0^0 Temperatur 127 Cubikcentimeter füllt, der andere Coefficient sei 18, d. h. wenn eine Atmosphäre des Gases

von 1^m Spannung über der Flüssigkeit steht, so absorbirt jedes Cubikcentimeter derselben noch 18 Cubikcentimeter mehr. Nun sei ein Flüssigkeitsquantum von 16 Cubikcentimetern gegeben und darüber eine Atmosphäre des Gases von 0,4 Meter Spannung, dann ist die aufgenommene Gasmenge $16 \times 127 + 16 \times 18 \times 0{,}4 = 2147{,}2$, d. h. eine Menge, welche bei 1^m Quecksilberdruck und 0^0 Temptratur 2147,2 Cubikcentimeter einnimmt. Stände eine Atmosphäre von $1{,}5^m$ Spannung über den 16 Cubikcentimetern Flüssigkeit, so würden dieselben aufnehmen $16 \times 127 + 16 \times 18 \times 1{,}5 = 2464$. Mit einem Worte, um die gesammte absorbirte Gasmenge zu erhalten, müssen wir den ersten (vom Drucke unabhängigen) Absorptionscoefficienten mit dem Volum der Flüssigkeit multipliciren und zu diesem Producte addiren ein Product aus drei Factoren, nämlich dem Volum der Flüssigkeit, dem Druck der überstehenden Gasatmosphäre und dem zweiten vom Drucke abhängigen Absorptionscoefficienten.

Die vom Drucke unabhängige absorbirte Gasmenge verlässt übrigens die Flüssigkeit auch noch, wenn über derselben gar keine Atmosphäre des betreffenden Gases befindlich ist. Dieser Umstand kann nicht Wunder nehmen. Er ist zu vergleichen mit der gewöhnlichen Verdampfung der Flüssigkeiten. Wir können uns denken, dass von einem Körper der fraglichen Art, z. B. von Ammoniak, in einem Cubikcentimeter, in welchem Wasser enthalten ist, ein gewisses Quantum unabhängig vom Ammoniakdrucke darüber als Liquidum vorhanden ist. Wenn nun aber gar kein Ammoniak mehr darüber steht, so verdampft allmälig das flüssige Ammoniak, wie ja auch das Wasser selbst verdampfen würde, wenn fortwährend alles Wassergas aus der darüberstehenden Atmosphäre weggenommen würde.

Drittes Kapitel.

Hydrodiffusion.

31 Der Vorgang des Ineinanderströmens, welcher bei Gasen ausnahmslos jedesmal eintritt, die beiden in Berührung gebrachten Gasarten mögen sein welche sie wollen, dieser Vorgang kann bei Flüssigkeiten, welche sich berühren, auch eintreten, er ist aber nicht durch die Natur des flüssigen Aggregatzustandes an sich schon nothwendig begründet. Es giebt vielmehr zahlreiche Combinationen von Flüssigkeiten, welche unbegrenzte Zeit miteinander in Berührung sein können, ohne dass auch nur ein Atom der einen in den von der anderen eingenommenen Raum überginge. Giesst man beispielsweise Wasser auf Quecksilber oder Oel auf Wasser, so bleiben die beiden Flüssigkeiten vollständig getrennt, ja sie trennen sich sogar wieder, wenn man sie mechanisch mengt.

Andere Flüssigkeiten diffundiren ineinander. Giesst man z. B. Alkohol vorsichtig über Wasser, so treten allmälig immer mehr Alkoholtheilchen trotz ihres geringeren specifischen Gewichtes hinunter in den vom Wasser eingenommenen Raum und eine entsprechende Menge Wassers geht hinauf; dieser Process, den wir als „Hydrodiffusion“ bezeichnen wollen, steht nicht eher still, als bis in dem ganzen von den beiden Flüssigkeiten eingenommenen Raume jede derselben gleichmässig verbreitet ist, d. h. bis ein überall gleichmässiges Gemisch entstanden ist. So verhält sich jede Zusammenstellung zweier Flüssigkeiten, die überhaupt mischbar sind.

Man hat besonders solche Fälle genauer untersucht, wo die eine 32
Flüssigkeit eine Salzlösung, die andere das reine Lösungsmittel ist. Der Verfasser selbst hat Untersuchungen derart angestellt mit Kochsalz und Wasser. Diese haben ergeben, dass die Verbreitung — Diffusion — eines Salzes in einem Lösungsmittel genau nach demselben Gesetze vor sich geht, nach welchem sich die Wärme in einem Leiter verbreitet, welches Grundgesetz auch Ohm in seiner berühmten Abhandlung der Betrachtung des elektrischen Stromes zu Grunde legt. Um das Grundgesetz anschaulich zu formuliren, müssen wir, auf die volle Allgemeinheit verzichtend, einige besondere Bedingungen festsetzen, die übrigens in Versuchen auch allemal erfüllt sein müssen, wenn die Diffusion ungestört beobachtet werden soll. Es muss nämlich offenbar stets in einer wagerechten Schicht dieselbe Dichtigkeit der Lösung statthaben, denn sowie diese Bedingung nicht erfüllt wäre, so würden auch Theile von verschiedenem specifischen Gewichte in einer wagerechten Schicht sich befinden, und sofort würde die Schwere Massenströmungen in Bewegung setzen, deren Erfolg sich mit dem Erfolge der Molekularströmungen zusammensetzte, und es käme somit der letztere nicht rein zum Vorschein. Diese eine Bedingung genügt aber nicht, denn wenn die Schwere keine Massenströmungen veranlassen soll, so müssen von unten nach oben Schichten von immer geringerem specifischen Gewichte aufeinander folgen. Denken wir uns jetzt eine Flüssigkeitsmasse bestehend aus Salz und Wasser in einem beliebig gestalteten Gefässe. Die Concentration der Lösung soll in jeder wagerechten Schicht überall gleich, aber in verschiedenen Schichten verschieden sein, so jedoch, dass nie eine höher gelegene Schicht concentrirter als irgend eine tiefer liegende ist. Die Schwere für sich wird jetzt diese Flüssigkeitsmasse vollkommen in Ruhe lassen, und wir haben Gelegenheit, die Bewegungen ungestört zu beobachten, welche die Molekularkräfte allein hervorbringen. Es fragt sich nun, welches Gesetz die Salzmenge bestimmt, die an irgend einer Stelle den Querschnitt der Flüssigkeitsmasse von unten nach oben passirt. In der That werden ja die Molekularkräfte, da sie die Concentrationsdifferenzen auszugleichen streben, unter den von uns gesetzten Bedingungen Salz nur nach oben und Wasser nur nach unten befördern. Um das Gesetz zu verstehen, muss man sich zunächst eine Grösse klar machen, die für jeden wagerechten

Querschnitt unserer Flüssigkeitsmasse einen besondern Werth haben kann. Ich will diese Grösse bezeichnen als die „Concentrationsabnahme von unten nach oben". Dass eine solche überall stattfinden müsse, liegt in den gesetzten Bedingungen, es lässt sich dieselbe aber auch numerisch angehen. Betrachten wir nämlich zwei sehr nahe übereinanderliegende Querschnitte, so wird im Bereiche des oberen eine gewisse Concentration statthaben, die um ein sehr Geringes kleiner ist als die im Bereiche des unteren Querschnittes statthabende Concentration. Setzen wir nun für die Entfernung zweier Querschnitte voneinander eine sehr kleine Einheit, z. B. 1^{mm} fest, so können wir die Concentrationsabnahme in irgend einer Höhe definiren als diejenige Differenz der Concentrationen, welche zwei in dieser Höhe liegende und 1^{mm} voneinander entfernte Querschnitte zeigen.

Das Grundgesetz der Diffusion lässt sich jetzt so aussprechen: Durch die Flächeneinheit eines in bestimmter Höhe gelegenen wagerechten Querschnittes wandert in der (sehr klein anzunehmenden) Zeiteinheit aufwärts eine Salzmenge, gleich dem Producte aus der für die in Rede stehende Höhe gültigen Concentrationsabnahme und einem gewissen constanten Factor, welcher nur noch von der Natur des betrachteten Salzes, der Natur des Lösungsmittels und der Temperatur abhängt. Dieser constante Factor ist also für jede Combination eines Salzes und Lösungsmittels eine charakteristische Grösse, die wir die Diffusionsconstante nennen können.

33 Man sieht leicht, dass die Diffusion, wenn sie diesem Gesetze folgt, in der That in jeder endlich begrenzten Flüssigkeitsmasse zur schliesslichen Ausgleichung aller Concentrationsdifferenzen führen müsse, denn es wird stets Salz von Punkten höherer zu Punkten niederer Concentration geführt, so dass die Differenz zwischen den Concentrationen der beiden Punkte geringer wird; dadurch wird aber auch die Concentrationsabnahme von einem Punkte nach dem anderen hin kleiner, und folglich dem Gesetze gemäss der Strom schwächer. Die vollständige Ausgleichung aller Differenzen würde demnach erst nach unendlicher Zeit erfolgen, aber factisch wird der schliessliche Gleichgewichtszustand doch schon nach endlicher Zeit merklich erreicht, und zwar offenbar um so bälder, je grösser die Diffusionsconstante ist.

Man kann nach dem Obigen die Diffusionsconstante, sie mag mit C bezeichnet werden, besonders definiren als diejenige Salzmenge, welche während einer beliebig gewählten Zeiteinheit die Einheit des Querschnittes passirt, wenn in der Gegend dieses Querschnittes während der ganzen Zeiteinheit die Concentrationsabnahme constant der Einheit gleich war.

34 Um die Diffusionsconstante C für ein gewisses Salz und Lösungsmittel experimentell zu bestimmen, ist es am einfachsten folgendermaassen zu verfahren. Man kittet eine Röhre von bekanntem überall gleichen Querschnitt auf ein mit dem Salze gefülltes Gefäss. In das Rohr giesst man Wasser (oder allgemein das Lösungsmittel), das Ganze stellt man in ein grosses Reservoir mit Wasser. Hat dieser Apparat vorläufig einige Zeit gestanden, so stellt sich in dem Rohre ein stationärer Zustand her,

Digitized by Google

für welchen die Concentrationsabnahme in dem Rohre von Millimeter zu Millimeter gleich ist, weil stets am unteren Ende, wo das feste Salz liegt, die Lösung absolut gesättigt und am oberen Ende, wo das Rohr in die verhältnissmässig grosse Wassermasse ausmündet, die Concentration merklich gleich Null ist. Man kann also für diesen Zustand leicht den Werth der im Rohre überall constanten Concentrationsabnahme berechnen. Nun hat man nur noch durch irgend eine chemische Methode zu bestimmen, wie viel Salz in einer gegebenen Zeit aus dem Rohre in die umgebende Wassermasse übertritt. Diese Menge, dividirt durch den bestimmten Werth der Concentrationsabnahme, durch die Grösse des Röhrenquerschnittes und durch die Zeit, ist die Diffusionsconstante.

Solche Versuche habe ich mit Kochsalz und Wasser angestellt*), und 35
zwar wurden je drei Röhren gleichzeitig aufgestellt, so dass sich die Versuche gegenseitig controlirten, denn es muss sich für jede Röhre bei gleicher Temperatur dieselbe Diffusionsconstante ergeben. Die der Berechnung zu Grunde gelegten Einheiten sind: Zeiteinheit = 24 Stunden, Querschnittseinheit = Oberfläche eines Kreises von 10^{mm} Radius; Einheit der Concentrationsabnahme ist diejenige, bei welcher die Concentration im Spatium eines Millimeters von vollkommener Sättigung bis Null abnähme. Die auf umstehender Seite folgende Tabelle lässt sehen, mit welchem Grade von Genauigkeit die einander controlirenden Versuche zusammenstimmen.

Temperatur während des Processes.	Diffusionsconstante, berechnet aus der Salzmenge, welche lieferte		
	das längste Rohr	das mittlere Rohr	das kürzeste Rohr
15,8 bis 14,8	9,67	9,7	9,3
15,5 „ 16	—	9,57	—
16 „ 16,5	—	9,94	—
17,5 „ 18,5	10,79	—	—
18 „ 19	10,71	11,08	10,50
20	11,11	—	11,02
19 „ 22	11,44	11,33	—
20 „ 21	11,89	—	11,12

*) A. Fick: Ueber Diffusion. Pogg. Ann. Januar 1855.

Man sieht aus dieser Tabelle ferner, dass die Diffusionsconstante sehr rasch mit der Temperatur wächst. Es versteht sich wohl von selbst, dass die hier zunächst für Salzlösungen abgeleiteten Sätze mit leichter Modification des Ausdruckes beliebige Combinationen mischbarer Flüssigkeiten, z. B. Alkohol und Wasser, übertragen werden können.

36 Die Constante C, welche aus Versuchen von der soeben beschriebenen Anordnung am bequemsten gefolgert werden kann, ist die einzige für eine gegebene Körpercombination und Temperatur wirklich constante, also von allen anderen Bedingungen unabhängige Grösse, die man also passenderweise das „Maass der Diffusibilität" der betreffenden Körpercombination bei der betreffenden Temperatur nennen könnte. Graham ist in seiner sehr bekannt gewordenen Arbeit*) über den Gegenstand, der uns hier beschäftigt, nicht bis zu dieser Zergliederung des Processes vorgegangen; er will das Mass der „Diffusibilität" aus anderen Versuchen unmittelbar herleiten, die nach folgendem Plane angestellt waren: Er füllt gleich grosse, gleich gestaltete Flaschen mit den Lösungen der zu prüfenden Körper bis an den Hals (der 1,25 engl. Zoll Durchmesser hatte). Der Hals selbst wurde noch mit reinem Wasser gefüllt und dann das ganze Gefäss in ein Wasserbehälter eingesenkt; er bestimmte die Menge des gelösten Körpers, welche nach Verlauf von 27 Tagen aus der Flasche in das Wasser des Behälters diffundirt war. Er glaubte in den so gewonnenen Zahlen das Maass der Diffusibilität gefunden zu haben. Nach den hier voraufgeschickten Erörterungen darf man aber keineswegs erwarten, dass diese Zahlen unserm C proportional ausfallen müssten. Es entsteht nämlich offenbar in dem Halse der Flaschen nicht ein stationärer Diffusionsstrom, sondern ein Process, der sehr schwer analytisch zu erörtern wäre. Diese Zahlen sind aber dennoch sehr interessant, indem sie wenigstens mit der Diffusibilität gleichzeitig wachsen, wenn auch nicht proportional, so dass ein in Graham's Versuchen mit einer grösseren Zahl bezeichneter Körper jedesfalls diffusibeler ist, als ein mit einer kleineren bezeichneter. Ich werde deshalb die numerischen Resultate Graham's hier mittheilen, um so mehr, als eine vergleichende Uebersicht verschiedener Körper auf einem anderen Wege noch nicht gewonnen ist.

*) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. 77, S. 56, nebst Fortsetzung in demselben Bande.

Lösung von 20 Thln. wasserfreien Salzes auf 100 Thle Wasser.	Specif. Gewicht der Lösung.	Während 8 Tage diffundirte Menge in Grains.
Chlornatrium	1,1265	58,5
	1,1265	58,87
Schwefelsaure Magnesia	1,185	27,42
Salpetersaures Natron	1,120	52,1
	1,120	51,02
Schwefelsäurehydrat	1,108	68,79
	1,108	69,86
Rohrzucker	1,070	27,74
Geschmolzener Rohrzucker	1,066	26,21
Stärkezucker	1,061	26,94
Syrup von Rohrzucker	1,069	32,55
Gummi arabicum	1,060	13,24
Albumin	1,053	3,08

Die Temperatur bei allen Versuchen hielt sich zwischen den Grenzen von 15,5° und 17,0°. Das Diffusionsvermögen von Albumin wird durch Zusatz von Essigsäure etwas erhöht. Eine Znmischung von Eiweiss vermindert das Diffusionsvermögen von Salzen nicht, ebensowenig das des Harnstoffes, welches übrigens dem des Chlornatrinms sehr nahe steht.

Sehr bemerkenswerthe Versuche stellte Graham noch an mit Mischun- 37
gen verschiedener Salzlösungen, die er, unter Beibehaltung aller sonstigen Anordnungen, in seine Flaschen füllte und diffundiren liess. Es fand sich nämlich, dass durch die gleichzeitige Anwesenheit des anderen Salzes die Diffusibilität des weniger löslichen vermindert wurde. Wurde doppeltschwefelsaures Kali in die Flasche gefüllt, so diffundirte nicht bloss dieses Salz heraus, sondern auch noch freie Schwefelsäure, so dass also ein Theil dieses Salzes durch die Diffusion zersetzt wurde. Ebenso wird der Alaun unter diesen Bedingungen theilweise zersetzt, indem mehr schwefelsaures Kali in das umgebende Wasser diffundirt, als mit der gleichzeitig diffundirenden schwefelsauren Thonerde zusammen Alaun bildet. Mischte Graham schwefelsaures Kali (in sehr verdünnter Lösung, damit nicht unmittelbar Fällung entsteht), Chlorkalium oder Chlornatrium mit Kalkwasser und liess die Mischung gegen Kalkwasser diffnndiren, so diffundirten die freien Alkalien und die Säure verband sich mit dem Kalke, der niederfiel, wenn es Schwefelsäure war.

Es scheint noch aus Graham's Versnchen hervorzugehen, dass schwache Diffnsionsströme einander ohne Störung durchkreuzen können; denn es fand sich, dass die Diffusion einer 4procentigen Lösung von kohlensaurem Natron genau in derselben Weise vorging, mochte die umge-

hende Flüssigkeit reines Wasser oder eine 4procentige Lösnng von Chlornatrium sein. Auch hei einigen anderen Combinationen zweier Salze wurde dasselbe Verhalten beobachtet.

Viertes Kapitel.

Imbibition.

38 In gewissen Fällen dringen Flüssigkeiten anch in den von festen Körpern eingenommenen Raum ein. Man kann diese Erscheinungen ganz im Allgemeinen mit dem Ausdrucke Imbibition bezeichnen. Es giebt aber offenbar sehr wesentlich verschiedene Arten der Imbibition. Es giebt nämlich erstens Körper, deren gröbere Theile durch Lückensysteme getrennt sind, welche stets audere Stoffe enthalten. Ein Badeschwamm ist ein Beispiel. Bei anderen Körpern derart sind die Lücken nicht so gross, aber doch immerhin von bestimmbarer Ausdehnung, z. B. bei porösem Thon, und es trifft auch hier wieder die Hanptbestimmnng zu, dass die fraglichen Lücken regelmässig mit einem anderen Stoffe (meist mit Luft) ausgefüllt sind. In solche Lücken kann nnn eiue Flüssigkeit eindringen. Es hleiben aber dann in dem betreffenden Raume nebeneinander endliche Massen von Wasser nnd Massen von Thon, oder wie sonst der poröse Körper und die Flüssigkeit heissen möge. Die das feste Gerüste bildenden Thonmassen werden durch das Eindringen von Wasser nicht im Mindesten geändert. Die Kräfte, welche hier dio Flüssigkeit in die Lücken des festen Körpers einsaugen, sind dieselben, welche die Erscheinungen der Capillarität bedingen. Wir können daher den in Rede stehenden Vorgang im Besondern als *capillăre* Imbibition bezeichnen. Man kann aus jedem beliebigen festen Stoffe, selbst aus Metallen, ans Glas und aus Krystallen, Körper herstellen, die der capillären Imbihition fähig sind. Man muss nur dem Körper ein schwammigos, feinporiges Gefüge geben.

39 Ein durchaus anderer Vorgang ist das eigentlich *molekuläre* Eindringen von Flüssigkeiten in feste Körper, das man auch wohl mit dem Worte „*Quellung*“ bezeichnet. Ein ausgezeichnetes Beispiel hierfür bietet das Aufqnéllen eines trocknen Leimstückes in kaltem Wasser. Der wesentliche Unterschied zwischen diesem Vorgange und der capillären Imbihition zeigt sich sehr deutlich darin, dass heim Anfquellen des Leims nicht etwa Luft aus dem Leime verdrängt wird, wie dies sichtlich der Fall ist, wenn man ein Stück porösen Thones in Wasser wirft. Das in den Leim eindringende Wasser findet nicht schon leere oder mit Lnft gefüllte Lücken zwischen starren Massen vor, sondern die Wassermoleküle lagern sich zwischen die Leimmoleküle ein, daher auch im Allgemeinen

Digitized by Google

eine entsprechende Volumzunahme eintritt. Das Resultat des Processes ist gleichsam ein neuer Körper, ein neues Molekularaggregat ähnlicher Art wie eine Lösung. Diese Erscheinung können daher auch nicht alle festen Stoffe zeigen. Es ist z. B. nicht möglich, Metalle, Glas, krystallinische Stoffe mit Wasser zu tränken. Der Stoff muss eben „quellungsfähig" sein.

Für Wasser und wässerige Lösungen sind hauptsächlich die nicht krystallisirten organischen Stoffe quellungsfähig, insbesondere Leim, geronnenes Eiweiss und dergleichen. Die Quellungsfähigkeit dieser Stoffe ist eine der Grundbedingungen des organischen Lebens, denn sie bilden im gequollenen Zustande eben jene halbfesten, weichen Gebilde, an deren Existenz alles organische Leben geknüpft ist. Besonders untersucht hat man auf ihre Quellungsfähigkeit die aus leimgebender Substanz gebildeten thierischen Membranen, wie die Harnblase, den Herzbeutel etc. Uebrigens fehlt bei diesen Körpern wahrscheinlich nicht gänzlich die capilläre Imbibition, jedoch dürfte sie gegen die eigentliche Quellung bedeutend zurücktreten.

Die bis jetzt über Quellung angestellten Untersuchungen beziehen 40
sich vorzugsweise auf Kochsalzlösungen und Lösungen von schwefelsaurem Natron. Ein erster wichtiger Satz, der sich dabei herausgestellt hat, ist dieser: Die oben bezeichneten thierischen Membranen quellen in reinem Wasser stärker auf als in Salzlösungen und in diesen um so stärker, je verdünnter sie sind. So fand Liebig, dass 100 Gewichtstheile trockner Ochsenharnblase aufnehmen von reinem Wasser 310 Gewichtstheile, von 9 procentiger Kochsalzlösung 288 Theile, von 13,5 procentiger 235 Theile, von 18 procentiger 219 Theile. Die von einer Gewichtseinheit des quellungsfähigen Körpers aufgenommene Flüssigkeitsmenge kann man zweckmässig das Quellungsverhältniss nennen. Cloëtta fand nun das Quellungsverhältniss des Ochsenherzbeutels für 5,4 procentige Kochsalzlösung = 1,35, für 24,3 procentige = 1,01, ferner für 3,5 procentige Glaubersalzlösung = 1,15, für 11,7 procentige Lösung desselben Salzes = 0,86.

Die Untersuchungen von Ludwig und Cloëtta haben ferner ergeben: Bei der Imbibition einer Salzlösung geht immer verhältnissmässig mehr Wasser als Salz in den festen Körper hinein. Presst man indessen von der imbibirten Lösung wieder etwas heraus, so bekommt man eine Lösung von der Dichtheit der ursprünglich angewandten. Dieser Umstand deutet darauf, dass in den Poren*) des quellungsfähigen Körpers nicht überall Lösung von gleicher Dichtheit befindlich ist, und dass die Partien von grösster Dichtheit am leichtesten mechanisch auszutreiben sind. Aehnliche Verhältnisse zwichen der Concentration der imbibirten Lösung zu der der umspülenden haben sich gefunden, wenn die letztere zwei Salze enthielt. Die wichtigsten Resultate der Untersuchungen von Ludwig und von Cloëtta sind in nachstehenden beiden Tabellen verzeichnet.

*) Seien dies nun die eigentlichen Molekularinterstitien oder capilläre Poren.

Tab. I.

Versuche mit Kochsalz:

Procentgehalt der umspülenden Lösung.	Procentgehalt der im gequollenen Körper enthaltenen Lösung.	Versuchsdauer in Stunden.	Temperatur nach Réaumur.	Verhältniss der Dichtheiten der äusseren und inneren Flüssigkeit.
24,002	20,022	76	10 bis 14°	0,83
24,288	20,427	78	12 „ 15°	0,84
6,005	4,679	48	9 „ 14°	0,77
5,540	4,545	76	9 „ 15°	0,82
5,493	4,512	76	10 „ 15°	0,82

Versuche mit Glaubersalz:

11,692	4,623	70	8 bis 13°	0,39
6,500	3,578	70	10 „ 16°	0,55
4,831	2,744	48	10 „ 13°	0,56
4,803	2,755	48	8 „ 12°	0,57

Tab. II.

Procentgehalt der äusseren Flüssigkeit.	Procentgehalt der inneren Flüssigkeit.	Versuchsdauer.	Temperatur nach Réaumur.	Dichtheit der inneren Flüssigkeit, die der äusseren = 1 gesetzt.	Verhältniss des imbibirten $\dot{N}a\,\ddot{S}$ zum Na Chl. Na Chl. = 100.
10,810 { 7,838 Na Chl 2,972 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	7,708 { 6,629 Na Chl 1,079 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	72	10bis13°	0,71	38
10,817 { 7,832 Na Chl 2,985 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	7,856 { 6,776 Na Chl 1,079 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	72	10 „ 15°	0,72	38
15,636 { 10,514 Na Chl 5,122 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	10,904 { 9,073 Na Chl 1,841 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	48	11 „ 14°	0,69	48
10,799 { 5,813 Na Chl 4,968 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	7,030 { 4,646 Na Chl 2,384 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	48	9 „ 12°	0,65	85
9,930 { 5,312 Na Chl 4,618 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	6,275 { 4,093 Na Chl 2,182 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	46	10 „ 13°	0,63	86
10,026 { 5,326 Na Chl 4,700 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	6,510 { 4,295 Na Chl 2,215 $\dot{N}a\,\ddot{S}$	48	9 „ 13°	0,64	88

diesseits schaffte. Man wird leicht dies Beispiel für einen beliebigen Werth der Concentration verallgemeinern.

Bis hierher wäre die Betrachtung des Vorganges der des Gasanstausches ganz analog. Ganz so einfach ist er aber sicher nicht, da die Flüssigkeitsmoleküle nicht wie die Gasmoleküle ganz frei im Raume umherfliegen und nur beim Anstossen an andere oder an die Wände Wirkungen der Molekularkräfte erfahren. Es müssen vielmehr die Molekularkräfte der Scheidewand in den Vorgang mächtig eingreifen, diese können namentlich offenbar dem Durchgange gewisser Stoffe besondere Widerstände entgegenstellen, so dass die durchgehenden Mengen nicht den Geschwindigkeiten der Molekularbewegung für verschiedene Stoffe genau proportional zu sein brauchen, wie dies bei den Gasen der Fall ist. Was mir besonders für die soeben entwickelte Anschauungsweise zu sprechen scheint, ist der ausserordentliche Einfluss der Temperatur auf alle endosmotische Ströme, der von allen Forschern beobachtet ist. Mehr ins Einzelne gehende Folgerungen lassen sich fürs Erste aus dieser Theorie noch nicht ziehen, wir haben daher jetzt die experimentell ermittelten Erscheinungen einfach als solche aufzuzählen.

Versuche über die reine Porendiffusion sind von verschiedenen For- 46
schern angestellt mit Thonscheidewänden, einem Material, das ganz offenbar nicht quellungsfähig ist, sondern nur vermöge capillärer Poren wässerigen Flüssigkeiten Durchgang verstattet. Diese Versuche haben aber nicht sehr constante Resultate ergeben. Ich*) habe selbst einige hierher gehörige Versuchsreihen gemacht über den Austausch zwischen Kochsalzlösungen und reinem Wasser durch Thonscheidewände. Es war dabei hauptsächlich darauf abgesehen, den Einfluss der Concentration**) kennen zu lernen. Es fand sich die Stärke des Salzstromes der Concentration sehr genau proportional, so dass ganz allgemein unter sonst gleichen Bedingungen von einer doppelt so concentrirten Lösung doppelt, von einer dreimal so concentrirten Lösung dreimal soviel etc. Salz zu reinem Wasser übergeht. Der gleichzeitig in entgegengesetztem Sinne durch die Scheidewand gehende Wasserstrom war aber in diesen Versuchen keineswegs der Concentration proportional. Er war nämlich bei äusserst geringen Werthen der Concentration stärker als bei etwas höheren und erreichte beim Werthe 0,03 (3 Proc.) der Concentration ein Minimum. Für höhere Concentrationen wurde der Wasserstrom wieder stärker und das Verhältniss seiner Stärke zur Concentration näherte sich für die höchsten Werthe der letzteren gleichfalls der Proportionalität. Spuren dieser sonderbaren Abhängigkeit des Wasserstromes von den Concentrationen scheinen auch von anderen Forschern, namentlich von Graham, gesehen zu sein. Die a. umst. Seite folgende Tabelle giebt die Belege zu den ausgesprochenen Sätzen.

*) A. Fick über Endosmose, Moleschott's Untersuchungen Bd. III, S. 294. —
**) Unter Concentration einer Lösung soll hier stets derjenige echte Bruch verstanden sein, dessen Zähler die Salzmenge, dessen Nenner die Gesammtmenge der Lösung ist.

Ueber die reine Endosmose im Sinne der obigen Definition, d. h. 47
über die wahre Molekularendosmose, sollte man eigentlich nur mit absolut structurlosen Scheidewänden Versuche anstellen. Ein sehr geeignetes Material dafür bildet das Collodium. Es sind jedoch mit diesem Stoffe erst wenige Untersuchungen angestellt. Nach meinen eigenen Versuchen*) kann ich folgende Sätze aufstellen: Wenn eine Salzlösung mit reinem Wasser durch eine sehr dünne Collodiumhaut in endosmotischen Verkehr tritt, so ist die Stärke des zur Lösung gehenden Wasserstromes der Concentration dieser Lösung nahezu proportional, für sehr hohe Werthe der Concentration ist jedoch der Wasserstrom meist schwächer als die Proportionalität verlangen würde.

Die Stärke des zum Wasser gehenden Salzstromes scheint im Allgemeinen langsamer zu wachsen als die Concentration, so dass z. B. bei doppelter Concentration der Salzstrom nicht ganz doppelt so stark ausfällt, bei dreifacher Concentration nicht ganz dreimal so stark etc. Sehr genau konnte das Verhalten des Salzstromes in meinen Versuchen nicht bestimmt werden wegen folgendes theoretisch vielleicht sehr bedeutsamen Umstandes. Die Membranen werden nämlich im Laufe der Versuchsreihen für Salz allmälig immer mehr durchgängig, während merkwürdigerweise ihre Durchgängigkeit für Wasser völlig constant blieb. Wurde also z. B. mit derselben Concentration wie zu Anfang 14 Tage später (während welcher Zeit die Membran dauernd mit Salzlösung in Berührung war) ein Versuch angestellt, so erhielt man zwar einen ebenso starken Wasserstrom wie im ersten Versuche, aber einen viel stärkeren Salzstrom. Um also die Abhängigkeit der Salzstromstärke von der Concentration allein zu untersuchen, muss man zu verschiedenen Zeiten angestellte Versuche auf denselben Zustand der Membran reduciren, was nur durch ziemlich ungenaue Interpolationsrechnungen möglich ist, da bei der Gebrechlichkeit des Materiales immer nur eine sehr beschränkte Anzahl von Versuchen mit derselben Membran angestellt werden kann. Wenn die vorstehenden Sätze richtig sind, so kann das Verhältniss der übergehenden Wassermenge zu der gleichzeitig übergehenden Salzmenge kein für jedes Salz constantes sein. Man bezeichnet dies Verhältniss als das endosmotische Aequivalent. Es wird für Kochsalz nach den vorstehenden Sätzen um so grösser je höher die Concentration. Dieser Satz kann aber nicht ohne Weiteres auf andere Salze ausgedehnt werden. In der That hat Schumacher**), der gleichfalls mit Collodiumhäuten experimentirte, gefunden, dass bei einigen Säuren: Oxalsäure, Schwefelsäure, das endosmotische Aequivalent $\left(\frac{\text{Wasser}}{\text{Salz}}\right)$ mit wachsender Concentration abnimmt.

*) A. a. O. — **) Pogg. Ann. Bd. 10, S. 337.

Fünftes Kapitel.

Filtration.

Wenn ein imbibitionsfähiger Körper eine Scheidewand bildet zwi- 41
schen Flüssigkeitsmengen, welche unter verschiedenem Drucke stehen, so wird offenbar ein Strom entstehen müssen von dem Orte höheres zu dem Orte niederes Druckes. Diese Erscheinung nennt man Filtration. Obgleich die bewegende Kraft hier eine mechanische im engeren Sinne des Wortes ist, so gehört die Filtration dennoch in die Molekularphysik, weil die Molekularkräfte, welche zwischen den Theilchen des festen Körpers und der filtrirenden Flüssigkeit wirksam sind, entschieden in den Vorgang eingreifen, namentlich dann, wenn die Scheidewand nicht capilläre Poren besitzt, sondern vermöge ihrer Quellungsfähigkeit der Flüssigkeit den Durchgang verstattet. Dass im Allgemeinen der Filtrationsstrom nicht eher stillstehen kann, als bis die hydrostatische Druckdifferenz vollständig ausgeglichen ist, ist der erste hier gültige Grundsatz, der sich leicht begreift.

Der für die Physiologie so ausserordentlich wichtige Vorgang der 42
Filtration ist noch sehr wenig untersucht. Einige dieser Untersuchungen, namentlich die von Ludwig über Filtration des Blutserums durch Capillargefässwände angestellten, gehören schon ganz dem engeren Gebiete der Physiologie an. Ihre Resultate finden eine bedeutende Stütze in einer vom rein physikalischen Gesichtspunkte aus unternommenen Untersuchung von W. Schmidt*) über Filtration verschiedener Lösungen durch Ochsenherzbeutel. Die angewandten Flüssigkeiten waren wässerige Lösungen von Gummi, Hühnereiweiss, Kochsalz, Salpeter und Harnstoff. Unter diesen Stoffen sind sehr charakteristische Vertreter zweier Arten des molekularen Gefüges, die wahrscheinlich sehr wesentlich verschieden sind, obgleich vielleicht Uebergänge zwischen beiden möglich sind. Graham hat daher für diese beiden Arten des festen Aggregatzustandes die besonderen Bezeichnungen des „krystalloiden" und des „colloiden" vorgeschlagen. Sie scheinen sich gerade bezüglich der hier in Rede stehenden Molekularerscheinungen durchgreifend verschieden zu verhalten. Die colloiden Substanzen sind nicht krystallisirbar aber quellungsfähig. Wenn sie in Wasser löslich sind, so scheint die Lösung keine ganz vollkommene zu sein. Zu dieser Gruppe gehört das Gummi und das Eiweiss. Der Ausdruck krystalloid bedarf keiner Erklärung. Zu den krystalloiden Stoffen gehören von den in Schmidt's Untersuchungen angewandten Körpern die Salze und der Harnstoff.

Wenn die von W. Schmidt für Gummi und Eiweiss gefundenen Re-

*) Pogg. Ann. Bd. 114, S. 337.

sultate für die colloiden Substanzen überhaupt gelten, so lassen sich folgende Sätze aussprechen:

1. Wenn die Lösung einer colloiden Substanz durch thierische Membran filtrirt, so ist das Filtrat eine dünnere Lösung als die ursprüngliche.

2. Der relative Gehalt des Filtrats, d. h. die Zahl, welche man erhält, wenn man den Gehalt des Filtrates durch den Gehalt der aufgegossenen Lösung dividirt, ist um so kleiner, je kleiner der Gehalt der aufgegossenen Lösung ist.

3. Der relative Gehalt des Filtrates ist um so kleiner, unter je kleinerem Drucke die Filtration geschieht.

4. Je höher die Temperatur, desto kleiner ist der relative Gehalt des Filtrates. Dieser Satz ist vielleicht nur für besondere Stoffe gültig und hat wohl beim Gummi darin seinen Grund, dass die Zähigkeit des Wassers rascher mit wachsender Temperatur abnimmt, als die Zähigkeit der Gummilösungen.

Werden Lösungen eines krystalloiden Körpers der Filtration unterworfen, so scheint im Allgemeinen das Filtrat dieselbe Concentration zu besitzen, wie die aufgegossene Flüssigkeit, öfters fand sich das Filtrat eine Spur dichter.

Enthält die aufgegossene Flüssigkeit einen krystalloiden und einen colloiden Körper, so ist an diesem letzteren das Filtrat noch ärmer, als es unter gleichen Umständen bei alleiniger Anwesenheit desselben sein würde. Am krystalloiden Körper ist dagegen das Filtrat reicher.

Sechstes Kapitel.

Endosmose.

43 Wenn eine imbibitionsfähige Scheidewand zwei mischbare Flüssigkeiten von einander trennt, so muss offenbar auch dann eine Bewegung eintreten, wenn keine Druckdifferenz hüben und drüben vorhanden ist, die einen Filtrationsstrom verursachen könnte. Es werden Diffusionsströme entstehen, indem die Moleküle der einen Flüssigkeit durch die Poren der Scheidewand hindurch in den von der andern Flüssigkeit eingenommenen Raum eindringen. Diese Diffusionsströme werden aber einen Einfluss erleiden müssen von den Molekularkräften, welche die Theilchen der Scheidewand ausüben. Somit sind hier die Bedingungen gegeben zu einer neuen Gattung von Molekularbewegungen, welche man unter dem Namen „Endosmose“ begreift.

Insofern wir zwei Arten von Imbibition unterschieden haben, die capilläre und die molekuläre, wären wir auch berechtigt, zwei Arten der

Endosmose zu unterscheiden, je nachdem die trennende Scheidewand ein capillärporöser oder ein quellungsfähiger Körper ist. Der Verfasser hat bei Gelegenheit einer eigenen Untersuchung über diesen Gegenstand vorgeschlagen, den Namen Endosmose zu beschränken auf den Fall, wo die Scheidewand quellungsfähig ist und die Flüssigkeitsmoleküle die Molekularinterstitien der Scheidewand durchwandern; dagegen den Fall, wo die Scheidewand sichtlich capilläre Poren besitzt, als Porendiffusion zu bezeichnen. Selbstverständlich lassen sich diese beiden Vorgänge nicht immer scharf trennen, da viele häufig angewandte Scheidewände, namentlich die fibrösen Membranen der Thiere, aus quellungsfähiger Substanz bestehen und gleichzeitig wahrscheinlich auch capilläre Poren besitzen.

Die auffälligste Erscheinung bei den endosmotischen Vorgängen ist 44
die, dass regelmässig die beiden entgegengesetzten Ströme durch die Scheidewand hindurch nicht gleich stark sind, dass vielmehr von der einen Flüssigkeit mehr herüber als von der andern hinüber geht. Ist beispielsweise Salzlösung auf der einen und Wasser auf der andern Seite einer Membran, so geht mehr Wasser nach der Salzlösung als Salz zum Wasser geht. Es können durch diesen Umstand hydrostatische Druckdifferenzen entstehen, die in messenden Versuchen fortwährend wieder beseitigt werden müssen, weil sie sonst Filtrationsströme erzeugen würden, deren Wirkungen die Wirkungen der endosmotischen Ströme theilweise verdecken könnten.

Die in Rede stehende Erscheinung erschien vor allem Andern einer Erklärung bedürftig. Den ersten annehmbaren Versuch einer mechanischen Erklärung hat Brücke gemacht. Er geht von der Vorstellung capillärer Poren aus. Wenn die Substanz der Wand zum Wasser eine stärkere Anziehung hat als zum Salz, so wird an der Wand eines jeden Porus eine Schicht reines Wassers liegen, in der Mitte aber ein Flüssigkeitsfaden von höherer Concentration. Durch diesen kann ein gewöhnlicher Diffusionsstrom gehen, welcher gleich viel Wasser und Salz in entgegengesetzten Richtungen bewegt. Die wässerige Wandschicht kann aber, wenn höhen Wasser und drühen Salz an sie angrenzt, auch nicht in Ruhe bleiben, sie muss vielmehr beständig in die Salzlösung hineingezogen werden und aus dem Wasser sich ersetzen. Wir hätten also vom Wasser zum Salze hin zwei Ströme, einen durch die Mitte des Porus, welcher durch einen gleich starken Salzstrom compensirt ist, und einen nicht compensirten der Porenwand entlang. Im Ganzen muss also mehr Wasser zur Lösung als Salz zum Wasser wandern und das Niveau muss auf der Seite der Lösung steigen, wie dies in der That der Fall ist. Verfasser selbst hat bei Gelegenheit eigener Untersuchungen *) über Endosmose Brücke's Theorie noch weiter zu entwickeln versucht, indessen hat die Erfahrung keineswegs die aus der Theorie entwickelten Folgerungen überall bestätigt.

Die seither namentlich von Clausius entwickelte Theorie des flüssi- 45

*) Fick über Diffusion, Pogg. Ann. Bd. 94, S. 59.

gen Aggregatzustandes*) hat mich auf ganz andere Vorstellungen über das eigentliche Wesen der Endosmose gebracht, die, so hypothetisch sie auch vor der Hand noch sind, hier noch in Kürze entwickelt werden mögen. Wir haben oben gesehen, dass in einer Flüssigkeitsmasse die Moleküle weder in Ruhe sind, noch um feste Gleichgewichtslagen schwingen, dass sie sich vielmehr in unregelmässigem Gewühl in dem ganzen von der Flüssigkeit eingenommenen Raume umhertreiben. Denken wir uns jetzt zunächst zwei reine Wassermassen durch eine poröse Scheidewand getrennt, so erfolgt zwar kein sichtlicher Austausch, aber es ist doch anzunehmen, dass nicht fortwährend gerade dieselben Wassermoleküle sich diesseits und jenseits der Scheidewand befinden, sondern es wird unzähligemale begegnen, dass vermöge der inneren Bewegung ein Wassermolekül von diesseits nach jenseits geht; aber nach den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird es genau ebenso oft begegnen, dass ein Wassermolekül von jenseits nach diesseits geht, weil ja die Wassermoleküle drüben und hüben genau dieselben Bewegungszustände haben.

Stellen wir uns Zweitens vor, diesseits der Scheidewand wäre noch immer reines Wasser, jenseits aber wäre ein flüssiges Molekularaggregat, welches nur zur Hälfte aus Wasser, zur andern Hälfte aus Salzmolekülen bestände. Jetzt kann nicht mehr allgemein erwartet werden, dass in der Zeiteinheit noch immer im Ganzen ebenso viele Moleküle von jenseits nach diesseits gehen als umgekehrt. Es ist nämlich doch offenbar wie bei den Gasen wahrscheinlich, dass bei gleicher Temperatur verschiedenartigen Molekülen verschiedene Geschwindigkeiten zukommen. Insbesondere ist es wohl nicht allzu kühn anzunehmen, dass die Wassermoleküle, weil sie weniger Masse haben, eine grössere Geschwindigkeit besitzen, als die Salzmoleküle bei gleicher Temperatur. Es werden also die Fälle, dass ein Salzmolekül durch einen Porus wandert, sich verhältnissmässig seltener ereignen, als dass es ein Wassermolekül thut. Um ganz bestimmte Vorstellungen zu haben, wollen wir annehmen, bei der Temperatur des Versuches könnten durchschnittlich 1000000 Wassermoleküle in der Zeiteinheit die Poren unserer Scheidewand treffen und durchsetzen; dann werden in dem gedachten Falle von diesseits nach jenseits in der That 1000000 Wassermoleküle in jeder Zeiteinheit übergehen. Von jenseits nach diesseits werden aber, da jenseits die Wassermoleküle nur halb so dicht gedrängt liegen, auch nur 500000 Wassermoleküle in jeder Zeiteinheit wandern; was einen Uebersehuss von 500000 Molekülen Wasser nach jenseits giebt. Da die den Raum jenseits zur Hälfte einnehmenden Salzmoleküle eben langsamer umherlaufen als die Wassermoleküle, so werden von ihnen nicht 500000, sondern beispielsweise nur 100000 in der Zeiteinheit die Scheidewand passiren, wir hätten unter solchen Voraussetzungen im Ganzen einen Austausch, der in der Zeiteinheit 500000 Wassermoleküle von diesseits nach jenseits und 100000 Salzmoleküle von jenseits nach

*) Siehe oben S. 6.

Beispiele zu erinnern — durch Umdrehung einer geraden Linie um eine mit ihr in derselben Ebene gelegene Gerade der Kegel und der Cylinder, je nachdem die beiden gedachten Geraden einander schneiden oder parallel sind. Drehte man eine gerade Linie um eine andere, die sie weder schneidet noch zu ihr parallel ist, so entsteht ein anderer Rotationskörper, den wir weiter unten noch brauchen werden, den man das einschalige Rotationshyperboloid nennt, weil er noch auf einem anderen Wege aus der Hyperbel hergeleitet werden kann. Die gerade Linie, um welche die die Fläche erzeugende Drehung stattfand, nennt man die Rotationsaxe oder schlechtweg die Axe der Fläche, und man begreift leicht, dass alle Schnitte der Fläche mit Ebenen, die zu dieser Axe senkrecht stehen, Kreise sein werden, deren Mittelpunkte in der Axe liegen. Die gegebene Definition der Rotationsflächen fällt zusammen mit einer anderen, welche anschaulicher und nicht weniger allgemein ist: eine Rotationsfläche ist eine Fläche, die sich als Oberfläche eines Werkstückes auf der Drehbank erzeugen lässt.

Dreht sich die Rotationsfläche um ihre Axe, so wird sie mit ihrem ruhig gedachten Ebenbilde in Congruenz bleiben: denn jeder ihrer Punkte beschreibt bei dieser Bewegung einen Kreis, dessen Mittelpunkt in der Axe liegt, und nimmt nach einander Lagen an, die sämmtlich der Fläche in ihrer ersten Lage, also auch dem ruhend gedachten Ebenbilde angehören. Mit anderen Worten: eine Rotationsfläche gleitet an ihrem Abdrucke, wenn sie sich dreht, um ihre Axe, während bei jeder anderen Bewegung die vollständige Deckung der Flächen aufgehoben wird. Es ergiebt sich somit: wenn die in einem Gelenke zusammenstossenden Flächen Stücke von Rotationsflächen sind, so können in demselben nur solche Bewegungen vorkommen, die in einer Drehung um die Axe der Rotationsfläche bestehen, von welcher die Gelenkflächen Stücke sind. In der That sind aber alle im menschlichen Körper vorkommende Gelenke mit namhaftem Bewegungsumfange durch Zusammenstossen von Flächen gebildet, die wenigstens mit grosser Annäherung als Rotationsflächen angesehen werden können. Es ist also eine weitere Eintheilung nach dem Mechanismus nicht nöthig, da derselbe in allen gleich sein muss. Nur der specielle Fall, wo die zur Bildung des Gelenkes verwandte Rotationsfläche eine Kugel ist, erfordert noch eine besondere Analyse.

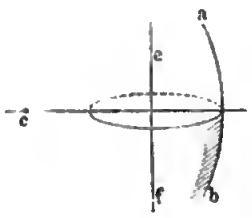
Ehe jedoch auf diesen eingegangen wird, mag noch ein von dem 53
eben beschriebenen etwas abweichender Gelenkmechanismus Platz finden, der ermöglicht wird durch die im Organismus überall stattfindende Abweichung von der geometrischen Strenge*). Denken wir uns, Fig. 1 (a. f. S.) einen Kreisbogen ab, der keinen grossen Centriwinkel umspannt. Sein Mittelpunkt mag in c liegen. Er werde gedreht um eine in seiner Ebene gelegene Gerade ef, so wird ein gürtelartiges oben und unten sich erweiterndes Flächenstück entstehen, das mit dem mittleren Gürtel eines Ro-

*) A. Fick, über Gelenke mit sattelförmigen Flächen. Zeitschr. für rat. Med. Bd. 4, S. 314.

Lage dieser Linie selbst, wobei dieselbe also nicht verändert wird. Der Prototyp eines so gebauten Gelenkes ist das Karpometakarpalgelenk des Daumens. Man kann sich den Bewegungsmodus des Gelenkes mit sattelförmigen Flächen auch noch so vorstellen: Es leistet genau dasselbe, als ob zwischen die beiden durch dasselbe verbundenen Knochen noch ein Zwischenstück eingeschaltet wäre, das mit beiden Knochen in Charniergelenken verbunden wäre und zwar müsste die Axe des einen Charnieres *ef* sein, die Axe des andern jene im Punkte *c* zur Ebene der Zeichnung senkrechte Gerade. In dem citirten Aufsatze von mir ist etwas ausführlicher nachgewiesen, in wiefern die Bewegungen eines solchen Gelenkes den Anschein arthrodischer Bewegung bieten, mit denen sie von manchen anatomischen Handbüchern irrigerweise verwechselt wurden.

Analoge Verhältnisse bietet eine Fläche, die entsteht, wenn man in Fig. 2 den Kreisbogen *a b* um die Linie *e f* gedreht denkt, die auf seiner concaven Seite gelegen ist, ohne durch seinen Mittelpunkt *c* zu gehen. Auch hier werden Schnitte der Rotationsfläche mit Ebenen, die zur Ebene *a b c* parallel sind, sich Kreisen anschliessen, deren Mittelpunkte auf einer in *c* auf *a b c* d. h. auf der Ebene der Zeichnung errichteten Senkrechten liegen. Ein aus solchen Flächenstücken gebildetes Gelenk wird also ebenfalls zwei einander senkrecht überkreuzende Axen darbieten, um welche einigermaassen umfangreiche Bewegungen möglich sind. Nur werden in diesem Falle beide Axen im Innern eines und desselben von den beiden verbundenen Knochen liegen, während in dem vorigen Falle der sattelförmigen Flächen die eine Axe im einen, die andere im anderen der verbundenen Knochen lag. Das Gelenk zwischen Radius und Handwurzel dürfte nahezu Flächen von der zuletzt geschilderten Beschaffenheit besitzen. Es mag noch im Vorbeigehen bemerkt werden, dass die blosse Annäherung jedesfalls ein ebenso genaues Schleifen der Flächen in diesen Fällen zulässt, wie es die bestausgeführten Gelenkflächen factisch leisten, deren Bewegungsprincip an sich eine vollkommene geometrische Congruenz gestattete, denn diese findet eben in Wirklichkeit doch nicht statt.

Fig. 2.



Eine besondere Betrachtung erheischt der specielle Fall, wo die zu 54
dem Gelenke benutzten Flächen Abschnitte ein und derselben Kugel sind; am einen Knochen wird dabei die concave, am anderen die convexe Seite der Kugelfläche sichtbar, so dass beide auf einander passen. Man nennt bekanntlich ein solches Gelenk eine Arthrodie*) und weiss, dass es sich durch allseitige Beweglichkeit auszeichnet, im Gegensatze zu den übrigen, die nur nach bestimmten Richtungen hin Bewegungen zulassen.

*) Was von den Bewegungen der arthrodischen Gelenke gilt, das gilt auch von den Bewegungen des Augapfels.

motische Uebergang des Eiweisses soll durch alkalische Reaction der Flüssigkeit befördert, durch saure Reaction gehemmt werden.

Numerische Angaben über die Stromstärke in einzelnen Fällen und über die endosmotischen Aequivalente führe ich hier gar nicht an, weil diese Grössen von so vielen Bedingungen abhängig sind, über die man noch gar nicht Herr ist, dass man doch keine allgemein gültigen Angaben machen kann.

ZWEITER ABSCHNITT.

MECHANIK FESTER KÖRPER.

Erstes Kapitel.

Geometrie der Gelenkbewegungen.

49 Die Muskelkräfte der höheren Thiere wirken meist auf ein System starrer Massen (der Knochen), welche in mehr oder weniger beweglicher Verbindung miteinander stehen. Es sind daher die mechanischen Principien zu entwickeln, nach welchen die besonderen Arten der Knochenverbindung besondere Arten der Bewegung bedingen.

Die Anatomie theilt die Knochenverbindungen in zwei Classen ein, „Symphysen“ und „Gelenke“. Die Symphyse lässt vermöge ihrer Einrichtung eine allseitige Beweglichkeit der verbundenen Knochen zu; daher ist eine weitere mechanische Zergliederung dieser Verbindungsart nicht nöthig. Der Bewegungsumfang ist übrigens in den Symphysen stets ein sehr beschränkter. Das eigentlich Charakteristische der Symphyse besteht darin, dass sie den beiden verbundenen Knochen eine stabile Gleichgewichtslage anweist, in welche dieselben sofort zurückspringen, sowie eine Kraft aufhört zu wirken, welche sie aus jener Lage entfernt hielt.

50 Ein Gelenk schreibt hingegen im Allgemeinen den dadurch verbundenen Knochen keine stabile Gleichgewichtslage vor. Bringt man z. B. den Vorderarm durch irgend eine Kraft in irgend eine beliebige Stellung zum Oberarm und hört dann jede fremde äussere Kraft zu wirken auf, so springt der Vorderarm nicht von selbst in eine bestimmte Lage zurück, sondern er bleibt in der letzten Lage in Ruhe. Um Missverständnissen vorzubeugen, sei ausdrücklich erwähnt, dass für diese Betrachtung die Schwere auch als eine dem Gelenke fremde Kraft anzusehen ist. Wollte man sich daher durch den Versuch von der Richtigkeit des Satzes überzeugen, so hätte man den Vorderarm der Wirkung der Schwere zu entziehen, etwa indem man die Axe des Gelenkes senkrecht stellte, so dass der Vorderarm sich nur in wagerechter Ebene bewegen könnte.

Das mechanisch Wesentliche an der anatomischen Gelenkeinrichtung ist

Folgendes: Zwei Knochen stossen mit freien Endflächen an einander, und um die Berührungsstelle herum zieht sich eine schlauchartige Membran, die mit dem einen Saume an dem einen, mit dem andern Saume an dem andern Knochen und zwar am Rande der Berührungsstelle angeheftet ist. So entsteht an der Berührungsstelle eine vollständig geschlossene Höhle — die Gelenkkapsel — begrenzt durch die beiden einander zugekehrten Knochenendflächen und durch den membranösen Schlauch. Die Wände dieser Höhle, und insbesondere die mit einem elastischen Polster, dem Gelenkknorpel, versehenen Knochenenden sind vollkommen glatt und durch eine eigene schmierige Flüssigkeit schlüpfrig erhalten. Der Binnenraum der Höhle ist meistens klein und von der soeben erwähnten Flüssigkeit vollkommen ausgefüllt. Da dieselbe so gut wie absolut incompressibel ist, so muss begreiflicherweise der Binnenraum der Gelenkkapsel an Grösse unveränderlich sein. Mit anderen Worten ausgedrückt, stellt sich dieser Satz als der oberste und einzige Grundsatz der ganzen Gelenkmechanik dar; es muss nämlich behauptet werden: Zwei durch ein Gelenk verbundene Knochen können nur solche Bewegungen gegen einander ausführen, bei denen die Grösse des Binnenraumes der Gelenkkapsel nicht verändert wird.

Es ist nun ein rein geometrisches Problem, im gegebenen Falle auszumitteln, wie die Bewegungen beschaffen sind, bei welchen eben die Gelenkkapsel ihren Rauminhalt nicht ändert. In vielen Fällen würde es freilich ein vergebliches Bemühen sein, dieses Problem zu lösen; denn es reduciren sich in vielen Fällen die ganzen Bewegungen eines Gelenkes auf ein unbedeutendes Wackeln, das übrigens allemal und zwar allseitig möglich ist, da die Paar Tropfen der Gelenkflüssigkeit immer überall hin ausweichen können, und somit eine Gestaltveränderung der Gelenkhöhle, mit Beibehaltung der Grösse, durch ein solches Wackeln nach jeder Richtung hin immer stattfinden kann. Offenbar ist es um so umfangreicher, je kleiner die Berührungsflächen der Knochen sind. Die Gelenke, deren Bewegung ausschliesslich hierin besteht und die in der Anatomie unter dem Namen der „Amphiarthrosen" beschrieben werden, können wir füglich von den jetzt anzustellenden geometrischen und mechanischen Betrachtungen ganz ausschliessen.

Bei den grösseren Gelenken mit ausgiebigeren Bewegungen kommen nun, abgesehen von dem Wackeln — das bei ihnen wegen der Grösse der Berührungsflächen ohnehin so gut wie gänzlich ausgeschlossen ist — noch andersartige Bewegungen in Betracht. In ihnen berühren sich nämlich die Knochenenden mit grösseren Flächenstücken vollständig. Man denke sich jetzt, die Paar Tropfen Flüssigkeit nicht beachtend, die schlauchartige Gelenkkapsel, ringsum dicht angelegt. So ist es in der Wirklichkeit der Fall, und der Binnenraum der Gelenkhöhle ist somit $= 0$. Unser Grundsatz spricht sich also dann so aus: Das Gelenk lässt nur solche Stellungen zu, bei denen die Gelenkhöhle $= 0$ bleibt; oder, mit anderen Worten, bei denen die Gelenkflächen immerwährend voll-

kommen auf einander passen, d. h. bei der Bewegung müssen die Gelenkflächen auf einander schleifen, ohne ihre vollständige Contignität aufzugeben. Man hat diesen Satz ganz richtig auch wohl so ausgesprochen: Die Gelenkflächen werden durch den Luftdruck in Berührung gehalten. In der That würde ja, wenn die Gelenkflächen auseinanderwichen, der Binnenraum der Gelenkhöhle nicht mehr = 0 sein; dieser Raum wäre aber leer, da bei der vollständigen Abgeschlossenheit desselben keine Masse in ihn eindringen könnte. Dem Entstehen eines leeren Raumes wirkt aber der Luftdruck entgegen.

51 Aus dem Gesagten ergeben sich mehrere unmittelbare Folgerungen. Erstens braucht wohl bloss erwähnt zu werden, dass bei einem Gelenke die eine Fläche der Abdruck der anderen, die eine der anderen (oder wenigstens einem Stücke der anderen) congruent sein muss. Zweitens aber muss, wenn Bewegung überhaupt soll gedacht werden können, von den Flächen eine gewisse geometrische Beschaffenheit gefordert werden; denn es lässt sich nicht für jede beliebige Fläche ein Bewegungsmodus angeben, der die Bedingung erfüllt, dass sie bei der Bewegung mit ihrem ruhend gedachten Ebenbilde in Congruenz bleibt (daranf schleift oder gleitet). Die Geometrie kennt in der That bloss zweierlei Classen von Flächen, welche der soeben unter Zweitens gestellten Bedingung genügen, nämlich gewisse Schraubenflächen *) und die Rotationsflächen. Die Schraubenflächen bilden den allgemeineren Begriff, in welchem der der Rotationsflächen eigentlich als specieller Fall enthalten ist, denn man kann jede Rotationsfläche anseben als eine Schraubenfläche, bei der die Höhe des Schraubenganges = Null ist. Der Bewegungsmodus, bei welchem eine Schraubenfläche mit ihrem ruhig gedachten Ebenbilde in Congruenz bleibt, ist bekanntlich der (wie uns täglich die Bewegung einer gewöhnlichen Schraube in ihrer Mutter lehrt), dass die Fläche um eine mit ihr fest verbnndene gerade Linie sich dreht nnd sich gleichzeitig längs derselben verschiebt. Abschnitte von Schraubenflächen sind, wie neuere Untersuchungen lehren, im menschlichen Körper vielfach znr Bildung von Gelenken verwandt, welche sich daher nach dem soeben angedeuteten Modus bewegen müssen. Die Verschiebung längs der Axe ist aber bei allen diesen Gelenken des Menschen so klein gegen die Drehnng, dass man mit grosser Annäherung die letztere ausschliesslich für den Bewegungsmodus erklären kann.

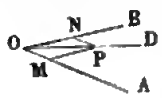
52 Rotationsflächen nennt man solche, die entstanden gedacht werden können durch Umdrehnng einer beliebigen Curve um eine mit ihr fest verbundene gerade Linie. So entsteht unter anderen — um an bekannte

*) So viel ich sehen kann, bin ich der Erste, welcher die Möglichkeit der Verwendung von Schraubenflächen zur Bildung eines Gelenkes ausgesprochen hat in der ersten Auflage dieses Werkes. Erst geraume Zeit nach dem Erscheinen derselben hat Langer nachgewiesen, dass das Sprunggelenk einiger Säugethiere nach dem Princip der Schraube gebildet ist. Noch später hat man auch in mehreren Gelenkflächen des Menschen den Schraubentypus bemerkt.

Sinne unserer Verabredung OA nnd OB zwei in demselben anfangende Drehnngsaxen. Man denke sich, der Körper habe sich nm die Axe OA zuerst um einen Winkel 2α gedreht, darauf noch nm einen Winkel 2β um OB, so kann gezeigt werden, dass die durch heide auf einander folgende Drehungen hervorgebrachte Lagenveränderung des Körpers hätte hervorgebracht werden können durch eine einzige Drehung um eine gewisse Axe OD, deren Lage man findet als den Durchschnitt zweier Ebenen, von denen die eine, durch OA gelegt, einen Winkel α mit der Ebene AOB macht, während die andere, durch OB gelegt, den Winkel β mit derselben Ebene AOB einschliesst (OD ist also in unserer Figur nicht in der Ebene des Papiers, sondern über derselben herausragend zu denken). Es ist nämlich einleuchtend, dass die so hestimmte Linie OD bei der ersten Drehung nm gerade so viel unter die Ebene des Papiers hinunter geht, als sie im Anfang über dieselbe herausragte. Bei der zweiten Drehung nm OB als Axe kommt sie dann genau wieder in ihre ursprüngliche Lage znrück. Durch die beiden auf einander folgenden Drehungen wird mithin die Lage der einen Linie OD unverändert gelassen und die ganze so hervorgebrachte Lagenveränderung des Körpers ist einer Drehung um diese Linie äquivalent. Das gilt für jede beliebige Grösse der beiden Drehnngswinkel 2α und 2β, jedoch ist der Fall noch besonders zu untersuchen, wo diese beiden Winkel nnendlich klein sind. In dem körperlichen Dreiecke, dessen Kanten die drei Linien OA, OB und OD sind, verhält sich nach den Lehren der sphärischen Trigonometrie $sin\ BOD : sin\ AOD = sin\ \alpha : sin\ \beta$. Bekanntlich darf man aber für die Sinus unendlich kleiner Winkel diese selbst setzen, nnd man hat also, wenn die Drehnngswinkel nnendlich klein gedacht werden, $sin\ BOD : sin\ AOD = \alpha : \beta$; gleichzeitig ist dabei die Linie OD begreiflicherweise der Ebene AOB nnendlich nahe gerückt oder in dieser selbst vorzustellen. Diese Folgerungen lanten aber, in Worten ausgedrückt, so: Wenn zwei nnendlich kleine Drehungen anf einander folgen nm zwei Axen OA und OB und das Verhältniss der beiden unendlich kleinen Drehungswinkel $\alpha : \beta$ bekannt ist, so kann man die Richtnng der in derselben Ebene gelegenen Axe finden, nm welche eine einzige Drehung dieselbe Lagenveränderung hervorgebracht hätte, wenn man anf den Axen (Fig. 4) OA und OB von O aus Längen OM nnd ON abschneidet, die sich wie die Drehnngswinkel 2α nnd 2β verhalten, und das Parallelogramm OP vervollständigt, seine Diagonale ist die gesuchte Axe. Es verhält sich nämlich in der That in dem ebenen Dreieck OMP $sin\ AOD : sin\ OPM = MP : OM$, und es ist Winkel $OPM = BOD$, nnd das Verhältuiss von MP ($= ON$) zu OM ist durch die Construction dem Verhältniss von $\alpha : \beta$ gleich gemacht worden.

Fig. 3.

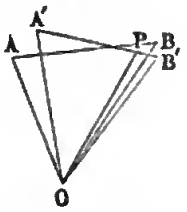
Fig. 4.



Es bleibt nur noch übrig, die Grösse des Drehungswinkels der resul-

legt denken, derart, dass bei der Vollendung jedes Elementes die Punkte des Köspers nur unendlich kleine Wege zurücklegen. Mag nun die Bewegung in aller Allgemeinheit wie auch immer gedacht werden, so wird doch jedes dieser Elemente anzusehen sein als Drehung des Körpers um eine feste Axe, die durch den absolut festen Punkt geht. Dies zeigt sich so: Sei O, Fig. 6, der feste Punkt, und beim Beginne eines der Bewegungselemente sei A und B die Lage zweier willkürlicher Punkte des Körpers; sie werden am Ende des Bewegungselementes unendlich nahe an A und B gelegene Orte, etwa A' und B' einnehmen. Diese unendlich kleine Lagenänderung des Körpers, mag sie sein welche sie will, kann aber jedesfalls folgendermaassen hervorgebracht gedacht werden: Man kann nämlich 1) den Körper um die Durchschnittslinie der beiden Ebenen OAB und $OA'B'$, die OP sein mag, so lange drehen, bis die Ebene OAB mit der Ebene $OA'B'$ zusammenfällt, und 2) dann den Körper um eine auf der Ebene $OA'B'$ in O errichtete Senkrechte drehen, bis die Dreiecke OAB und $OA'B'$ mit Seiten und Ecken zusammenfallen. Diese beiden successiven (unendlich kleinen) Drehungen kann man aber dann noch 3) nach dem bewiesenen Satze zu einer einzigen resultirenden zusammensetzen, welche die gedachte Lagenveränderung auf einmal hervorbringt. Die so gefundene Axe, um welche das Element jeder beliebigen Bewegung eines festen Körpers um einen festen Punkt eine Drehung ist, heisst die „instantane Drehungsaxe" für den Augenblick, in welchem das gedachte Bewegungselement ausgeführt wird. Im Allgemeinen wird natürlich die instantane Drehungsaxe in jedem Augenblicke eine andere Lage haben, oder präciser ausgedrückt, es werden im Allgemeinen im zeitlichen Verlaufe der Bewegung immer andere und andere Linien in stetiger Aufeinanderfolge die Rolle der instantanen Axe übernehmen, und zwar ist es gut, noch besonders zu beachten, dass sie sowohl ihre absolute Lage im Raume als auch die relative Lage zum bewegten Körper verändern muss. Sobald die eine fest bleibt, bleibt es auch die andere. Wollte man sich z. B. vorstellen, in zwei auf einander folgenden Momenten wäre dieselbe Linie des bewegten Körpers aber in verschiedenen Lagen im Raume instantane Axe, so stösst man sofort auf den Widerspruch: Während des ersten Momentes war die gedachte Linie eben als Axe im Raume unbeweglich und kann also nicht im folgenden Momente an einem andern Orte des Raumes wiederum als Axe dienen, es muss sie also entweder im folgenden Momente auch eine andere Linie des Körpers in ihrem Dienste abgelöst haben, oder sie muss auch an ihrem alten Platze im Raume fortfahren, denselben Dienst zu thun. In ähnlicher Weise würde die umgekehrte Annahme einen Widerspruch involviren, so dass die soeben gemachte Bemerkung ausser Zweifel ist.

Fig. 6.



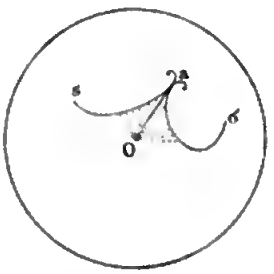
Ferner kann man noch leicht sehen, dass zwei auf einander folgende

Lagen der instantanen Drehungsaxe im Körper denselben Winkel einschliessen müssen, wie ihre entsprechenden Lagen im Raume. Sei nämlich, Fig. 7, z. B. Oa in einem gewissen Augenblicke die instantane Axe und sei Oc die Linie des Körpers, welche im folgenden Augenblicke zur Axe werden soll, aber natürlich, nachdem sie eine andere Lage im Raume, etwa Ob, angenommen hat, dann ist also Ob die folgende Lage der instantanen Axe im Raume, bOa der Winkel zwischen zwei auf einander folgenden solchen Lagen im Raume nnd aOc ist der Winkel zweier consecutiver Lagen der Axe im bewegten Körper, und diese beiden Winkel müssen offenbar gleich sein, wenn, was doch geschehen soll, durch Drehung um Oa hernach Oc mit Ob zusammenfallen soll. Poinsot drückt dies sehr kurz nnd gut, wenn auch etwas uneigentlich, so aus: die instantane Axe schreitet im Körper und im Raume immer mit gleicher Winkelgeschwindigkeit fort.

Fig. 7.

57 Jeder wirklich gedachten endlichen Bewegung eines Körpers nm nur einen festen Punkt können sonach zwei Systeme von geraden Linien zugeordnet werden, die alle dnrch den festen Punkt gehen und die Bewegung geometrisch vollständig bestimmen. Das eine System, im Ranme fest gedacht, ist der Inbegriff aller Lagen der instantanen Drehungsaxe im Ranme, das andere, mit dem Körper unveränderlich verbunden, begreift alle Linien desselben, die successiv instantane Axen werden. Ist die Richtungsändernng der Bewegung fortwährend eine stetige, so wird sich jedes der beschriebenen Systeme zu einer krummen Fläche znsammenschliessen, von der Gattung der Kegelflächen, denn so nennt man ja alle Flächen, welche erzengt werden können durch Bewegung einer geraden Linie, wenn einer ihrer Punkte festgehalten wird. Geschieht die Richtungsänderung in Sprüngen, zwischen denen endliche Drehnngen um eine und dieselbe Axe liegen, so fallen die einzelnen Linien des Systemes discontinnirlich auseinander. Für irgend einen besonderen Fall denke man sich nnn nm den festen Pnnkt O, Fig. 8, eine Kugel beschrieben; die beiden Systeme von geraden Linien (hier als Kegelflächen gedacht) werden alsdann die Oberfläche jener Kugel in sphärischen Curven schneiden. Die Schnittcurve mit dem im Raume festen Systeme sei as, und in einem gewissen Momente, wo Oa die instantane Axe ist, mag $a\sigma$ die Lage der Schnittcurve mit dem im Körper festen Systeme sein. Im weiteren Verlaufe der Bewegung werden nun immer andere und andere Seiten der beiden Kegel (durch punktirte Linien angedeutet) mit einander in Berührung kommen, wobei, der Voraussetzung gemäss, as im Raume seine Stelle behauptet, $a\sigma$ sie verändert. Man wird also die Bewegung hervorbringen können, wenn man den Kegel $a\sigma$ mit dem

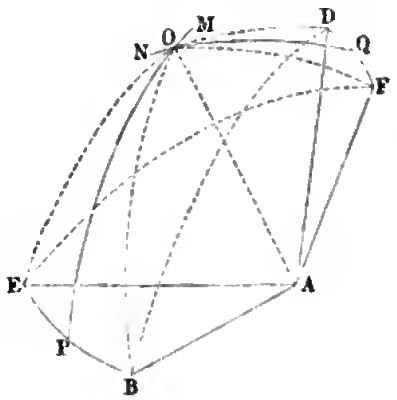
Fig. 8.



Körper unveränderlich verbunden denkt und ihn mit demselben am Kegel as, der im Raume fest liegt, abrollen lässt, ohne dass ein Gleiten dabei stattfindet. Für den Fall discontinuirlicher Richtungsänderung würden sich begreiflicherweise die beiden Kegel in Pyramiden verwandeln, deren Kanten die Axen darstellen, und die man so an einander abwickelte, dass nach einander die verschiedenen entsprechenden Seiten derselben (die ja nach dem Obigen allemal gleich sein müssen) sich decken. Dies ist das deutlichste Bild, was man sich von der für die Anschauung so schwierigen und dunklen Drehung eines Körpers um einen Punkt machen kann.

Stellen wir die aus einer in dieser Art ganz allgemein gedachten Be- 58
wegung hervorgegangene Endstellung unmittelbar mit der Anfangsstellung zusammen, so giebt es, wie Euler zuerst hervorhob, allemal eine durch den Drehpunkt gehende gerade Linie in dem Mobile, welche wieder dieselbe Lage im Raume einnimmt, die sie im Anfang gehabt hat. Man hätte also durch eine einfache endliche Drehung um diese Linie als Axe dieselbe Lagenveränderung hervorbringen können, wie durch die wirklich gedachte complicirtere Bewegung. Es ist sogar sehr leicht, durch geometrische Construction diese definirte Linie zu finden. Sei, Fig. 9, A der Drehpunkt, AB die erste, AE die zweite Lage einer Linie des Mobile, sowie AD die erste und AF die zweite Lage einer anderen Linie desselben. Man sieht ohne Weiteres, dass hierdurch die Lagenveränderung des Mobile vollständig bestimmt ist. Man muss aber noch beachten, dass wenn über die Linien AB, AE und AD willkürlich verfügt worden ist, über die Lage von AF nur noch innerhalb der Grenzen willkürlich verfügt werden darf, dass der in der Natur der Sache liegenden Bedingung genügt wird: Winkel FAE gleich Winkel DAB. Wie nun auch immer diese Lagenveränderung wirklich hervorgebracht sein mag, so hätte sie, behauptet der Euler'sche Satz, hervorgebracht werden können durch eine Drehung von der endlichen Winkel-Amplitude φ um die feste Axe AO, deren Lage so zu finden ist: Man legt durch AB und AE eine Ebene und stellt darauf in der Halbirungslinie des Winkels EAB eine senkrechte Ebene MPA. Ebenso stellt man auf eine Ebene DAF in der Halbirungslinie des Winkels DAF die Ebene NQA senkrecht. Die Durchschnittslinie dieser beiden Ebenen ist die gesuchte AO. Beschreibt man nämlich um A eine Kugel mit dem willkürlichen Halbmesser AB, welche die erwähnten Geraden in B, E, D, F und O schneidet, so kommen einige sphärische Dreiecke zur Anschauung, aus deren Beziehungen sich

Fig. 9.



Folgendes ergiebt. Zuvörderst sieht man unmittelbar aus der Construction, dass die Dreiecke BOE und DOF gleichschenklig, also $BO = EO$ und $DO = FO$ ist. Folglich müssen die Dreiecke BOD und EOF wegen Gleichheit ihrer drei Seiten congruent sein, also Winkel $EOF = BOD$ und, wenn man von beiden den Winkel BOF abzieht, Winkel $EOB = DOF = \varphi$. Drehte man also um diesen Winkel φ das Mobile um die Axe AO, so käme die Ebene ABO nach AEO, und gleichzeitig die Ebene ADO nach AFO zu liegen, oder AB nach AE und AD nach AF; es würde also durch diese eine Drehung die vorausgesetzte Lagenveränderung des Mobile hervorgebracht.

59 Es wird gut sein, hier noch vor einigen Missverständnissen ausdrücklich zu warnen, die manchen Betrachtungen über die Bewegungen arthrodischer Gelenke in anatomischen Abhandlungen zu Grunde liegen. Man pflegt in der Anatomie durch die grossen Arthrodien drei sich senkrecht schneidende Axen zu legen, nach denen man die Bewegungen bezeichnet. So legt man z. B. durch das Hüftgelenk 1) eine Axe, die durch den Drehpunkt wagrecht von rechts nach links geht. Drehung um diese Axe nennt man Flexion oder Extension, je nachdem sie um die nach links oder rechts gerichtete Halbaxe geschieht. Man legt 2) eine Axe durch den Drehpunkt wagerecht von vorn nach hinten und nennt Drehung um die nach vorn gerichtete Halbaxe beim rechten Schenkel Abduction, beim linken Schenkel Adduction. Umgekehrt werden die Drehungen um die nach hinten gerichtete Halbaxe bezeichnet. Endlich 3) legt man durch den Drehpunkt des Hüftgelenkes eine Axe senkrecht von oben nach unten und nennt die Drehungen um dieselbe Rotation, nach aussen oder nach innen, je nachdem die eine oder die andere Halbaxe gilt. Die Auszeichnung dieser drei Axen ist eine rein willkürliche, wie denn vom rein geometrischen Standpunkte aus (den wir hier einstweilen einzunehmen haben) keine durch den Drehpunkt gelegte Gerade als Axe vor irgend einer anderen irgend welchen Vorzug hat. Mit Rücksicht auf die mechanischen Hülfsapparate des Gelenkes (Hemmungsbänder etc.) könnten sich allerdings gewisse Axen auszeichnen, z. B. Axen des grössten Bewegungsumfanges. Dies sind aber jedesfalls nicht die vorhin definirten drei Hauptaxen. Es scheint nun der in anatomischen Büchern üblichen Bezeichnungsweise die Idee unterzuliegen, man solle jede wirkliche Bewegung des arthrodischen Gelenkes nach jenen drei Hauptaxen zerlegen, d. h. sich drei successive Drehungen vorstellen, um die drei Hauptaxen, welche schliesslich das bewegte Glied in dieselbe Lage bringen, in welche es wirklich durch die zu zerlegende Bewegung gekommen ist*).

*) Wenn ich nicht irre, ist mir in anatomischen Abhandlungen sogar schon die Meinung aufgestossen, diese Zerlegung einer Drehung in „Componenten“ bezüglich zu jenen drei Hauptaxen habe etwas mit der Zerlegung von Kräften nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte gemein. Dass diese Meinung auf einem vollkommenen Missverständniss beruht, bedarf wohl keines Beweises.

Diese Idee hat aber den Anatomen offenbar nur ganz dunkel vorge- 60
schwebt, denn die fragliche Zerlegung, die zwar allerdings stets möglich ist, hat nur dann einen bestimmten Sinn, wenn man noch einige Feststellungen macht, von denen in den Schriften der Anatomen meines Wissens nirgend zu lesen ist und die sich keineswegs von selbst verstehen. Man kann diese Feststellungen im Gegentheil willkürlich mit gleicher Berechtigung ganz verschieden machen. Um die Sache der Anschauung näher zu bringen, wollen wir uns bestimmt an das Beispiel des linken Hüftgelenkes halten. Wir wollen uns als Anfangslage desselben diejenige denken, welche es beim aufrecht stehenden Menschen hat, und nun die drei vorhin definirten Hauptaxen hineinlegen. Bis hierher sind nun alle Vorstellungen vollständig bestimmt. Jetzt bringen wir auf irgend einem Wege bei feststehendem Becken das linke (gestreekte) Bein in eine zweite Lage, beispielsweise in eine solche, bei welcher der Fuss nach vorn und aussen gehoben ist und bei welcher zugleich die Fussspitze einwärts weist, und zwar haben wir uns eine ganz bestimmte derartige Lage vorzustellen. Diese Lage mag entstanden sein wie sie wolle, stets können wir allerdings das Bein aus seiner Anfangslage in dieselbe Lage bringen durch drei aufeinanderfolgende Drehungen um die drei Hauptaxen, d. h. nach anatomischer Bezeichnungsweise durch aufeinanderfolgende Flexion, Abduction und Rotation. Wenn aber nichts weiter als bisher verabredet wurden, so kann man nicht angeben, wie viel Grad Abduction, Flexion und Rotation nöthig wären, um die gedachte Stellung des Beines hervorzubringen. In der That, wenn man auch drei Winkel für die drei Drehungen festsetzte, so käme man dennoch zu ganz verschiedenen Stellungen des Beines, je nachdem man die drei Axen als bestimmte Linien im absoluten Raume, d. h. im Becken oder als bestimmte Linien im Bein dächte und je nachdem man die drei Drehungen in der einen oder anderen Reihenfolge ausführte. Ueber diese beiden Fragen muss also durch eine Verabredung entschieden werden, wenn die Zusammensetzung jeder beliebigen Drehung aus Flexion (bezüglich Extension), Abduction (bezüglich Adduction) und Rotation einen bestimmten Sinn haben soll.

Es wäre nun unsere Aufgabe, eine solche Verabredung zu treffen und zwar dergestalt, dass sie die allfällige unbewusste Meinung der Anatomen ausdrückte. Es ist übrigens eine solche bezüglich aller Fragepunkte kaum aus den anatomischen Schriften herauszudeuten. Nur ein Punkt scheint unzweifelhaft: die Rotationsaxe ist im Schenkel fest zu denken und zwar ist ein- für allemal die Mittellinie des Oberschenkels darunter zu verstehen. In der That dürften alle Anatomen unter Rotation des flectirten Schenkels eine Drehung desselben verstehen um die neue schräge Lage seiner Längsmittellinie, nicht aber eine Drehung um eine im absoluten Raume lothrechte Linie, welche Drehung den flectirten Oberschenkel in einer Kegelfläche herumführen würde. Was die übrigen Punkte betrifft, so ist darüber eine bestimmte Verständigung unter den Anatomen zu gewärtigen. Hier mag es genügen, die Nothwendigkeit einer solchen dargethan zu haben, wofern

überall die Zerlegung der Bewegungen in Flexion (Extension), Abduction (Adduction), Rotation einen bestimmten Sinn haben soll.

61 Es giebt noch eine andere Art, jede beliebige Lage eines arthrodisch beweglichen Gliedes in Beziehung auf eine bestimmte Ausgangsstellung zu bezeichnen. Man wählt eine im beweglichen Gliede feste Linie, welche durch den Drehpunkt geht, für das Bein z. B. die Längsmittellinie des Oberschenkels. Jede Lage des Beines lässt sich nun hervorbringen durch zwei aufeinanderfolgende Drehungen, die erste derselben geschieht um eine zur Anfangslage der Längsmittellinie senkrechte Axe. Durch eine solche Drehung kann offenbar der Längsmittellinie jede beliebige Lage im Raume ertheilt werden. Nun muss aber dem Beine durch eine Drehung um die Längsmittellinie in ihrer neuen Lage noch die verlangte Orientirung um dieselbe gegeben werden.

Um irgend eine Stellung des Beines nach diesem Principe vollständig zu bestimmen, wären folgende Data nöthig: 1) Die Richtung der zur Anfangslage der Längsmittellinie senkrechten Axe. Wählen wir als Anfangslage der Mittellinie die lothrechte, so muss die fragliche Axe im Horizont des Drehpunktes liegen und ihre Richtung wird also durch einen Winkel bestimmt; 2) der Winkel, welcher bei der Drehung um die unter 1) definirte Axe durchlaufen wird; 3) der Winkel, welcher dann noch beschrieben wird bei der Drehung um die neue Lage der Längsmittellinie. Man sieht, dass hier wie bei jeder anderen vollständigen Bestimmung der Lage eines um einen Punkt drehbaren Körpers drei Winkel nöthig sind und genügen.

Die soeben entwickelte Bestimmung der Stellung ist natürlich auf jedes arthrodisch bewegliche Glied anwendbar, man hat sie bisher vorzugsweise bei den Bewegungen des Auges angewandt. Bei den wirklich vorkommenden Stellungen des Auges ist merkwürdigerweise die zweite Drehung allemal gleich Null, wenn man die Sehaxe zur festen Linie macht und eine geeignete Wahl der Ausgangsstellung trifft.

Zweites Kapitel.

Muskelstatik.

62 Nachdem für irgend ein Gelenk der mögliche Bewegungsmodus in der im vorhergehenden Kapitel dargelegten Weise festgestellt worden ist, kann eine neue Untersuchung beginnen, die Untersuchung, wie die möglichen Bewegungen durch die an dem Gelenke angebrachten Muskeln verwirklicht werden. Es kann gefragt werden: 1) Wenn einer von diesen Muskeln sich contrahirt, welche von den möglichen Bewegungen erfolgt? 2) Wenn mehrere sich gleichzeitig in gegebener Weise contrahiren, welche Bewe-

gung erfolgt? 3) Wenn eine bestimmte Bewegung erfolgen soll, welche Muskeln müssen sich contrahiren, und wie? Die so gestellten Fragen schliessen freilich eine so gut wie unentwirrbare Verwickelung in sich, denn wenn man eine ganze Bewegung von endlicher Ausdehnung übersehen wollte, so müsste man den Veränderungen Rechnung tragen, welche sich in der Wirkungsweise jedes einzelnen Muskels jeden Augenblick ereignen, wegen der eben durch den Verlauf der Bewegung hervorgebrachten Lagenveränderung desselben. Man hat sich bisher damit begnügt, bloss statische Fragen zu stellen, was übrigens auch den praktischen Bedürfnissen fürs Erste genügt.

Da, wie im vorigen Kapitel gezeigt wurde, alle Bewegungen der Gelenke auf Drehungen hinauskommen, so reduciren sich die hier zu stellenden Fragen auf folgende, entsprechend den drei obigen: 1) Wenn ein Muskel ein bestimmtes Contractionsbestreben (Spannung) hat, welches Drehungsbestreben wird dadurch in dem Gelenke hervorgebracht? oder: wo und welche Kraft muss an dem Knochen angebracht werden, um mittelst des Gelenkes der Spannung des Muskels Gleichgewicht zu halten? 2) Wenn mehreren Muskeln gleichzeitig gewisse Spannungen beigelegt werden, welches Drehungsbestreben ist dann im Gelenke? oder: wie kann durch ein anderes Drehungsbestreben (durch eine fremde Kraft hervorgebracht) den Spannungen mittelst des Gelenkes Gleichgewicht gehalten werden? 3) Umgekehrt, wenn ein bestimmtes Drehungsbestreben in einem Gelenke hervorgebracht werden soll, welche Muskeln müssen gespannt werden, und wie stark? oder: wenn eine gegebene Kraft auf ein Gelenk wirkt, wie muss man die Muskeln spannen, um der Kraft Gleichgewicht zu halten? Um das Letztere durch ein Beispiel zu erläutern, denke man sich den Arm unter einem gewissen Winkel nach vorn erhoben und durch ein Gewicht beschwert und frage sich, welche Muskeln und wie stark müssen sie gespannt sein, um den beschwerten Arm in seiner Lage, d. h. dem Gewichte Gleichgewicht zu halten.

Bei den hierher gehörigen Untersuchungen macht man in der Re- 63
gel noch einige Voraussetzungen, die nicht frei von aller Willkürlichkeit sind. Einen Muskel im üblichen anatomischen Sinne lässt man auch als eine mechanische Einheit gelten und spricht von seiner Spannung so, als ob nothwendig alle seine einzelnen Elemente unter allen Umständen eine gleiche Spannung besitzen müssten. Man erlaubt sich wohl ferner noch, alle Fasern eines Muskels in ihrer Verlängerung nach einem Punkte convergirend anzusehen (der Fall des Parallelismus ist hierunter mitbegriffen — Convergenz in unendlicher Ferne). Unter diesen beiden Voraussetzungen findet sich nun in jedem Muskel eine mittlere gerade Linie, welche die Richtung seines Gesammtzuges darstellt. Diese Linie verändert natürlich ihre Lage zum Gelenke sowohl, als auch im Muskel mit jeder Veränderung in der Stellung des Gelenkes. Diese Linie findet sich nach den Regeln der Zusammensetzung paralleler Kräfte oder solcher Kräfte, die an einem Punkte (dem Convergenzpunkte) angebracht sind — Parallelo-

gramm der Kräfte; denn diese Linie ist nichts anderes, als die Resultante der Spannungen aller Fasern des Muskels. Sind diese unter einander immer gleich, so hängt die Richtung der Resultirenden von ihrer absoluten Grösse nicht mehr ab. In der Regel wird man sich zur Bestimmung dieser Linie angenäherter Methoden bedienen, und es braucht daher auf eine weitere Ausführung der strengen Art ihrer Bestimmung hier nicht eingegangen zu werden. Wenn nämlich die Muskeln geradezu in strangförmige Sehnen auslaufen, so ist natürlich die Verbindungslinie des Ursprunges und Ansatzes, die in diesem Falle als Punkte anzusehen sind, die Richtung der Resultirenden. In den übrigen Fällen ist doch wenigstens meist der Muskel vorherrschend flächenartig ausgebreitet, oder kann in mehrere trapezförmige Stücke zerlegt werden; wenn man dann von einem solchen Stücke die beiden äussersten Fasern bis zur Convergenz verlängert und den Winkel halbirt, so hat man annäherungsweise die Richtung der Resultirenden. Was endlich noch die Grösse der resultirenden Gesammtspannung, die in der eben definirten Linie wirksam zu denken ist, betrifft, so ist sie, wenn alle Fasern der Richtung der Resultirenden parallel liegen, geradezu die Summe der einzelnen Faserspannungen, also dem Querschnitte (der Anzahl der Fasern) direct proportional, d. h. gleich dem Producte aus dem Querschnitte und einem rein physiologischen Factor, der von der Stärke der Innervation abhängt. Auch in den meisten, streng genommen, hiervon ausgeschlossenen Fällen weichen die Fasern vom Parallelismus wenigstens nicht so sehr ab, dass es nicht angenähert richtig sein sollte, die Resultirende an Grösse dem Querschnitte proportional zu setzen; nur muss der Querschnitt so angelegt sein, dass er alle Fasern unter möglichst rechten Winkeln trifft. Man kann also im Allgemeinen wohl ohne grossen Fehler annehmen: zwei Muskeln ziehen gleich stark innervirt und gleich stark gedehnt in der Richtung ihrer Resultirenden, mit Kräften, die sich wie ihre Querschnitte verhalten. Sind die verschiedenen Fasern eines Muskels ungleich lang, so tritt sofort wieder eine neue Complication hinzu, die sich im Einzelnen nicht mehr übersehen lässt. Es können dann nämlich in einem gewissen Verkürzungsstadium die kürzeren Fasern schon das Minimum ihrer Länge erreicht haben und weiterer Spannung unfähig sein, so dass dann die verschiedenen Theile des Querschnittes nicht mehr als gleichwerthig in Rechnung gezogen werden können.

Hierdurch ist nun ein Knochen mit den gesammten darauf wirkenden Muskeln zurückgebracht auf ein System unveränderlich mit einander verbundener Punkte (der Muskelansatzpunkte), an welchen nur in bestimmten Richtungen, nämlich den definirten Resultirenden der einzelnen Muskeln, Kräfte wirkend gedacht werden können, über deren Grösse allein noch verfügt werden darf. Ueber den Sinn, in welchem die Richtung der Kraft zu nehmen sei, kann kein Zweifel sein, da der Muskel immer vom Ansatz nach dem Ursprung zieht, niemals vom Ursprung nach dem Ansatz, wo unter Ansatz die Befestigung des Muskels an dem für die jedesmalige Betrachtung beweglich gedachten Knochen zu verstehen ist. Das

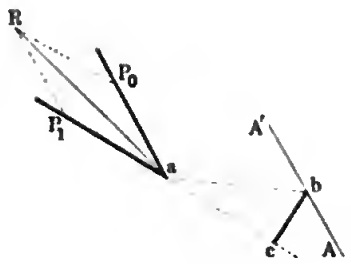
System fest verbundener Punkte ist ferner nicht vollkommen frei beweglich zu denken, sondern seine Bewegungen sind noch irgend einer durch die specielle Gelenkverbindung gesetzten geometrischen Bedingung unterworfen, wie wir im vorigen Kapitel sahen, welche die Gleichgewichtsbedingungen darauf wirkender Kräfte wesentlich modificirt. Wir behandeln im Folgenden die beiden wichtigsten Fälle noch etwas eingehender; nämlich 1) ein System von Muskeln, das auf einen Ginglymus wirkt, und 2) ein System von Muskeln, das auf eine Arthrodie wirkt — hier sind die Muskeln des Augapfels mit einbegriffen.

Die geometrische Bedingung, welche ein Ginglymusgelenk (sogenannt- 64
tes Rotationsgelenk u. s. w.) in unser System von Punkten einführt, ist: alle Bewegungen können nur Drehungen um eine gerade Linie, die Axe des Gelenkes, sein, die mit den Punkten in einer bestimmten unveränderlichen Verbindung steht. Es wird dadurch möglich, alle hier auftretenden Fragen einfach nach den Gesetzen des Hebels zu beurtheilen, wie dies auch bereits von jeher geschehen ist. Wir wollen in dieser Weise unsere drei oben aufgestellten allgemeinen Fragen beantworten.

1) Die Contractionsbestreben aller auf einen Ginglymus wirkenden Muskeln sind bekannt, welches ist das totale hervorgebrachte Drehungsbestreben; oder durch eine wie angebrachte und wie grosse Kraft kann den gesammten gleichzeitigen Spannungen der Muskeln Gleichgewicht gehalten werden? In dieser Frage ist die erste oben aufgestellte als specieller Fall enthalten insofern, als man nur die Contractionsbestreben aller Muskeln ausser eines gleich Null zu setzen braucht. Die Richtung des gesuchten Drehungsbestrebens ist von vornherein bekannt; es kann nämlich nur um die Axe des Gelenkes stattfinden. Gefragt wird also nur noch nach dem Sinne — ob nach rechts oder links (ob Extension oder Flexion; ob Pronation oder Supination u. s. w.) — und nach der Intensität. Wir nehmen an, für die vorausgesetzte Stellung des Gelenkes seien, nach irgend einer Methode, die Richtungen der Resultirenden für die einzelnen Muskeln bereits ermittelt, und es wären von den Angriffspunkten aus auf denselben Längen abgetragen, die an Grösse die resultirenden Spannungen repräsentiren. Man kann dann mit diesen offenbar nach den Regeln der Statik als mit linear dargestellten Kräften operiren. Es ist vor Allem zu beachten, dass alle der Axe des Gelenkes parallelen Componenten dieser Kräfte für das hervorgebrachte Drehungsbestreben unwirksam sind, da sie eine Verschiebung längs der Axe zu bewirken streben, welche durch die Einrichtung des Gelenkes ausgeschlossen ist. Das erste Geschäft in unserem Falle wird also darin bestehen, dass man jede der gegebenen Kräfte, nach dem Parallelogramm der Kräfte, in zwei Componenten zerlegt, von denen die eine der Axe parallel ist, die andere in einer zur Axe senkrechten Ebene (die man allemal durch den Angriffspunkt legen kann) enthalten ist. Sei z. B. aR, Fig. 10 (a. f. S.), eine der gegebenen Kräfte. Man legt durch ihren Angriffspunkt eine zur Gelenkaxe AA' senkrechte Ebene, welche die Ebene der Zeichnung sein mag (so dass also aR nicht

in der Ebene des Papiers zu denken ist) und welche die Axe in b schneidet. Man zerlegt nun aR in die beiden zu einander senkrechten Componenten aP_0 und aP_1, so dass aP_0 der Axe AA parallel, aP_1 aber in der zu ihr senkrechten Ebene (des Papiers) enthalten ist. Nur diese letzteren Componenten bedürfen einer weiteren Behandlung. Man fällt nämlich jetzt von der Axe — und zwar bei dem in der Figur gedachten Muskel vom Punkte b der Axe — aus auf die Richtung einer solchen Componente, im Beispiel also auf die Richtung aP_1, ein Perpendikel bc, dessen Länge den Hebelarm dieser Kraft bildet. Bekanntlich ist nun das Product aus Kraft und Hebelarm ($aP_1 \times bc$) das Moment oder das Drehungsbestreben, welches die Kraft hervorbringt. Hat man diese Producte für sämmtliche gegebene Kräfte berechnet, so bildet man aus allen in dem einen Sinne wirkenden eine Summe, sowie aus allen im entgegengesetzten Sinne wirkenden ebenfalls. Die Differenz beider Summen ist die Grösse des gesuchten, durch die gegebenen Muskelspannungen zusammen hervorgebrachten Drehungsbestrebens; sein Sinn stimmt mit dem der grösseren von beiden Summen überein. Sind ursprünglich die Muskelspannungen in Kilogrammen, die Länge der Hebelarme in Metern ausgedrückt gewesen, so muss man als Einheit des Drehungsbestrebens dasjenige, welches 1 Kilogramm an einem Hebelarm von 1 Meter Länge wirkend hervorbringt, annehmen. Hätte man also z. B. den auf das Ellenbogengelenk wirkenden Muskeln bei einer gegebenen Stellung gewisse Spannungen beigelegt und nach dem auseinandergesetzten Verfahren ein flectirendes Moment = 0,5 herausgerechnet, so wäre dies so zu deuten, dass man, um Gleichgewicht herzustellen, in 1 Meter Entfernung von der Gelenkaxe eine Kraft von 0,5 Kilogramm oder, was denselben Erfolg hervorbrächte, in ein Decimeter Entfernung 5 Kilogramme so anbringen müsste, dass sie senkrecht am Vorderarm extendirend zöge.

Fig. 10.



65 2) Ein Drehungsmoment von gegebener Grösse und bestimmtem Sinne soll am Ginglymus hervorgebracht werden; wie gross müssen die Muskelspannungen sein? Es hält z. B. Einer in der horizontal ausgestreckten Hand ein Gewicht von 2 Kilogrammen, wie muss er die Flexoren des Vorderarms spannen, damit die Hand nicht sinkt? Man sieht auf den ersten Blick, dass das so gestellte Problem nicht mehr bestimmt ist. Man kann offenbar unendlich viele Combinationen von Muskelspannungen erdenken, welche alle das verlangte Drehungsmoment hervorbringen. Man kann erst durch eine neue, der Aufgabe an sich fremde, Bedingung die Bestimmtheit herbeiführen. Man kann z. B. noch fordern, dass das verlangte Dre-

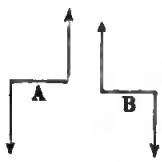
hungsmoment mit möglichst geringer absoluter Gesammtspannung hervorgebracht werde, oder man kann verlangen, es soll durch einen Muskel geleistet werden, nur darf natürlich dieser kein Extensor sein, wenn das verlangte Moment ein flectirendes ist und umgekehrt. Man hat bei letzterer Bedingung nur wieder den Hebelarm bc für den betreffenden Muskel zu berechnen (der bloss von der Richtung seiner Resultante abhängt) und dadurch das verlangte Moment zu dividiren; der Quotient wäre die Grösse der drehenden Componente P_1, woraus die Spannung R selbst noch gefunden werden kann, die ihm beizulegen ist, damit seine drehende Componente $= P_1$ und folglich sein Moment gleich dem geforderten werde.

Für eine Arthrodie reicht man nun mit dem speciellen Hebel nicht 66
mehr aus*); man muss vielmehr zu den allgemeineren Gesetzen der Statik zurückgehen. Da in den gangbaren physikalischen Lehrbüchern diese nicht hinlänglich auseinandergesetzt sind, so mag das Nothwendige davon hier Platz finden. Wir haben es bei einer Arthrodie nach den bereits vorausgesetzten Reductionen zu thun mit einem System unveränderlich verbundener Punkte, an denen in gegebenen Richtungen Kräfte angebracht sind. Mit dem Systeme ist dann noch ein Punkt in unveränderlicher Verbindung, der seine Lage im Raume beizubehalten gezwungen ist, nämlich der Drehpunkt des Gelenkes. Ein solches System behandelt man folgendermaassen. Im Drehpunkte denkt man sich zunächst neue Kräfte angebracht in der Weise, dass für jede gegebene Kraft des Systemes am Drehpunkte zwei mit derselben an Grösse gleiche und parallele zu denken sind, von denen die eine der gegebenen gleich, die andere entgegengesetzt gerichtet ist. Diese Einführung neuer Kräfte ist offenbar erlaubt, da dieselben nichts an der mechanischen Natur der Sache ändern, sich vielmehr unter einander paarweise vernichten. Die den gegebenen Kräften gleich gerichteten vereinigt man ferner nach der Regel des Parallelogrammes zu einer Resultante der sogenannten Hauptkraft. Sie strebt — im Drehpunkte angebracht — dessen Lage zu verändern, wird also durch die Einrichtung des Gelenkes unwirksam gemacht, oder anschaulicher, da ihre Richtung durch den Drehpunkt geht, ist sie zu den kugelförmigen Gelenkflächen normal und drückt dieselben gegen einander oder sucht sie von einander loszureissen, was beides unmöglich ist. Eine Drehung kann die Hauptkraft nicht bewirken, sie kann also aus der ferneren Betrachtung weggelassen werden. Es bleiben somit nur noch ebenso viele „Kräftepaare" übrig, als ursprünglich Kräfte in dem Systeme gegeben waren. Jedes derselben besteht nämlich aus einer der gegebenen Kräfte und der gleich grossen parallelen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft, die dafür am Drehpunkte angebracht worden war. Unter einem Kräftepaare versteht man nämlich die Zusammenstellung zweier gleich grosser paralleler, entgegengesetzt gerichteter Kräfte. Ein solches hat

*) A. Fick, über die Bewegungen des menschlichen Augapfels. Zeitschr. f. rat. Med. Neue Folge. Bd. 4, S. 101.

keine Resultante im Sinne der Statik, d. h. streht keine Ortsveränderung des Körpers, an dem es wirkt, hervorzubringen, sondern bloss eine Drehung nm irgend eine zur Ebene des Paares (d. h. zu der Ebene, welche die beiden parallelen Kraftrichtungen entbält) senkrechte Axe; nnd zwar ist die Grösse des hervorgebrachten Drehungsbestrebens für jede beliebige Lage dor Axe gleich dem Producte einer Kraft des Paares, multiplicirt mit dem Abstande beider von einander — dem Hebelarme des Paares —; diese Grösse nennt man „das Moment des Paares". Die Wirkung eines Paares ist also vollständig hestimmt, wenn man die Richtung seiner Axe und sein Moment kennt. Man muss nur noch bedenken, dass in jeder geraden Linie zwei Richtungen entbalten sind, z. B. in einer vertica'en die Richtnng von ohen nach unten und von nnten nach oben. Um dem Doppelsinne zu entgehen, wollen wir nach der bereits ohen (55) getroffenen Uebereinkunft in allen ferneren Betrachtnngen die Halbaxen der Drehnngen einführen. Wir errichten auf der Ebene des Paares ein Perpendikel nach der Seite hin, dass ein in demselben stebender, mit den Füssen gegen die Ebene des Paares gestützter, Beobacbter die hervorgebrachte Drebung so vor sich gehen sieht, wie die Drehung eines Uhrzeigers, wenn er das Zifferblatt ansieht. Die Richtung des Perpendikels, von der Ebene an gerechnet, heisst dann die Richtnng der Axe oder der Halbaxe des Paares. Wären also z. B. *A* nnd *B*, Fig. 11, zwei Paare in der Ebene des Papiers und denteten die Pfeilspitzen die Richtungen der Kräfte an, so wäre die Axe für *A* das nach nnten, die Axe für *B* das nach oben errichtete Perpendikel auf der Ebene des Papiers. In nnserem Falle müssen wir noch die Axen sämmtlicher Paare von dem Drehpnnkte des Gelenkes ausgehen lassen, da nnr um eine durch diesen gehende Axe eine Drebung überbaupt möglich ist. Die Axen sind also hier geradezu die im Drehpnnkte auf den Ebenen der einzelnen Paare nach der festgestellten Regel errichteten Perpendikel. Die Momente derselben finden sich (nach der Definition dieser Grössen), wenn man vom Drebpunkte auf die Richtungen der einzelnen Kräfte Senkrechte fällt nnd deren Längen mit den Kräften selbst multiplicirt.

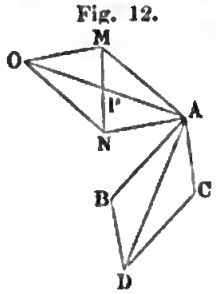
Fig. 11.



67 Ueber Paare, deren Axen von einem Punkte ansgehen, gilt folgender Satz: Trägt man vom gemeinschaftlichen Anfangspnnkt auf jeder Axe eine Länge ab, welche die Grösse des zugehörigen Momentes darstellt, so kann mit diesen begrenzten Linien verfahren werden wie mit lineär dargestellten Kräften, d. h. sie können nach der Regel dos Parallelogrammes zusammengesetzt werden. Man kommt also schliesslich zu einer begrenzten Linie, deren Richtung die Axe, deren Grösse das Moment eines Paares darstellt, dessen Wirkung vollkommen äqnivalent ist dem Zusammenwirken der sämmtlichen gegebenen Paare, das ihnen allen folglich snbstituirt werden kann; wir wollen es das „resultirende Paar" nennen. Der Beweis braucht nur für zwei Paare geführt zu werden, da mit dem resultirenden

von zweien das dritte u. s. f. nach derselben Regel zusammengesetzt werden darf, sobald die Zulässigkeit der Zusammensetzung von zweien erwiesen worden ist, was so geschieht: Seien, Fig. 12, AB und AC die Axen der beiden Paare und die Längen dieser Linien stellen die Grössen ihrer Momente dar. Die Ebene des Paares AB steht senkrecht auf dieser Linie und schneidet die Ebene BAC in der Linie AM, die wir $= AB$ machen wollen; sehen wir diese als Hebelarm des Paares an, so kann man das Paar selbst herstellen, indem man an M eine der Einheit gleiche aufwärts gerichtete und in A eine ebenfalls der Einheit gleiche abwärts gerichtete Kraft anbringt. In derselben Weise stellen wir das andere Paar her, indem wir in N eine der Einheit gleiche aufwärts gerichtete, in A wieder eine ebenso grosse abwärts gerichtete Kraft anbringen, wenn $AN = AC$ und in der Ebene BAC senkrecht auf AC ist. Wir haben also jetzt im Ganzen drei Kräfte; eine an A abwärts wirkende $= 2$ (die Summe der beiden daselbst angebrachten, der Einheit gleichen), eine $= 1$ an M und eine $= 1$ an N aufwärts wirkend; die beiden letzteren lassen sich zu einer Resultirenden vereinigen, welche $= 2$ ist und am Punkte P in der Mitte zwischen M und N aufwärts gerichtet angebracht ist. Diese bildet aber mit der an A abwärts wirkenden Kraft 2 ein neues Paar, dessen Wirkung dem Zusammenwirken der beiden gegebenen äquivalent sein muss. Das Moment dieses Paares ist nach der oben aufgestellten Regel*) $2 . PA = OA$ gleich der Diagonale des Parallelogrammes $AMON$ oder des congruenten $ABDC$, die Ebene des Paares steht in der Linie AO senkrecht auf der Ebene des Papiers; seine Axe ist also ein in A auf der Ebene des Paares errichtetes Perpendikel, d. h. die Linie AD selbst (wofür der geometrische Beweis wohl nicht ausgeführt zu werden braucht). Das resultirende Paar ist also bestimmt nach Drehungsrichtung und Grösse des Momentes durch die Diagonale eines Parallelogrammes, dessen anliegende Seiten die Axen der componirenden Paare sind, wenn man dieselben so lang als ihre Momente macht, was zu beweisen war. Ebenso, wie man nach diesem Paare zu einem Resultirenden zusammensetzen kann, kann man natürlich auch ein Paar zerlegen, d. h. mehrere Paare angeben, die, wenn sie zusammenwirken, ein Drehungsbestreben hervorbringen, das nach Richtung und Grösse mit dem gegebenen zusammenfällt.

Fig. 12.



Mit Hülfe dieses Satzes sind nun die drei allgemeinen Fragen am 68
artbrodischen Gelenke augenblicklich zu beantworten. 1) Für einen gespannten Muskel das Drehungsbestreben zu bestimmen, heisst nichts anderes, als sein Moment berechnen. (Wir wollen fernerhin schlechtweg Moment des Muskels das Moment desjenigen Kräftepaares nennen, das der Wirkung des Muskels äquivalent ist.) Man fällt nämlich vom Drehpunkte

*) Moment = Kraft × Hebelarm.

auf die Richtung der Resultante des Muskels ein Perpendikel, das den Hebelarm des Paares darstellt, und multiplicirt mit seiner Länge die Grösse der Spannung. Das Product ist das gesuchte Moment, dessen Axe sich findet, wenn man auf die Ebene, welche die Resultante des Muskels und den Drehpunkt enthält, in letzterem ein Perpendikel nach der übereingekommenen Seite errichtet. 2) Haben mehrere Muskeln gleichzeitig gegebene Spannungen, so berechnet man, wie eben, die Momente, trägt sie als Längen auf den entsprechenden Axen ab und bestimmt nach der bewiesenen Regel das resultirende Moment. Hätte sich z. B. für eine bestimmte Combination am linken Oberschenkel seine Grösse = 12 herausgestellt, und hätte sich die Axe desselben als gerade von hinten nach vorn gerichtet gefunden (es wäre alsdann für den linken Oberschenkel ein aducirendes), so hiesse das, unter Festhaltung der früher gewählten Einheiten, man müsste in einer von rechts nach links durch den Drehpunkt gehenden Verticalebene (die auf der Axe des resultirenden Paares senkrecht stände, also die Ebene desselben sein müsste), irgendwo 1 Meter vom Drehpunkte entfernt, die Kraft 12 Kilogramme *) im abducirenden Sinne anbringen, um den vorausgesetzten Muskelspannungen Gleichgewicht zu halten. Es braucht wohl kaum besonders darauf aufmerksam gemacht zu werden, dass in unserem Falle mit dem festen Drehpunkte die eine Kraft dasselbe leistet, wie ein Paar aus zwei solchen Kräften mit dem Momente 12, da man ja eben am festen Punkte sofort noch eine gleiche parallele und entgegengesetzt gerichtete Kraft angebracht denken darf, ohne das Gleichgewicht zu stören.

69 3) Es sei gegeben eine durch den Drehpunkt eines arthrodischen Gelenkes irgendwie gezogene Linie, um welche als Axe ein Drehungsbestreben von gegebener Intensität hervorgebracht werden soll. Es wird gefragt, welche Spannungen müssen den einzelnen auf das betreffende Gelenk wirkenden Muskeln beigelegt werden, damit das gedachte Drehungsbestreben um die gegebene Axe wirklich vorhanden sei. Man sieht leicht, dass, wenn die Anzahl der Muskeln, folglich die der verfügbaren Spannungen, eine gewisse Grenze überschreitet, das Problem nicht mehr zu den bestimmten gehört, d. h. dass man verschiedene Zusammenstellungen der Muskelspannungen wird auswählen können, deren jede den gewünschten Erfolg hervorbringt. Soll dieses Problem besser übersehen werden, so ist es gut, mit den einzelnen Grössen — mit den Momenten der einzelnen Muskeln — noch einige Umformungen vorzunehmen. Das Moment jedes einzelnen Muskels ist hier, da seine Spannung erst gefunden werden soll, an Grösse noch nicht bekannt; nur seine Axe und die Länge des Hebelarmes ist bekannt, da ja die Richtung der Resultante eines Muskels unabhängig von der Grösse der Spannung desselben ist. Das Moment jedes Muskels tritt also hier auf als Product einer unbekannten Grösse nämlich seiner zu bestimmenden Spannung (die mit x, y etc. in üblicher

*) Oder die Kraft 24 Kilogramme in 0,5 Meter Entfernung u. s. w.

Weise bezeichnet werden mag) und eines bekannten Factors der Länge des Hebelarmes (mit r bezeichnet). Es wird alsdann zerlegt in drei Componenten nach drei auf einander senkrechten Richtungen. Diese Zerlegung ist auch trotz des einen unbekannten Factors immer möglich, da die Richtung des zu zerlegenden Momentes (seine Axe) bekannt ist. Die Zerlegung besteht nämlich einfach darin, dass man das unter der Form $x.r$ auftretende Moment, multiplicirt mit den Cosinus der drei Winkel, welche seine Axe mit den drei gewählten, auf einander senkrechten Richtungen bildet; denn die drei anliegenden Seiten eines rechtwinkeligen Parallelepipedons verhalten sich zu seiner Diagonale wie die Cosinus der Winkel, die diese mit den Seiten macht, sich verhalten zu 1. Heissen also diese Winkel α, β, γ, so sind die drei Componenten $x.r\ cos\alpha$; $x.r\ cos\beta$; $x.r\ cos\gamma$. Jede Componente behält den unbekannten Factor bei. Ist diese Zerlegung für alle einzelnen Muskeln ausgeführt, so kann man die nach jeder der drei Richtungen wirkenden Componenten zu einer Summe vereinigen, die ein noch zu bestimmendes Moment um diese Richtung als Axe bedeuten. Diese drei Summen, in deren Bildung die zu bestimmenden Unbekannten, deren Zahl mit der der verfügbaren Muskeln übereinstimmt, seien der Reihe nach durch L, M, N bezeichnet. Man zerlegt das vorgegebene Moment ebenfalls in drei Componenten nach denselben Richtungen und erhält natürlich drei vollständig bestimmte Grössen, die durch P, Q, R in derselben Reihenfolge bezeichnet werden mögen. Die Lösung des Problemes besteht darin, über die in die Bildung der Grössen L, M, N eingehenden unbekannten Factoren so zu disponiren, dass diese Grössen, einzeln genommen, den Grössen P, Q, R gleich werden. Die Lösung hängt also ab von der Lösung der drei Gleichungen $L = P$, $M = Q$, $N = R$. Denn wenn diesen genügt ist, so sind in der That die drei rechtwinkeligen Componenten des, vermöge der Muskelspannungen, wirklich vorhandenen Drehungsbestrebens gleich den nach denselben Richtungen wirkenden Componenten des geforderten, oder, was dasselbe ist, wenn man die drei Momente L, M, N zu einem einzigen zusammensetzte, so würde dies, in Beziehung auf seine Grösse und die Lage seiner Axe, mit dem Geforderten übereinkommen. Die Grössen L, M, N sind aber Summen von der Form $x.a + y.a_1 + z.a_2 + \ldots . xb + yb_1 + zb_2 - \ldots$; $x.c + yc_1 + c'$ etc., wo die Coefficienten a, $a_1 \ldots b$, $b_1 \ldots c$, c_1 etc. bloss von der anatomischen Lage und Beschaffenheit der Muskeln abhängen. Die Grössen a sind nämlich, wie wir sahen, Producte aus einem Hebelarme r und einem $cos\alpha$ eines Winkels mit der ersten Richtung, die Grössen b Producte eines r und eines $cos\beta$ von einem Winkel mit der zweiten Richtung, und die Grössen c bestehen aus einem r und einem $cos\gamma$, der sich auf die dritte der gewählten auf einander senkrechten Richtungen bezieht. $x, y, z \ldots$ sind die gesuchten Spannungen der Muskeln. Man hat also zwischen diesen Grössen, deren Zahl sehr gross sein kann, nur drei Gleichungen, und das Problem gehört daher, wie oben schon angedeutet wurde, zu den unbestimmten. Einer Einschränkung sind zwar die Un-

bekannten zu unterwerfen; sie müssen nämlich der Natur der Sache nach positive Werthe haben, da ein negativer Werth einer Muskelspannung nach den getroffenen Verabredungen so gedeutet werden müsste, dass die Wirkung der Kraft vom Ursprunge des Muskels nach dem Ansatze gerichtet wäre, während sie doch immer die entgegengesetzte Richtung hat, wenn man unter Ansatz, wie dies gewöhnlich geschieht, die Anheftung an dem für die betreffende Betrachtung als beweglich angesehenen Theile versteht. Unter dieser einschränkenden Annahme, dass man nur unter den positiven Grössen die Werthe von x, y etc. zu wählen hat, zeigt sich die Lösung des Problemes in speciellen Fällen sehr häufig als unmöglich, selbst wenn die Zahl der zu wählenden Werthe 3 übersteigt, wenn also das Problem unendlich viele Lösungen haben würde, sobald die Verfügung uneingeschränkt wäre. Wenn aber die Lösung überhaupt möglich ist, so ist sie auch allemal unbestimmt; man kann dann nämlich allemal nur drei der unbekannten Grössen in algebraischen Ausdrücken darstellen, welche die übrigen Unbekannten noch enthalten. Es lassen sich in solchen Fällen meist nur gewisse Grenzen angeben, zwischen denen die Beziehung einzelner der unbekannten Grössen variiren kann. Es lässt sich beispielsweise angeben, in diesem bestimmten Falle darf die Grösse y nicht kleiner als dreimal so gross als x sein u. dergl. mehr.

Welche physische Bedeutung die Unmöglichkeit der Lösung unseres Problemes hat, ist leicht aus folgendem Beispiele zu ersehen. Man nehme an, dem Oberschenkel eines Menschen wären alle Muskeln, die irgendwie eine Flexion hervorbringen können, durchschnitten; man würde dann immer noch mehr als drei übrig behalten. Stellte man jetzt die Frage: in welche Spannungen müssen diese versetzt werden, dass die Gesammtwirkung in einem Drehungsstreben besteht um eine von rechts nach links horizontal durch den Drehpunkt gelegte Axe, von irgend einer bestimmten Intensität, und zwar derart, dass die Drehung das Knie nach aufwärts brächte; d. h. also anatomisch gesprochen: man soll den Muskeln eine Spannung beilegen, dass der Gesammteffect ein reines Flexionsbestreben von gewisser Stärke wird. Es sieht jeder sofort, dass dies unmöglich ist, obwohl noch eine Reihe von Muskeln, die in verschiedenen Richtungen wirken, zur Verfügung stehen; so lange wenigstens jeder Muskel in der Richtung vom Ansatze nach dem Ursprunge zieht. Wäre diese Einschränkung nicht vorhanden, könnten die Muskeln auch drücken statt zu ziehen, so würde man auch mittelst der Extensoren den Schenkel flectiren können. Diese Einschränkung wird aber, wie gesagt, algebraisch sich so darstellen, dass den Gleichungen nur durch positive Werthe der Unbekannten Genüge geschehen soll.

Die Aufgabe kann auch bei mehr als drei Muskeln sofort zu einer bestimmten gemacht werden, wenn man eine der Sache an sich fremde Bedingung einführt, die aber höchst wahrscheinlich in vielen Fällen in der Wirklichkeit erfüllt wird. Man braucht nämlich nur die Frage zu stellen: wie kann das verlangte Drehungsstreben mit einem möglichst kleinen Ge-

Digitized by Google

sammtaufwande an Muskelspannung hergestellt werden, oder algebraisch: wie kann man den drei Gleichungen $L = P$, $M = Q$, $N = R$ durch positive Werthe von x, y, z etc. genügen, deren Summe $x + y + z +$ etc. möglichst klein ist. Allgemeine algebraische Methoden, zu diesem Ziele führend, sind mir nicht bekannt. Wie man sich in besonderen Fällen helfen kann, habe ich in der citirten Abhandlung über die Bewegungen des Auges entwickelt.

Es kann offenbar von vorn herein gefragt werden, wie viele Muskeln 69
sind überall nothwendig, um an einem Gelenke mit einem blossen Drehpunkte alle möglichen Bewegungen durch irgend welche Combination ihrer Spannungen hervorbringen zu können, und wie müssen sie gelagert sein*)? Es ist sehr leicht zu sehen, dass vier Muskeln allemal genügen, wenn eine gewisse Einschränkung für ihre Lage gemacht ist. Diese Einschränkung kann auf mehrere Arten ausgesprochen werden. Man denke sich vor Allem die Muskeln ersetzt durch die Halbaxen, um welche jeder, allein wirkend gedacht, eine Drehung hervorbringen würde, derart, dass man auf ihnen nur die gewisse Länge abzutragen brauchte, um das Moment des Muskels für irgend einen gegebenen Fall zu haben. Wenn jetzt die vier Muskeln eine Drehung um jede beliebige Axe durch Zusammenwirken sollen hervorbringen können, so muss die Lage der vier Halbaxen folgender Bedingung unterworfen sein. Wenn man auf jeder Halbaxe eine beliebige Länge abträgt, so hat man vier Punkte im Raume, die als Ecken eines Tetraëders (nicht gerade eines regelmässigen) angesehen werden können; liegt nun der Drehpunkt in diesem Tetraëder, so ist jede Drehung möglich; liegt er ausserhalb desselben, so sind gewisse Axen ausgeschlossen, so kann um gewisse Axen durch keine Combination der Muskeln eine Drehung hervorgebracht werden. Die Bedingung lässt sich auch noch so formuliren: legt man durch zwei der Halbaxen eine unbegrenzte Ebene, so müssen jedesmal die beiden anderen auf entgegengesetzten Seiten dieser Ebene liegen; oder auch so: combinirt man die Axen zu drei, so lassen sich vier hohle körperliche Ecken bilden; füllen diese den ganzen Raum aus, so ist jede Drehung möglich, wo nicht, nicht. Der Beweis für diese Behauptung ist durch geometrische Anschauung sehr leicht zu führen, und wird dabei sogleich ersichtlich, welche Axen bei einem Systeme von vier Muskeln ausgeschlossen sind, das die aufgestellte Bedingung nicht erfüllt. Seien die nach der einen Seite unbegrenzt gedachten Linien OA, OB, OC, OD, Fig 13 (a. f. S.), vier Halbaxen, in dem Punkte O anfangend, von der beschriebenen Beschaffenheit. OA ist gerade nach oben gerichtet, OB nach vorn, unten und links, OC nach vorn, unten und rechts, OD nach unten und hinten. Es wäre also beispielsweise der dritte Muskel des Systemes so angelegt, dass er, allein wirksam, eine Drehung hervorbrächte, die ein in OC mit den Füssen nach

*) A. Fick, noch eine Notiz über die Augenmuskeln. Zeitschr. für rat. Med. Neue Folge. Bd. 5. S. 331.

O, mit dem Kopfe nach C hin aufgestellter Beobachter so vor sich gehen sähe, wie die Zeiger einer Uhr sich drehen, deren Zifferblatt er ansieht. Sei nun OR das geforderte Moment, d. h. es sei verlangt, ein Drehungsbestreben zu erzielen um die Linie OR, als Axe von einer Intensität, die durch die Länge OR gemessen wird. Die vier hohlen Ecken (OA, OB, OC), (OA, OB, OD), (OA, OC, OD) und (OB, OC, OD) füllen, der Voraussetzung gemäss (die Anschauung setzt es in unserem Falle ausser allen Zweifel), den ganzen Raum aus. Die Halbaxe OR liegt also, sie mag eine Richtung haben welche sie will, allemal in einer dieser hohlen Ecken, in unserem Beispiele in der Ecke OA, OB, OC. Legt man daher jetzt durch den Punkt R drei Ebenen parallel zu den drei Ebenen (OA, OB), (OB, OC) und (OC, OA), so schneiden diese die Halbaxen OA, OB, OC jedesfalls selbst, nicht ihre Verlängerungen, und begrenzen nebst den genannten drei Ebenen ein Parallelepiped, dessen Kanten in der Figur gezeichnet sind. Der Muskel, der allein wirkend um die Axe OA dreht, kann nun offenbar bei einer gewissen positiven Spannung ein Moment $= P_1$ haben, der zweite ein solches $= P_2$ und der dritte $= P_3$. Ertheilt man aber den drei Muskeln diese Spannungen wirklich, lässt den vierten ruhen, so ist das resultirende Moment OR die Diagonale des Parallelepipedes, dessen Seiten OP_1, OP_2, OP_3 sind. Da aber die Lage und Grösse von OR unter der Voraussetzung, die wir machten, jede beliebige sein konnte, so ist bewiesen, dass das vorausgesetzte System von vier Muskeln jede beliebige Drehung hervorbringen kann. Es braucht jetzt nicht noch bewiesen zu werden, dass ein System von mehr als vier Muskeln sicher allemal den Ansprüchen genügt, sobald sich vier Muskeln darunter befinden, welche die obigen Bedingungen befriedigen.

Fig. 13.

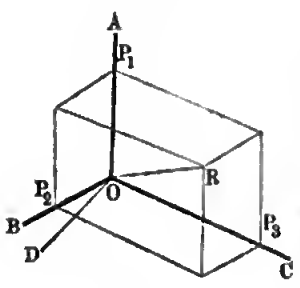
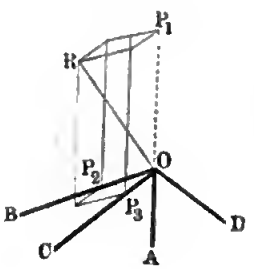


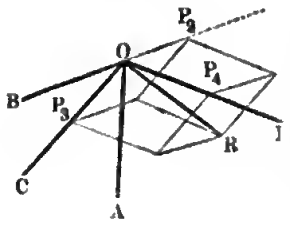
Fig. 14.



Werfen wir noch einen Blick auf ein System von vier Muskeln, das der Bedingung nicht genügt. Es muss bei einem solchen allemal eine der Halbaxen in der hohlen Ecke liegen, welche die drei anderen bilden; also um so mehr müssen zwei Halbaxen auf derselben Seite der Ebene liegen, die man durch die beiden übrigen legen kann. Seien, Fig. 14, die vier analog bezeichneten Linien vier solcher Axen; die Ebene (OB, OC) mag horizontal gedacht sein und die Axen OA und OD liegen beide unter dem Horizonte; insbesondere liege die Halbaxe OA noch innerhalb der hohlen Ecke (OB, OC, OD). Liegt jetzt die geforderte Momentaxe OR oberhalb der Horizontalebene, so schneiden die Ebenen, mit Hülfe deren das Parallelepiped zu construiren ist, man mag wählen wie man wolle, nicht mehr alle drei gewählte Halbaxen selbst, son

dern nothwendig mindestens eine in der Verlängerung. In dem Beispiele der Figur würde die Verlängerung der Halbaxe OA getroffen und das die Resultante OR componirende Moment des ersten Muskels müsste OP_1 sein, das hiesse aber, derselbe müsste eine Drehung hervorbringen, die ein mit den Füssen nach O, mit dem Kopfe nach P_1 gerichteter Beobachter wie die Drehung eines Uhrzeigers sähe, was unmöglich ist, weil der gedachte Muskel um dieselbe Linie in entgegengesetztem Sinne durch seinen Zug dreht. Ganz Aehnliches fände aber statt, wenn die verlangte Halbaxe OR zwar unterhalb der Horizontalebene, aber immer nach ausserhalb der hohlen Ecke (OB, OC, OD) fiele, wovon ein Blick auf die Figur 15 überzeugen kann. Es ist also die ganze Axengruppe ausgeschlossen, welche ausserhalb der erwähnten hohlen Ecke oder innerhalb der gleichbenannten erhabenen, mehr als den halben Raum betragenden, Ecke liegt. Sind mehr als vier Muskeln vorhanden, die der Grundbedingung nicht genügen, so wird man unter ihren Axen allemal wieder drei heraussuchen können, die sich zu einer alle übrigen umschliessenden hohlen Ecke combiniren lassen; die durch sie gebildete erhabene Ecke umschliesst dann wiederum alle Halbaxen, um welche eine Drehung nicht bewirkt werden kann.

Fig. 15.



Die Resultate unserer bisherigen Betrachtungen können noch in etwas 70
anderer Form dargestellt werden, wo sie sich dann der anatomischen Nomenclatur mehr anschliessen. Durch ein Gelenk mit nur einem festen Punkte, z. B. durch das rechte Hüftgelenk, denkt man sich wieder die drei auf einander senkrechten Halbaxen gelegt; die eine vertical aufwärts, die zweite horizontal von rechts nach links (zur symmetrisch theilenden Medianebene senkrecht), die dritte dieser parallel horizontal nach hinten. Man nennt dann die um diese Axen ausgeführten Bewegungen in derselben Reihenfolge Rotation nach Aussen, Flexion und Adduction; die entgegengesetztsinnigen Drehungen (also die Drehungen um die entgegengesetzt gerichteten Halbaxen oder, was dasselbe ist, um die Verlängerungen der ursprünglich gewählten, d. h. also um eine nach unten, nach aussen und nach vorn gerichtete) heissen dann Rotation nach Innen, Extension und Abduction.

Wenn die Axen dieser letzten drei Bewegungen, d. h. die Verlängerungen der zuerst gewählten drei Halbaxen nach der anderen Seite des Ursprunges noch mitgezählt werden, so hat man im Ganzen sechs Halbaxen, welche acht rechtwinkelige hohle Ecken mit einander bilden, die den ganzen Raum ausfüllen. Es ist nun wohl sehr unwahrscheinlich, dass irgend ein Muskel, wenn er allein wirksam wäre, eine Drehung gerade um eine dieser drei Halbaxen hervorbringen würde, aber die Axe muss in eine der acht erwähnten hohlen Ecken fallen. Man wird also allemal sein Drehungsmoment in drei zu einander rechtwinkelige Componenten zerlegen können nach drei der sechs Halbaxen, deren Verhältniss oben-

drein noch bloss von der Richtung der Axe, nicht von dem Maasse des Momentes abhängt. So könnte man offenbar alle auf ein arthrodisches Gelenk wirkenden Muskeln durchgehen und das Verhältniss der drei Componenten für jeden einzelnen finden, oder, wenn man lieber will, jedem der Muskeln die der Einheit gleiche Contractionsenergie beilegen und für diesen Fall die absoluten Maasse der jedesmaligen drei Componenten angeben. Auf diese Weise würden sich die gesammten Muskeln des Gelenkes zu einer Tabelle*) zusammenordnen, die aus drei Doppelcolumnen zusammengesetzt wäre. Die erste würde die Axen der Rotation nach aussen und der Rotation nach innen, die zweite die Axen der Flexion und Extension, die dritte die der Adduction und Abduction enthalten. Jeder Muskel würde in jeder der drei Doppelcolumnen einmal auftreten, aber auch nur einmal, denn er kann bei der hier angenommenen Zerlegungsweise nicht eine Componente nach zwei entgegengesetzten Halbaxen haben, also z. B. nicht gleichzeitig ein componirendes Moment um die Flexions- und Extensionsaxe. Diese jedesmaligen drei Componenten haben dann auch noch einen physischen Sinn: Angenommen, ein Muskel hätte beispielsweise eine Componente nach der Flexionsaxe = 0,27, so würde er, wenn durch irgend welche sonstige Veranstaltungen die Flexionsaxe fest gemacht und keine Drehung um eine andere Axe als diese gestattet wäre, ein Flexionsbestreben = 0,27 hervorbringen, wenn sein Contractionsbestreben der Einheit gleich wäre. Aus dem unmittelbaren Gefühle für die Grössenverhältnisse dieser Momentscomponenten, wie es auf den gröblichen anatomischen Augenschein hin urtheilt, entstanden die Namen der Muskeln, die in den anatomischen Handbüchern als physiologische verzeichnet werden. Man sieht es nämlich der Lage eines Muskels in der Mehrzahl der Fälle unmittelbar an, welcher von den sechs Haupt-Halbaxen die Drehungsaxe des Muskels am nächsten sich anschliesst. Seine Componente nach dieser (die Projection seines Momentes auf dieselbe) ist dann die grösste unter den dreien. Ist sie auffallend grösser als die beiden anderen, so giebt man nach ihr dem Muskel geradezu den Namen. So nennt man z. B. den M. iliopsoas einen Flexor des Oberschenkels schlechtweg, weil offenbar seine flectirende Componente die beiden übrigen bedeutend überwiegt. Aber es wird gleichwohl Niemandem einfallen, zu glauben, wenn sich der genannte Muskel allein contrahirte, würde eine reine Flexion entstehen, d. h. eine Erhebung des Schenkels genau um eine von rechts nach links horizontal laufende Linie als Axe. Herrscht keine der drei Componenten über die beiden anderen sehr auffallend vor, oder sind namentlich zwei derselben nahezu gleich gross, so wird die eine als sogenannte Haupt-, die andere als Nebenwirkung hingestellt, und man sagt in diesem Sinne vom M. glutaeus maximus, er sei extensor femoris, und habe die Nebenwirkung, den Schenkel nach aussen zu rotiren.

*) Ich habe eine solche Tabelle für die Oberschenkelmuskeln einmal aus Messungen berechnet, sie findet sich Zeitschr. für rat. Med. Bd. 9, S. 94.

Alle bisher gemachten Erörterungen gelten natürlich nur für die sta- 71
tischen Verhältnisse in einer bestimmten Lage des betreffenden Gelenkes; sobald diese Stellung durch eine wirkliche Zusammenziehung der Muskeln verändert wird, verändern sich sofort auch die Lagen der Muskeln selbst, sowohl im absoluten Raume als auch relativ gegen die Knochen, auf die sie wirken, und die für die erste Stellnng berechneten Momentaxen haben keinen Sinn mehr; es müssten für die neue Stellung von neuem die Axen bestimmt werden. Man sieht indessen die Möglichkeit ein, auch eine endlich grosse Bewegung vollständig mechanisch zu zergliedern. Eine solche kann nämlich (nach Nro. 57) allemal angesehen werden als die Abwickelnng zweier Kegelflächen, von denen die eine im Raume, die andere in dem bewegten Systeme eine feste Lage hat und deren Spitzen mit dem Drehpunkte zusammenfallen. Stellt man sich irgend ein bestimmtes Stadium der Abwickelung vor, so ist offenbar die Lage aller Punkte des festen Systemes, folglich aller Muskelansätze im Raume gegeben, die Ursprünge bleiben ohnehin an ihren Stellen, und man kennt demnach für die herausgegriffene Lage die Richtungen der Kräfte; man kennt ausserdem die Lage der Drehungsaxe, die in dem Stadium der Abwickelung für die folgende unendlich kleine Elementardrehung — und aus solchen unendlich kleinen Elementardrehungen ist ja die ganze Abwickelung zusammengesetzt — gefordert wird; man kann folglich die Spannungen der einzelnen Muskeln nach den obigen Principien ermitteln, welche durch ihr Zusammenwirken die Drehung um die geforderte Axe einleiten. Natürlich wird dabei wieder eine Willkürlichkeit statthaben, wenn nicht immer noch die Hülfshypothese des möglichst kleinen Gesammtaufwandes an Spannung gemacht wird. Indem man nun zu der unmittelbar folgenden Lage übergeht, die nur unendlich wenig von der vorhergehenden verschieden ist, kann man von neuem die Lagen der Muskelansätze im Raume bestimmen und die veränderten Längen der einzelnen Muskeln berechnen und mit den vorhergehenden vergleichen. Es wird sich dann ergeben, dass gewisse Muskeln eine unendlich kleine Verkürzung, andere eine unendlich kleine Verlängerung erfahren haben; insbesondere wird es recht gut möglich sein, dass auch solche Muskeln, deren Mitwirkung durch eine namhafte Spannung bei der gedachten Elementardrehung absolut erforderlich war, gleichwohl durch die Ausführung selbst eine Verlängerung erfuhren. Es kann also, wenn am Ende einer Bewegung gewisse Muskeln verkürzt gefunden werden, nicht behauptet werden, dass sie allein dabei activ betheiligt waren. Während eines unendlich kleinen Stadiums der Verlängerung oder Verkürzung gilt nun die berechnete Spannung. In dieser Weise müsste die ganze Abwickelung durchgangen werden.

Wollte man diese Betrachtung für einen speciellen Fall wirklich einmal ausführen, so müsste noch besonders beachtet werden, dass möglicherweise in jedem Stadium der Bewegung auch die Grösse des resultirenden geforderten Momentes eine andere sein könnte ausser der Richtung seiner Axe. Bei einer solchen Bewegung nämlich kann es sich darum handeln,

bloss Widerstände gerade zu überwinden, und es müsste alsdann in jedem Augenblicke das resultirende Moment der Kräfte, wenn die Bewegung mit constanter Geschwindigkeit ausgeführt werden soll, und unter Widerstand alles begriffen wird, was eine Verzögerung hervorbringen kann, gerade gleich sein dem resultirenden Momente der Widerstände zu derselben Zeit. Offenbar kann aber das letztere veränderlich gedacht werden. In anderen Fällen kann mit einer derartigen Drehung auch noch die Fortbewegung einer Last beabsichtigt werden (möglicherweise auch nur die des bewegten Gliedes). In diesem Falle muss auch das resultirende Moment immer grösser sein als das Moment der Last, das allemal, je nach der Lage derselben, in den einzelnen Stadien der Bewegung verschieden sein wird. Dieser letztere Umstand dürfte z. B. nicht unberücksichtigt bleiben, wenn es sich um die Bewegungen des Oberschenkels durch seine Muskeln handelte. Endlich darf noch ein wirksamer Factor nicht übergangen werden, es kann nämlich bei einer Bewegung irgend ein Band schon einen gewissen Spannungsgrad erlangt haben, ohne darum die Weiterbewegung absolut zu verhindern. Im letzteren Falle (wenn seine Dehnbarkeit erschöpft wäre) würde sofort keine Bewegung mehr möglich sein, als eine Drehung um eine Axe, die durch den Drehpunkt und den Ansatz des Bandes gelegt werden kann, d. h. eine Drehung, bei welcher der Ansatz des Bandes in gleicher Entfernung von seinem Ursprunge bleibt, abgesehen natürlich von allen Bewegungen, bei denen der Ansatz dem Ursprunge des Bandes wieder genähert wird. Wäre aber die Dehnbarkeit noch nicht erschöpft, so würde das Band selbst wie ein Muskel mitwirken, d. h. in der Richtung seiner Fasern einen Zug ausüben, dessen Grösse von der Ausdehnung abhängt, die er erlitten hat.

72 Bei flüchtiger Betrachtung könnte vielleicht einer einen Widerspruch finden zwischen der zuletzt entwickelten Zerlegung der Drehungsmomente nach drei Hauptaxen und der weiter oben (siehe S. 54) aufgestellten Behauptung, dass eine Zerlegung beliebiger Drehungen nach drei Hauptaxen nicht ohne Weiteres jedesfalls aber nicht nach dem Principe des Parallelogramms der Kräfte statthaft sei. Dem aufmerksamen Leser kann jedoch nicht entgangen sein, dass eben ein Drehungs*moment* etwas durchaus Anderes ist als eine ausgeführte Drehung von endlich grossem Umfange, und dass daher die Behandlung der Drehungs*momente* auch eine durchaus andere sein muss. Bei ihr haben wir es gar nicht mit wirklich ausgeführten Bewegungen zu thun, vielmehr wird nur untersucht, in welcher Richtung und mit welcher Geschwindigkeit eine Bewegung *anfangen* würde, wenn die in Betracht kommenden Zugkräfte anfangen zu wirken.

Drittes Kapitel.

Elasticität fester Körper.

In der Physiologie hat man es hauptsächlich mit der Elasticität zu 73
thun, sofern sie sich zeigt an sonst biegsamen Fasern oder Fasersträugen (Muskeln, Bänder etc.) und sich ihrer Verlängerung widersetzt. Die dafür insbesondere gültigen Lehren sind daher hier zu entwickeln. Die Lehre von der Elasticität, sofern sie der Zusammendrückung, Biegung und Torsion der Körper widerstreht, hat für die Physiologie weniger Interesse. Die Elasticität der Muskeln insbesondere ist zwischen sehr weiten Grenzen eine höchst vollkommene, d. h. man kann einen Muskel um einen sehr beträchtlichen Bruchtheil seiner Länge ausdehnen und er kehrt, wenn die dehnende Kraft zu wirken aufhört, dennoch genau zu seiner anfänglichen Länge zurück.

Die elastische Kraft eines Stranges oder Fadens wächst mit seiner Verlängerung. Man kann diesen für alle elastische Körper allgemein gültigen Satz*) auch so ausdrücken: Die Länge des elastischen Fadens wächst mit der dehnenden Kraft oder — da man gemeiniglich Gewichte als dehnende Kräfte anwendet — mit der Belastung.

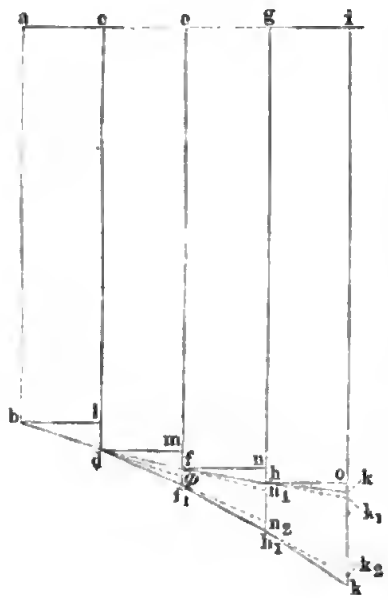
Die elastische Kraft eines Fadens wächst seiner Verlängerung nicht proportional. Die Proportionalität zwischen elastischer Kraft und Verlängerung, welche in der Physik**) öfters angenommen wird, gilt nur wo es sich um äusserst kleine Verlängerungen handelt, sobald bedeutendere Verlängerungen in Betracht kommen, was bei physiologischen Vorgängen öfters der Fall ist, hört die Proportionalität auf zu gelten.

Sei beispielsweise ab, Fig. 16 (a. f. S.), die natürliche Länge eines 74
elastischen Fadens, dann wird seine elastische Kraft bei dieser Länge $=$ Null sein, denn der Faden zieht sich auch ohne Belastung nicht weiter zusammen. Hängen wir jetzt an das untere Ende des Fadens eine Belastung von 10 Grm., so wird er sich dehnen, und nachdem sich Alles ins Gleichgewicht gesetzt hat, mag seine Länge $= cd$ geworden sein, dann können wir also sagen, bei der Länge cd oder bei einer Verlängerung um ld ist die elastische Kraft des Fadens $=$ 10 Gramm, denn es wird der Voraussetzung nach der Faden durch die 10 Gramm nicht weiter gedehnt, d. h. die Kraft von 10 Gramm ist nicht grösser, als die elastische Kraft des Fadens. Der Faden hebt aber die 10 Gramm auch nicht durch seine elastische Kraft in die Höhe, d. h. die elastische Kraft ist nicht grösser als 10 Gramm. Hängen wir jetzt statt 10 Gramm 20 Gramm an den Faden, so dehnt er sich nach unserem Satze um mehr aus, als um das Stück ld, oder er wird länger als cd, d. h. bei einer grösseren Länge als cd ist die

*) Siehe Bd. I, S. 75 u. folgd. — **) Siehe Bd. I, S. 77.

elastische Kraft desselben 20 Gramm gleich. Wüchse die elastische Kraft der Verlängerung oder, was dasselbe sagt, die Verlängerung der dehnenden Krsft proportional, so würde der Faden gerade die Länge $e\varphi$ für die Belastung von 20 Gramm annehmen müssen, da in der Figur $e\varphi = ab + 2 \times ld$ gemacht ist und da 20 Gr. $= 2 \times 10$ Gramm ist. Da nun, wie gesagt, in Wirklichkeit die elastische Kraft eines Fadens nicht der Verlängerung proportional wächst, so wird unser Faden bei 20 Gramm Belastung nicht gerade genau die Länge $e\varphi$ annehmen, sondern entweder eine kleinere oder eine grössere, je nach der Natnr des Materials, woraus der Faden gebildet ist. Für die meisten Stoffe, mit welchen mau es in der Physiologie zu thun hat, tritt der erste Fall ein; doch giebt es auch Stoffe, die sich entgegengesetzt verhalten, z. B. Kautschuk. Hätten wir also beispielsweise einen Muskel von der natürlichen Länge ab vor uns, und hätte er sich bei Belastnng mit 10 Gramm zur Länge cd, d. h. um ld gedehnt, so würde er sich bei Znsatz weiterer 10 Gramm znr Belastung nicht abermals um ein ld gleiches Stück, sondern um weniger dehnen, z. B. um das Stück mf, so dass er nach Herstellung des Gleichgewichtes mit 20 Gramm belastet die Länge ef hätte.

Fig. 16.



75 Legten wir jetzt der Belastung weitere 10 Gramm zu, so dehnte sich der Muskel nicht einmal mehr um ein mf gleiches Stück wie beim Zusatz der zweiten 10 Gramm, sondern etwa nur um das Stück nh, so dass er bei 30 Gramm Belastung die Länge gh hätte. In derselben Weise fortschreitend, erhielten wir für eine Belastnng von 40 Gramm die Länge ik u. s. w. Wenn, wie es in unserer Figur geschehen ist, die Längen des elastischen Fadens als senkrechte Ordinaten neben einander gelegt sind, so dass sie anfangen in den Endpunkten (a, c, e, g, i) von Abscissen o, ac, ae, ag, ai einer wagrechten Geraden, welche den entsprechenden Belastungen o, 1×10, 2×10, 3×10, 4×10 proportional sind: dann giebt die Curve, welche die Endpunkte b, d, f, h, k der Ordinaten verbindet, eine anschauliche symbolische Darstellung von dem Gange der Dehnung bei wachsender Belastnng. Diese Curve würde natürlich eine gerade Linie sein, wenn die Dehnung (wie Thl. I, S. 77 angenommen wurde) der Belastung proportional wäre. Da dies aber nicht allgemein der Fall ist, so wird unsere Dehnungscnrve krumm sein, nnd zwar kehrt sie in den meisteu Fällen (z. B. für die Muskelsubstanz), wie in der Figur die

Curve b, d, f, h, k die concave Seite gegen die Abscissenaxe. Es giebt aber auch, wie vorhin schon angedeutet, Fälle, in denen die Dehnungscurve der Abscissenaxe die convexe Seite zukehrt, wie eine durch die Punkte b, d, f, h, k gelegte Curve. Diese Form der Curve würde bedeuten, dass jede folgende Vermehrung der Belastung um denselben Betrag die Länge des elastischen Fadens mehr vergrössert als die vorhergehende. So habe ich es beim Kautschuk öfters beobachtet. Den Sachverhalt des ersten Falles, der darauf beruht, dass für jeden folgenden Zusatz einer Gewichtseinheit zur Belastung eine kleinere Dehnung erfolgt, als bei Zusatz der vorhergehenden, können wir auch ausdrücken mit den Worten: die Dehnbarkeit der Substanz wird um so kleiner, je weiter die Dehnung schon getrieben ist. Offenbar ist nämlich die Dehnbarkeit eines elastischen Körpers in irgend einem Zustande um so grösser zu schätzen, je mehr er von einem gegebenen Zusatz zu seiner schon vorhandenen Belastung gedehnt wird, und um so kleiner, je mehr Zulage zu seiner Belastung erfordert wird, um eine gegebene Dehnung zu erreichen. Man kann also als Maass der Dehnbarkeit geradezu den Quotienten gebrauchen, dessen Zähler die Längenzunahme und dessen Nenner der Gewichtszusatz ist, welcher diese Längenzunahme hervorbringt. Für den Zustand unseres oben als Beispiel gebrauchten Körpers, in welchem er unter der Belastung von 10 Gramm bereits die Länge cd hatte, wäre also seine Dehnbarkeit zu setzen $= \frac{mf}{10\,\text{Grm.}}$, in dem Zustande, wo er schon durch 20 Gramm Last gedehnt zur Länge cf gekommen ist, wäre seine Dehnbarkeit kleiner geworden, nur noch $= \frac{nh}{10\,\text{Grm.}}$, denn die folgenden 10 Gramm dehnen ihn nur noch um das Stück nh aus.

Das soeben definirte Maass der Dehnbarkeit ist aber noch immer 76
nicht unabhängig von dem willkürlich gewählten Werthe des Belastungszusatzes (in unserem Beispiel je 10 Gramm). In der That hätte man zu den ersten 10 Gramm statt weiterer 10 nur 5 Gramm zugelegt, so wäre man nicht zu einer Länge $cd + \frac{1}{2}mf$, welche gerade zwischen cd und cf die Mitte hält, sondern zu einer etwas grösseren, gekommen. Dies zeigt sich anschaulich, wenn man sich die gebrochene Linie $bdfhk$ durch eine (in der Figur nicht gezeichnete) stetig gekrümmte ersetzt, welche die Punkte b, d, f, h, k enthält. Dies ist die wahre Dehnungscurve, deren Ordinaten die wahren Längen des elastischen Körpers für alle möglichen Werthe der Belastung darstellen. Die Ordinate dieser Curve für eine zwischen c und e in der Mitte liegende Abscisse, also die Länge des Muskels für 15 Gr. Last, würde aber offenbar ein wenig grösser sein, als die betreffende Ordinate des geraden Linienstückes df, d. h. etwas grösser als $cd + \frac{1}{2}mf$, oder die Dehnung würde sich bei 5 Gramm Gewichtszusatz ein wenig grösser finden, als die Hälfte der durch 10 Gramm bewirkten Dehnung. Das Maass der Dehnbarkeit würde also berechnet aus einem Versuche mit dem Belastungszusatz 5 Grm. sich etwas grösser ergeben, als berechnet aus dem

Versuche mit 10 Gramm Belastungszusatz, nämlich etwas grösser als $\frac{mf}{10} = \frac{\frac{1}{2}mf}{5}$, da ja der Nenner eben 5, der Zähler aber unserer Erörterung zufolge etwas grösser als $\frac{1}{2}mf$ sich finden würde. Noch etwas grösser würde sich das Maass der Dehnbarkeit für den in Rede stehenden Zustand des Muskels finden, wenn man es berechnete aus einem Versuche, wo der Belastung 10 Gramm ein noch kleinerer Zusatz gegeben wäre. Je kleiner man aber den Zusatz wählte, um so näher käme man einer ganz bestimmten Grenze, die nie überschritten wird. Diese Grenze ist nun das wahre Maass der Dehnbarkeit. Man würde sie direct finden, wenn man die unendlich kleine Dehnung dividirte durch die unendlich kleine Belastungszulage, welche sie hervorbringt. Nun kann man natürlich unendlich kleine Dehnungen nicht messen und man muss sich damit begnügen, nur möglichst kleine Belastungszusätze anzuwenden und die dadurch hervorgebrachten Dehnungen zu messen. So würde z. B. in unserem Beispiel ein Gewichtszusatz von je 10 Gramm schon hinreichend klein sein und der aus solchen Versuchen hergeleitete Werth der Dehnbarkeit würde entschieden brauchbar sein. Der Fehler würde offenbar noch viel kleiner, wenn man die Grösse $\frac{mf}{10\ \text{Grm.}}$ nicht wie oben als Werth der Dehnbarkeit für die Länge cd, sondern für eine zwischen cd und ef in der Mitte liegende Länge gelten liesse, d. h. für eine zwischen 10 und 20 Grm. mitten inne liegende Belastung von 15 Grm. Nach diesem Principe hat Ed. Weber seine berühmten Versuche über die Dehnbarkeit des Muskels berechnet. Man kann also schliesslich folgende Regel aufstellen. Kennt man die Längen (l_1) und (l_2) eines elastischen Fadens für zwei nicht sehr verschiedene Belastungen (p_1 und p_2), so kann man die Dehnbarkeit (d) des Fadens für eine zwischen p_1 und p_2 in der Mitte liegende Belastung $\left(\frac{p_1 + p_2}{2}\right)$ berechnen, indem man die Differenz der beiden Längen durch die Differenz der beiden Belastungen dividirt $d = \frac{l_2 - l_1}{p_2 - p_1}$.

77 Die so definirte Grösse gilt nur für einen individuell bestimmten elastischen Faden von bestimmtem Material, bestimmtem Querschnitt, bestimmter ursprünglicher Länge bei einer bestimmten Belastung. Diese Grösse zeigt an, um wie viel ein Gramm Zusatz zu der Belastung den elastischen Faden verlängert haben würde. Dividirt man sie durch die Länge des Fadens, für welche sie gilt, so erhält man die Dehnung, welche jede Längeneinheit erleidet. Der algebraische Ausdruck dafür ist $\frac{2\,(l_2 - l_1)}{(p_2 - p_1)(l_2 + l_1)}$, da $\frac{1}{2}(l_2 + l_1)$ die Länge des Fadens bei der Belastung $\frac{p_1 + p_1}{2}$ nahezu darstellt. Diese neue Grösse entspricht einem erweiterten Begriffe der Dehnbarkeit, denn sie ist unabhängig von der Länge des Fadens und gilt für

alle Fäden von demselben Material und demselben Querschnitt bei derselben Belastung $\frac{p_2 + p_1}{2}$. Mit anderen Worten, die neue Grösse zeigt, um wie viel dehnt 1 Grm. zugelegt zu einer gegebenen Last $\left(\frac{p_2 + p_1}{2}\right)$ einen Faden, dessen Länge = 1 ist.

Die Grösse, welche uns hier beschäftigt und die wir mit dem Namen 78
Dehnbarkeit bezeichnet haben, hat Analogie mit dem reciproken Werthe der Grösse, welche gemeiniglich *) mit dem Namen des Elasticitätsmodulus bezeichnet wird. Je grösser also dieser ist, um so kleiner ist die Dehnbarkeit. Der Elasticitätsmodulus wird aber meist unter der Voraussetzung definirt, dass die Dehnung der Belastung genau proportional ist, er stellt alsdann eine von Belastung, Länge und Querschnitt unabhängige Constante dar, welche das betreffende elastische Material charakterisirt. Die hier als Dehnbarkeit definirte Grösse ist dagegen von Querschnitt und Belastung nicht unabhängig. Für sehr kleine Gesammtbelastungen würde die Dehnbarkeit multiplicirt mit dem Querschnitte des Fadens genau der reciproke Werth von dem sein, was man sonst in der Physik den Elasticitätsmodul der Substanz nennt.

Hängt man irgend eine Belastung an einen elastischen Faden, so wird 79
der finale Gleichgewichtszustand zwischen den elastischen Kräften und der Schwere der Belastung nicht sofort erreicht. Das angehängte Gewicht scheint nur nach den ersten Schwingungen, wofern solche bei plötzlichem Loslassen des vorher unterstützten Gewichtes eintreten, in seiner Gleichgewichtslage, die einer gewissen Dehnung des Fadens entspricht, zur Ruhe gekommen zu sein. In der That fährt nun aber der Faden fort sich langsam zu dehnen, und die Länge, bei welcher er später auf die Dauer der angehängten Last Gleichgewicht erhält, wird erst nach mehreren Minuten erreicht. Diese nachträgliche Dehnung geschieht mit abnehmender Geschwindigkeit, so dass sich eigentlich der Faden dem finalen Gleichgewichtszustand nur asymptotisch nähert, ohne ihn streng genommen jemals vollkommen zu erreichen.

Ganz analoge Erscheinungen treten auf, wenn man einen Theil der bisherigen Belastung von einem elastischen Faden abnimmt. Er sollte sich nun sofort auf die dem Reste der Belastung entsprechende Länge zusammenziehen. Dies geschieht aber nicht, es scheint vielmehr anfänglich allemal, als hätte man durch die vorhergegangene Dehnung die Elasticitätsgrenze überschritten, so dass der Faden eine bleibende Dehnung erfahren hatte, denn allemal scheint anfangs das Gewicht in einer tieferen Lage still zu stehen als der zum Reste der Belastung gehörigen Länge des Fadens entspricht. Der Faden zieht sich nun aber ganz langsam mit abnehmender Geschwindigkeit noch weiter zusammen und erreicht schliess-

*) Siehe Thl. I, S. 77.

lich doch die gehörige Länge, wofern nicht durch die vorhergegangene Dehnung wirklich die Elasticitätsgrenze überschritten war.

Diese Erscheinungen, welche von W. Weber*) zuerst genau untersucht worden sind, bezeichnet man mit dem Namen der „elastischen Nachwirkung". Sie sind bei Versuchen über die Elasticität der Muskeln sehr zu beachten. Insbesondere zeigen die glatten Muskelfasern wirbelloser Thiere**) die Phänomene der elastischen Nachwirkung in kolossalem Maasse.

80 Wenn man von einem belasteten elastischen Faden einen Theil der Last abnimmt, so oscillirt der Rest der Belastung eine Zeit lang auf und ab um die Gleichgewichtslage. Wir wollen die erste dieser Oscillationen noch etwas näher betrachten, weil dadurch der für die Physiologie so wichtige Begriff der „Muskelarbeit" aufgeklärt werden kann. Wir werden dabei indessen von der allmäligen Aenderung der Gleichgewichtslage vermöge der elastischen Nachwirkung absehen. Um bestimmtere Vorstellungen zu haben, wollen wir den Fall so denken: Ein elastischer Faden habe unbelastet die natürliche Länge ab, Fig. 17, wir nehmen ferner an, dass der Faden unter der Belastung von 20 Gramm im Gleichgewichte die Länge ac haben würde. Nun dehnen wir ihn durch die geeignete grössere Last auf die Länge ad aus, und wenn er bei dieser Länge zur Ruhe gekommen ist, nehmen wir plötzlich so viel von der Last ab, dass gerade noch 20 Gramm übrig bleiben. Der Erfolg wird übrigens derselbe sein, wenn man den Faden zur Länge ad ausdehnt, hier sein Ende irgendwie befestigt und dann mit 20 Gramm Last plötzlich loslässt. In diesem Augenblicke wird nun kein Gleichgewicht bestehen können, denn der Faden hat der Voraussetzung gemäss bei der Länge ad eine grössere elastische Kraft als 20 Grm. Die Masse von 20 Grm. wird also durch diese nach oben bewegt und zwar steigt sie bis zur Höhe c mit beschleunigter Geschwindigkeit, da nach der Voraussetzung für alle Längen des Fadens zwischen ad und ac die elastische Kraft des Fadens grösser ist als 20 Grm. und da folglich, so lange der Faden länger als ac ist, ein Ueberschuss von beschleunigender Kraft nach oben wirkt. Im Punkte c angekommen, hört der Ueberschuss der beschleunigenden Kraft nach oben auf, denn für die Länge ac ist nach der Voraussetzung die elastische Kraft des Fadens gerade gleich 20 Gramm, die Schwere zieht also an der Masse gerade so stark abwärts, als die elastische Kraft des Fadens aufwärts. Die angehängte Masse hat aber nun durch die vorhergegangene Beschleunigung eine gewisse Geschwindigkeit erlangt, vermöge deren sie fortfährt zu steigen, obgleich von dem betrachteten Augenblicke an sogar im Ganzen ein Kraftüberschuss nach unten wirkt. In der

Fig. 17.

*) Pogg. Ann. Bd. 34, S. 247. — **) Siehe meine Beiträge zur vergl. Physiol. etc. Braunschweig 1863.

That ist ja die Spannung des Fadens kleiner als 20 Gramm, sowie seine Länge kleiner als ac wird. Die auf die angehängte Masse abwärts wirkende Gesammtkraft ist aber immer noch kleiner als 20 Gramm, weil der Faden noch immer, so lange er länger als ab ist, eine aufwärts gerichtete Gegenkraft ausübt. Erst wenn die Last bis zum Punkte b gestiegen ist, hört die Zugkraft des Fadens gänzlich auf und nun wird ihr weiteres Steigen durch ihre volle Schwere verzögert. Sie wird alsdann bald ihre Geschwindigkeit gänzlich verloren haben. Nehmen wir an, dies wäre der Fall in dem Augenblicke, wo die Last bis zum Punkte c gestiegen ist. In diesem Punkte der Bahn wird dann die Last umkehren und wieder zu sinken beginnen, welchen Act wir nicht weiter zergliedern wollen, um so weniger als bei ihm die elastische Kraft des Fadens gar nicht mehr mitwirkt. In der That von dem Augenblicke an, wo die Last bei ihrem Aufsteigen den Punkt b erreicht hat, ist ihre Verbindung mit dem elastischen Faden unwesentlich und wird factisch aufhören, wenn sie etwa nur aufgelegt war auf eine an dem Faden hängende Wagschale (deren eigenes Gewicht zu vernachlässigen ist). Die Last wird alsdann vom Punkte b an frei in die Höhe fliegen und wenn sie durch seitliche Schwankungen aus dem Bereiche der Wagschale herauskommt, vom Gipfel ihrer Bahn vollständig frei herabfallen.

Offenbar ist nun in unserem Beispiele das Product aus der Last und 81
der Wegstrecke dc die von den elastischen Kräften des Fadens an jenem Gewichte gethane Arbeit. In der That könnte man sich ja vorstellen, die Last würde durch irgend eine Veranstaltung auf der Höhe c festgehalten und dann hätten die elastischen Kräfte die Last von 20 Gramm auf die Höhe dc erhoben, oder wenn man die 20 Gramm von c frei herabfallen liesse, so kämen sie bei d mit einer lebendigen Kraft an, welche der Fallhöhe dc entspricht, und diese lebendige Kraft wäre der Masse durch die elastische Kraft des Fadens beigebracht.

Bei dem Aufsteigen des Gewichtes kann es möglicherweise noch etwas anders hergehen als oben beschrieben wurde. Es kann nämlich, schon ehe es den Punkt b erreicht hat, die Verbindung mit dem Faden aufgeben und frei weiter steigen. Dies wird sich dann ereignen, wenn die Zusammenziehung des Fadens von irgend einem Punkte an langsamer erfolgt als das Steigen des Gewichtes. In einem solchen Falle wird der Rest der elastischen Kräfte für die Arbeit verloren gehen.

Genau der vorhin betrachtete Vorgang ereignet sich, wenn ein belas- 82
teter Muskel gereizt wird *). In der That können wir uns geradezu vor-

*) Dass die Muskelzuckung genau dem soeben zergliederten Vorgang entspreche, ist eine von Ed. Weber in seiner bekannten Abhandlung über Muskelbewegung entwickelte Ansicht. In neuerer Zeit hat man mehrfach dieser Ansicht widersprochen, namentlich Volkmann und Heidenhain. Der Letztere glaubt aufs Bestimmteste erwiesen zu haben, dass im Muskel auch während der Verkürzung noch innere (molekulare) Veränderungen geschehen, so dass eben der Act der Verkürzung nicht angesehen werden könne als das Spiel elastischer

stellen, ein ruhender Muskel hätte unter der Belastung 20 Gramm die Länge *ad*. Diese Annahme verlangt, beiläufig bemerkt, dass derselbe ruhende Muskel unbelastet eine etwas kleinere Länge, etwa *af*, haben würde, deren Kenntniss übrigens vorläufig für unseren Zweck keine Bedeutung hat. Wird jetzt der Muskel in den erregten Zustand versetzt, so verwandelt er sich gleichsam in einen anderen elastischen Faden von der natürlichen Länge *ab* — wollen wir annehmen. Dieser neue kürzere elastische Faden würde aber durch 20 Gramm Last nicht bis zur Länge *ad*, sondern etwa nur bis zur Länge *ac* gedehnt. Freilich gäbe es selbstverständlich eine grössere Last, beispielsweise 100 Gramm, die den neuen elastischen Faden von seiner natürlichen Länge *ab* auf die Länge *ad* dehnen würde. Da nun aber im Augenblicke der Erregung an dem Faden von der Länge *ad* nicht 100, sondern nur 20 Gramm hängen, so kann kein Gleichgewicht stattfinden, vielmehr wird die zu kleine Last in die Höhe gezogen werden. Die Bewegung wird, vorausgesetzt, dass die Zustandsänderung im Muskel momentan ist, genau so sein, als hätten wir es von vorn herein mit dem erregten Muskel, d. h. mit einem elastischen Faden von der Länge *ab* zu thun gehabt, hätten ihn durch 100 Gramm auf die Länge *ad* gedehnt und dann 80 Gramm von der Last abgenommen. Die 20 Gramm schwere Last wird also in unserem Falle auf die Höhe *de* geworfen werden, und 20 Gramm multiplicirt mit der Höhe *de* wäre unter den hier gemachten Voraussetzungen die von dem Muskel bei seiner Zuckung geleistete Arbeit. Allgemein ist die Arbeit einer Muskelzuckung das Product aus der Last mit der Höhe, bis zu welcher dieselbe geworfen wird.

83 Etwas kleiner als die soeben definirte Arbeit ist streng genommen der eigentliche „Nutzeffect“ der Muskelzuckung, d. h. die Wirkung, welche sie in der Aussenwelt hervorzubringen vermag, und die mithin den Zwecken des Subjectes zu Gute kommt. Für die Berechnung des Nutzeffectes ist nämlich die Wurfhöhe nicht vom Punkte *d*, sondern erst vom Punkte *f* aus zu rechnen, wo sich das untere Ende des Muskels im ruhenden und unbelasteten Zustande befindet. In der That hat ja von hier bis zum Punkte *d* die an den Muskel angeknüpfte Last erst sinken müssen, ehe der Wurf begann. Die Last hat also zuvor eine der Höhe *fd* entsprechende Arbeit am Muskel verrichtet, die bei der Zuckung zunächst wieder gewonnen werden muss, ehe ein für das Subject nutzbarer Effect beginnen kann. Mit anderen Worten, wenn die Last bis *f* gesunken ist, dann ist erst wieder die ursprüngliche Ordnung der äusseren Gegenstände hergestellt und die weitere Erhebung macht eine für die Zwecke des Subjects brauchbare Aenderung.

Kräfte der veränderten Muskelfaser. Wie dem nun auch sei, die Zergliederung der Zusammenziehung eines theilweise entlasteten elastischen Fadens behält dennoch ihr volles Interesse für die Physiologie, da die Zusammenziehung des belasteten Muskels jedesfalls ein sehr ähnlicher, wenn auch nicht vollkommen derselbe Vorgang ist.

Ed. Weber hat die Muskelarbeit anders definirt, nämlich als das Product der Last multiplicirt mit der Hubhöhe, auf welche der Muskel die Last zu heben und im Gleichgewicht zu halten vermag. Im obigen Beispiel wäre also 20 Grm. $\times dc$ die Arbeit des Muskels nach Weber's Definition. Dieser Werth ist aber offenbar viel zu klein. Es wird auch nicht einmal allgemein anzugeben sein, in welchem Verhältnisse der Wurf, den wir oben als den wahren Werth der Arbeit definirt haben, zu dem Hube steht, den Weber als die Arbeit betrachtet. Das Verhältniss wird von verschiedenen Umständen, insbesondere wohl von der Belastung abhängen, worüber die Physiologie der Muskelsubstanz zu entscheiden hat*).

Viertes Kapitel.

Das Myographion.

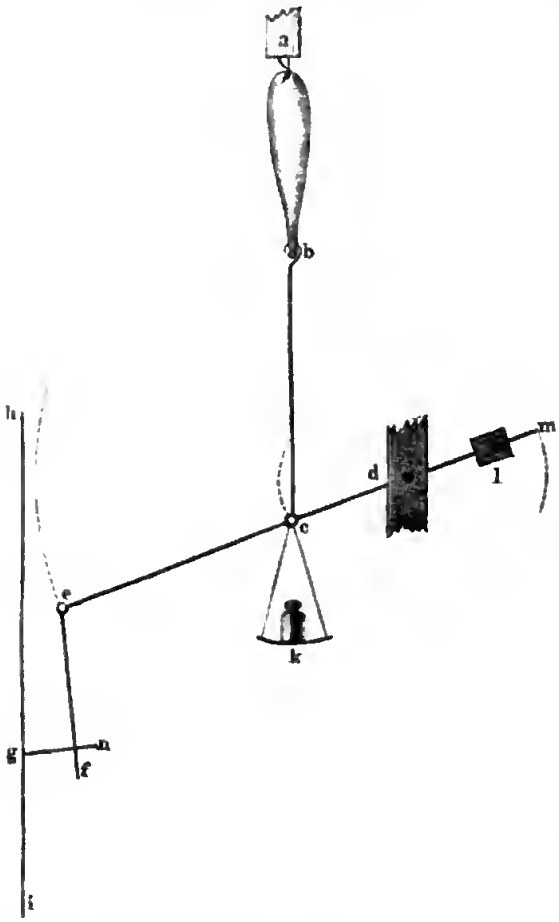
Eines der unentbehrlichsten mechanischen Hülfsmittel der neueren 84
Physiologie ist das von Helmholtz sinnreich erfundene sogenannte „Myographion". Die unmittelbare Leistung dieses Apparates besteht lediglich darin, den zeitlichen Verlauf des am Ende des vorigen Kapitels beschriebenen Vorganges in gegebenen Fällen genau zu bestimmen, d. h. genau zu ermitteln, in welcher Höhe sich in jedem Augenblicke eine am Muskel hängende Last befindet, wenn dieser in der Zuckung begriffen ist. Obgleich das Myographion direct gar nichts Anderes liefert, als diese Kenntniss, so kann es doch zur Entscheidung mancher weiterer Fragen benutzt werden, die damit im Zusammenhange stehen. Es braucht beispielsweise nur an die Untersuchungen über Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Nervenagens erinnert zu werden, welche von Helmholtz und später von Bezold mit Hülfe des Myographion angestellt sind.

Das Princip des Instrumentes besteht wesentlich darin, dass mit dem am Muskel hängenden Gewichte ein Stift fest verbunden wird, der seine jeweilige Höhe auf einer wagerecht vorübergeführten Fläche verzeichnet. In dem ursprünglichen Helmholtz'schen Myographion, das in einigen Punkten von Bezold und ganz kürzlich wieder von Thiry modificirt ist, hat die Fläche die Gestalt eines Cylinders, der um seine senkrechte Axe mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht wird. Wird hernach die Cylinderfläche in eine Ebene abgewickelt, so hat man darin eine Curve, deren Abscissen die Zeiten messen und deren Ordinaten die zu diesen Zeiten stattfindenden Erhebungshöhen der Zeichenspitze über ihrer Anfangslage gehen. Man weiss also jetzt in der That, wo sich das am Muskel hängende Gewicht in jedem Augenblicke befunden hat.

*) Eine Experimentaluntersuchung über diese Fragen ist in meinem Laboratorium von Herrn Dr. Jakoby aus Kasan bereits begonnen.

85 Die Verbindung der Zeichenspitze mit der am Muskel hängenden Last ist auf eine Art bewerkstelligt, dass sie sich nur in senkrechter Ebene auf und ab bewegen kann und dass ihre Bewegungen in bestimmtem Verhältnisse grösser sind, als die Bewegungen des Muskelendes selbst. Der Muskel ist nämlich (siehe Fig. 18) am einen Ende bei *a* an die unbeweglichen Theile des Instrumentes befestigt. Am anderen Ende hängt, unter Vermittelung geeigneter Zwischenstücke *bc*, die Last *k*. Bei *c* ist aber die Kette der Zwischenstücke an einen Hebel *em* befestigt. Dieser kann sich bloss bei *d* um eine zur Ebene des Papieres senkrechte Axe drehen, welche mit den festen Theilen des Apparates unbeweglich verbunden ist. Um die Sicherheit der Bewegung zu vergrössern, giebt man dem Hebel von *e* bis *d* die Gestalt eines wagerechten, mehrfach verspannten Rahmens. Am freien Ende *e* des Hebels hängt das Stäbchen *ef* herab, so dass es sich gegen den Hebel mit möglichst wenig Reibung um eine in *e* zur Ebene des Papieres senkrechte Axe drehen kann. Dies Stäbchen trägt den Zeichenstift *gn*, der in einer einfachen Stahlnadel besteht, die in jeder beliebigen Höhe am Stäbchen *ef* festgestellt werden kann. Die in der Figur gezeichnete Lage wäre nun nicht die Gleichgewichtslage des frei hängenden Stäbchens *ef* mit dem Zeichenstifte, es würde vielmehr, sei es durch eine Ueberlast bei *n*, sei es durch einen besonders angebrachten Federdruck, mehr nach links herabhängen. Die Zeichenspitze lehnt sich also mit einer gewissen Kraft an die senkrechte Fläche, deren Durchschnittslinie mit der Ebene der Zeichnung die Gerade *hi* darstellt. Diese Linie wäre also Seite eines Cylinders, dessen Axe gleichfalls in der Ebene der Zeichnung weiter links zu denken ist.

Fig. 18.



Es ist nach dieser Beschreibung klar: wenn sich der Muskel ab con- 86
trahirt, so kann die Last nicht genau geradlinig aufsteigen, vielmehr muss der Punkt c einen Kreisbogen um d beschreiben, der durch eine punktirte Linie angedeutet ist. Ebenso beschreibt der Punkt e einen Kreisbogen um d. Die Zeichenspitze g folgt aber dieser Bewegung, weil sie an hi angelehnt bleiben muss in einer senkrechten geraden Linie. Es muss sich dabei freilich der Winkel zwischen ef und cd ändern, was eben durch die Beweglichkeit der Verbindung zwischen ef und ed möglich gemacht wird. Die Zeichenspitze macht demnach allerdings nicht ganz genau proportionale Bewegungen mit dem Punkte b, aber, wenn die Erhebungshöhen dieses Punktes und folglich die Kreisbogen, welche c und e beschreiben, klein sind gegen die Länge des Hebels, wenn endlich dieser nahezu wagerecht liegt, so sind die Abweichungen von der Proportionalität nur klein, und das Verhältniss der Vergrösserung, in welchem die Zeichenspitze die Bewegungen der Last am Muskel wiedergiebt, kommt dem Verhältnisse sehr nahe zwischen der Länge ed und cd.

Am Hebelarm dm bringt man zweckmässig ein Laufgewicht l an, durch das man die links von der Axe d gelegenen Theile des Hebelwerkes balanciren kann. Es ist alsdann die Belastung des Muskels genau gleich dem bekannten, auf die Wagschale bei c gelegten Gewichte. Stellt man dagegen das Laufgewicht näher an die Axe d, so fällt noch ein Theil des Hebelwerkes selbst dem Muskel zur Last.

Den rotirenden Cylinder macht man von Glas und berusst ihn. Der 87
Stahlstift zeichnet alsdann darauf seine Curve. Diese wird zur weiteren Untersuchung bequem in der Ebene dargestellt, dadurch, dass man den Cylinder auf feuchtem Gelatinpapier abrollt, welches die ganze Russschicht wegnimmt und vor einem hellen Hintergrunde, etwa einem weissen Papierblatte, die Curve weiss auf schwarzem Grunde genau sehen lässt, so dass man Messungen mit dem Zirkel leicht machen kann.

Dem Cylinder giebt man gemeiniglich ziemlich kleine Ahmessungen. Bezold z. B. bediente sich zweier Cylinder von 82.5 und 155^{mm} Umfang. Da es nun auf Messung sehr kleiner Zeittheile ankommt, so muss der Cylinder mit grosser Winkelgeschwindigkeit rotiren, wenn den zu messenden Zeittheilen nicht gar zu kleine Abscissenlängen entsprechen sollen. Mehrere volle Umdrehungen in der Secunde sind allerwenigstens erforderlich. Natürlich muss die Drehungsgeschwindigkeit mindestens während der Versuchszeit genau constant bleiben. Dies ist leicht dadurch zu bewirken, dass man eine schwere Schwungscheibe mit dem Cylinder verbindet, deren Drehungsgeschwindigkeit nicht leicht Aenderungen erleiden kann. Wenn diese nebst dem Cylinder durch ein gutes Uhrwerk, das man meist durch Windflügel in Oel regulirt, in Bewegung gesetzt wird, so hat man von Schwankungen der Rotationsgeschwindigkeit keinen Fehler zu befürchten.

Ein weiteres Erforderniss ist es, dass man den absoluten Werth der 88
Umdrehungsgeschwindigkeit des Cylinders genau kennt oder wenigstens

versichert sein kann, in mehreren mit einander zu vergleichenden Versuchen genau dieselbe Geschwindigkeit zu haben. Dieser Zweck ist am Bezold'schen Myographion durch einen besonderen Kunstgriff erreicht. In der Schwungscheibe ist eine Spiralfeder mit dem einen Ende nahe der Axe befestigt. Mit dem andereu Ende derselben ist eine Metallmasse verbunden. Diese wird also bei der Drehung vermöge der Centrifugalkraft sich der Peripherie nähern, die Spiralfeder dehnen und bei jeder bestimmten Drehungsgeschwindigkeit eine ganz bestimmte Lage einnehmen. Nun ist die Metallmasse durch einen Hebel mit einem Sperrhaken verbunden, welcher einen durch Federkraft auswärts gedrückten Metallbolzen im Innern der Schwungscheibe zurückhält. Diese Verbindung ist so eingerichtet, dass der Sperrhaken ausgehoben wird, sowie die Metallmasse eine bestimmte Stellung in der Schwungscheibe erreicht hat. Der Bolzen fährt also hervor in dem Momente, in welchem die Schwungscheibe und der Cylinder eine bestimmte Geschwindigkeit erreicht hat. Dieser Bolzen bewirkt aber durch Umlegen einer Wippe und dabei erfolgenden Schluss oder Oeffnung eines elektrischen Stromkreises selbst die Reizung des Muskels. Man ist demnach sicher, dass der gereizte Muskel seine Curve an den Cylinder anschreibt zu einer Zeit, wo er eine bestimmte Geschwindigkeit hat.

Bei der soeben beschriebenen Einrichtung ist klar, dass die Reizung durch den vorgesprungenen Bolzen stets in einem Augenblicke bewirkt wird, in welchem der gedrehte Cylinder eine ganz bestimmte Lage hat und wo also der Zeichenstift an einem ganz bestimmten Punkte desselben steht. Diesen Punkt gilt es nun in vielen Versuchen genau zu kennen, damit man sehen könne, wie lange Zeit nach diesem Augenblicke die Contraction des Muskels beginnt. Man bestimmt diesen Punkt am besten empirisch. Man befestigt nämlich den Muskel vollständig zum Versuche, stellt die elektrischen Leitungen, in welchen der reizende Strom fliessen soll, her und führt nun den Cylinder mit der Schwungscheibe, aus welcher der mehrerwähnte Bolzen hervorragt, ganz langsam herum, bis er die Wippe umlegt. Nun wird der Muskel eine Zuckung machen, aber wegen der äusserst geringen Geschwindigkeit des Cylinders, den man sich geradezu ruhend denken kann im Verhältniss zu der schnellen Bewegung, die er später beim Versuch haben wird, steht während der ganzen Zuckung noch merklich dieselbe Seite des Cylinders vor dem Schreibstift, welche im Augenblicke des Umlegens der Wippe davorstand. Der Stift wird also einen senkrechten Strich auf- und abzeichnen, welcher den gesuchten Punkt am Cylinder markirt. Jetzt werden die unterbrochenen Leitungen wieder hergestellt und der eigentliche Versuch mit grosser Drehungsgeschwindigkeit des Cylinders kann gemacht werden, nachdem der Bolzen in die Schwungscheibe hineingedrückt, der Sperrhaken eingehängt ist. Wie in der Physiologie entwickelt wird, zeigt sich alsdann allemal ein mehr oder weniger grosser Zwischenraum zwischen der senkrechten Linie, welche den Augenblick des Reizes bezeichnet, und dem Anfang der Zuckungscurve. Dieser Zwischenraum, ausgefüllt durch eine vom Stift geschriebene

wagerechte Linie, misst die Zeit, die vom Augenblicke des Reizes bis zum Beginne der Zuckung verstreicht.

Zum Myographion gehören noch allerlei Hülfsapparate, welche den Zweck haben zu bewirken, dass in dem Augenblicke, wo die vorerwähnte Wippe umgeworfen wird, im Muskel oder Nerven ein reizender Vorgang statthat, also beispielsweise, dass in diesem Augenblicke ein Inductionsschlag den Nerven trifft. Diese Hülfsapparate (elektrische Leitungen etc.) können in verschiedenartiger Weise eingerichtet sein und haben mit dem eigentlichen Mechanismus des Myographion nichts zu thun.

Helmholtz hat an seinem Myographion neuerdings einen anderen 89
Kunstgriff angewandt, um die Umdrehungsgeschwindigkeit des Cylinders auf einem bestimmten, willkürlich wählbaren Werthe constant zu erhalten. Eine Axe seines Uhrwerkes trägt Schwungkugeln in ähnlicher Weise, wie man sie häufig in den Regulatoren der Dampfmaschinen sieht, die pendelartig aufgehängt um so weiter auseinandergehen, je schneller sich die Axe dreht. Für jede bestimmte Drehungsgeschwindigkeit des Cylinders nehmen also die Kugeln eine bestimmte Lage an. Mit ihnen ist nun ein Stück verbunden, das, wenn die Kugeln unter einer gewissen Höhe stehen, einen elektrischen Stromkreis geschlossen hält, ihn aber öffnet, sowie die Schwungkugeln jene Höhe übersteigen. Durch veränderte Einstellung kann man es dahin bringen, dass in verschiedenen Versuchsreihen das Oeffnen des Stromkreises bei verschiedenen Höhen der Schwungkugeln, d. h. bei verschiedenen Werthen der Drehungsgeschwindigkeit eintritt. Der erwähnte Stromkreis enthält nun eine Drahtrolle mit Eisenkern, und vor diesem Eisenkern spielt ein Anker, welcher hebelartig drehbar durch eine Feder gegen die Axe des rotirenden Cylinders angedrückt wird, wofern er nicht durch den Magnetismus des Eisenkernes davon abgehoben wird. Nehmen wir nun an, das Uhrwerk komme in Gang und seine Axen drehen sich mit wachsender Geschwindigkeit. Dann werden also die Schwungkugeln allmälig immer höher und höher steigen. So lange sie nicht die vorhin erwähnte Höhe erreicht haben, bleibt der elektrische Stromkreis geschlossen, und mithin lässt der hebelartige Anker, durch den fortbestehenden Magnetismus des Eisenkernes zurückgehalten, die Axe des Cylinders unberührt. Sowie aber die Schwungkugeln die Grenzhöhe überschreiten, wird der Stromkreis geöffnet, der Magnetismus hört auf und die Feder drückt den Anker gegen die Axe des Cylinders. Dadurch wird ein Reibungswiderstand gesetzt, welcher sofort die Drehungsgeschwindigkeit des Cylinders verzögert. Sofort sinken auch die Schwungkugeln wieder, der Stromkreis schliesst sich wieder und der Magnet hebt den Anker wieder von der Axe ab. Vom Widerstande befreit, wird ihre Drehung wieder beschleunigt und das vorige Spiel beginnt von Neuem. So schwankt bei dieser Anordnung die Geschwindigkeit des Cylinders nothwendig zwischen äusserst engen Grenzen um den Werth, welcher der in Rede stehenden Lage der Schwungkugeln entspricht.

Ein ganz anderes Hülfsmittel zur Erzielung einer constanten und

bestimmharen Umdrehungsgeschwindigkeit hat Thiry in seinem Myographion angewandt. Er setzt den Cylinder auf eine Sirene, die durch einen grossen Blasebalg mit möglichst constantem Winde getrieben wird. Aus der Tonhöhe lässt sich dann auf die in der Secunde erfolgende Anzahl von Umdrehungen und mithin auf die Geschwindigkeit schliessen. Um in der Bestimmung der Tonhöhe nicht ausschliesslich auf das musikalische Urtheil angewiesen zu sein, wird neben die Sirene eine genau abgestimmte Pfeife gesetzt und die Geschwindigkeit der Sirene so lange abgeändert, bis ihr Ton mit dem Tone der Pfeife ohne Schwebungen im Einklange ist.

90 Begreiflicherweise müssen die Maschinerien, welche den Cylinder drehen, sei es nun ein Uhrwerk oder etwas Anderes, und die Theile, welche zum Reguliren der Geschwindigkeit dienen, sehr genau ausgeführt sein, wenn man die Sicherheit haben will, dass bei genau bekannter Geschwindigkeit gearbeitet wird. Der Apparat wird dadurch sehr kostspielig und es sind verschiedene Vorschläge gemacht worden, andere Bewegungen statt der Drehung eines Cylinders anzuwenden. So hat Harless ein Myographion construirt, worin eine berusste Glasplatte senkrecht herunterfällt in einer ähnlichen Vorrichtung, wie in der Atwood'schen Fallmaschine. Mir scheint, dass diese Bewegung, hinlänglich genau herzustellen, noch schwieriger ist, als die Drehung eines Cylinders. Ich habe daher das Princip des Pendels in einer neuen Construction zur Anwendung gebracht. In meinem Myographion*) bewegt sich eine berusste Glasplatte am Zeichenstift vorüber, welche einen Theil eines grossen schweren Pendels ausmacht. Die Pendelbewegung dürfte wohl in der That diejenige sein, welche sich mit den einfachsten Mitteln in unübertrefflicher Genauigkeit herstellen lässt, und ich glaube, dass hinsichtlich der Bestimmung der absoluten Werthe der zu messenden Zeiträume das Pendelprincip jedem andern selbst in der feinsten Ausführung entschieden überlegen ist.

Das Pendel darf natürlich allemal nur einen Schwung machen, während dessen der ganze Versuch verlaufen muss. Diese Zeit genügt aber auch vollkommen, wenn die Schwingungsdauer des Pendels etwa $^1/_3$ bis $^1/_2$ Secunde beträgt. Um in mehreren zu vergleichenden Versuchen von derselben bestimmten Anfangslage ausgehen zu können, ist eine sehr einfache Auslösungsvorrichtung angebracht, und um das Pendel nach Vollendung seiner Schwingung aufzufangen, befindet sich am anderen Ende der Bahn ein Fangstift, über den ein am Pendel befestigter Sperrhaken hinspringt. Die Auslösung und der Fangstift können natürlich an verschiedenen Stellen des Stativs befestigt werden, damit man mit verschiedenen Excursionen und folglich mit verschiedenen Geschwindigkeiten arbeiten kann.

91 Den reizenden elektrischen Strom bewirkt bei meinem Myographion das Pendel selbst in einem genau bestimmbaren und willkürlich wählbaren Punkte seiner Bahn, analog wie die Schwungscheibe am Helm-

*) Vierteljahrschrift der Züricher naturforsch. Gesellsch. 1862.

holtz'schen nnd Bezold'schen Instrnmente. Ich habe mich jedoch überzeugt, dass man, ohne im mindesten der Genauigkeit zu schaden, viel einfacher verfahren kann. Das Pendel trägt nämlich einen Daumen, der in einer bestimmten Stellung einen kleinen Hebel nmwirft, welcher eine Brücke zwischen zwei Quecksilbernäpfchen trägt. So wird also, wenn das Pendel den betreffenden Punkt seiner Bahn erreicht, die leitende Verbindnng zwischen den beiden Qnecksilbernäpfchen aufgehoben nnd man kann es entweder so einrichten, dass damit eine Nebenschliessung zu einem den Nerven enthaltenden Stromkreise weggeräumt wird, oder dass dadurch der primäre Kreis eines Indnctionsapparatea geöffnet wird, in dessen secnndärem Kreise sich der Nerv befindet. In jenem Falle erhält man Schliessnngszuckung eines danernden Stromes, in diesem Falle Zuckung dnrch einen Oeffnnngsinductionsschlag. Selbstverständlich lassen aich anch noch andere Anordnungen treffen, welche z. B. Oeffnnngszuckungen gehen.

Der Punkt der Platte, vor welchem der Zeichenstift im Augenhlicke des Reizes steht, wird an meinem Myographion ebenfalls empirisch bestimmt. Es wird nämlich Alles wie znm Versuch eingerichtet und nnn das Pendel ganz langsam mit der Hsnd in seiner Bahn herabgeführt, bis es den Hebel ausheht, nun zuckt der Muskel nnd schreibt einen senkrechten Strich an die Platte.

Das Pendelmyographion, das mit ganz geringen Kosten herzustellen 92
ist, dürfte in Leichtigkeit der Handhahung und anch in der Genauigkeit den hestgearbeiteten Cylindermyographien kaum nachstehen. Dagegen ist die Ausdeutung der Curven allerdings nnbequemer. Ist nämlich vom Cylinder durch Abrollen die Zeichnung in die Ebene gehracht, so hat man eine Curve vor sich, deren rechtwinkelige Coordinaten ganz einfach Zeit nnd Erhebungshöhe bedeuten, nnd zwar stellt jede Längeneinheit der Abscissenlinie eine hestimmte Zeit vor. Das ist beim Pendelmyographion nicht der Fall. Hier beschreibt natürlich der ruhende Stift einen Kreis, dessen Mittelpnnkt in der Axe liegt. Dieser Kreis, der übrigens je nach der ursprünglichen Stellnng des Zeichenstiftes bald grösseren, bald kleineren Halhmesser hat, ist hier gleichsam die Abscissenlinie. Die Ordinaten sind von der Peripherie aus in radialen Richtungen zu messen. Man hat also die Curve in Polarcoordinaten zn deuten, aber es entspricht nicht jedem Grade des Polarwinkels dieselbe Zeit, denn das Pendel legt nicht seine ganze Bahn mit gleicher Geschwindigkeit zurück. In der Mitte, wo die Geschwindigkeit am grössten, entspricht jedem Grade eine kleinere Zeit, als an den Seiten, ausserdem hängt die Geschwindigkeit nnd folglich die Zeit, welche jedem Grade des Polarwinkels entspricht, von der Anfangselongation ab. Alles dies ist aber kaum ein Uebelstand zu nennen, denn man kann sich leicht für jede bestimmte Anfangselongation eine Tabelle berechnen, welche die Zeiten gieht, die vom Beginne der Bewegnng verstreichen bis zn den Augenblicken, wo das Pendel bestimmte Punkte seiner Bahn erreicht.

93 Wenn es nicht auf Messung des zeitlichen Verlaufes, sondern bloss auf Bestimmung der Erhebungshöhen ankommt, so stellt man vor den Zeichenstift des Myographion einfach eine senkrechte berusste Glastafel in Ruhe, der zuckende Muskel zeichnet dann darauf einen senkrechten Strich, dessen Länge die Grösse der Zuckung misst. Bei einer grösseren Reihe von Versuchen verschiebt man nach jeder Zuckung die Tafel ein wenig und hat dann eine Reihe von Zuckungshöhen zur Vergleichung bequem nebeneinander. Diese Einrichtung hat zuerst Pflüger dem Myographion gegeben, daher sie unter dem Namen des Pflüger'schen Myographion bekannt ist.

DRITTER ABSCHNITT.

HYDRODYNAMIK.

Erstes Kapitel.

Stromlauf in starren Röhren.

Von den Problemen der Hydrodynamik ist für die Physiologie beson- 94
ders wichtig das der Strömung von Flüssigkeiten in verzweigten Röhrensystemen, denn dies ist das Problem des Blutkreislaufes. Die Röhren, welche das Blutgefässsystem darstellen, haben sämmtlich elastische Wandungen. In einigen Abtheilungen des Systems, nämlich in den grösseren Arterien, spielt die Elasticität der Wände eine bedeutende Rolle bei dem Bewegungsvorgang, indem derselbe in periodisch beschleunigtem und verzögertem wellenartigen Fortschreiten besteht, was durch die Elasticität der Röhrenwände vermittelt wird. Die Gesetze dieser Art von Bewegung sind noch sehr wenig bekannt. Das Wenige, was wir darüber wissen, soll den Gegenstand des zweiten Kapitels ausmachen. Im gegenwärtigen beschäftigen wir uns mit dem einfacheren Falle eines stationären Stromes in starren Röhren. Die Gesetze desselben haben in einem grossen Theile des Blutkreislaufes trotz der Elasticität der Wandungen uneingeschränkte Geltung. In der That kommt ja die Elasticität einer Röhrenwand gar nicht mehr in Betracht, sowie in der Röhre ein stationärer Strom fliesst, so dass der Druck an jeder Stelle einen constanten Werth behauptet; denn mit diesem Druck werden die elastischen Kräfte der Wandung für einen bestimmten Werth des Umfanges im Gleichgewicht sein. Es ist daher durchaus kein Grund zu einer Aenderung des Lumens vorhanden und der Flüssigkeitsstrom wird genau ebenso fortgehen, als flösse er in einem starrwandigen Rohre von derselben Weite.

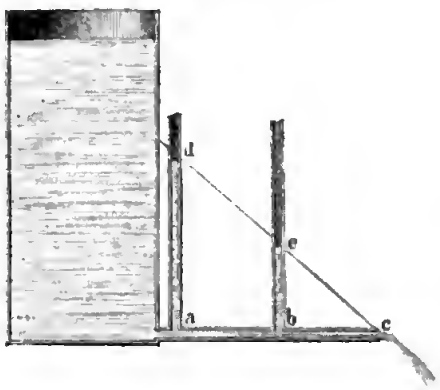
Solche stationäre Ströme in Gefässen von unveränderlicher Weite bilden aber den grössten Theil des Blutkreislaufes, denn wellenartiges

Fortschreiten findet bloss in den grösseren Arterien statt. Schon in den kleinsten Arterien, noch mehr in den Capillaren und Venen, sind die Ströme stetig, wenigstens hält sich hier die Geschwindigkeit regelmässig durch längere Zeiträume constant und ändert sich nur allmälig durch äussere Einflüsse in ganzen Gefässprovinzen, wird z. B. langsamer im ganzen Gebiete eines Arterienstämmchens, wenn sich dieses für eine längere Zeit contrahirt. Innerhalb jeder Periode stationären Strömens könnten offenbar die Gefässe durch gleich weite starre Röhren ersetzt werden, die Elasticität der Wände hat nur Einfluss auf den Uebergang von einem Zustande des Stromes zu einem andern.

95 Wir betrachten zunächst den einfachsten Fall. Wir denken uns eine gerade cylindrische, also überall gleich weite Röhre von kreisförmigem Querschnitt. Damit die Schwere die Flüssigkeit innerhalb des Rohres weder beschleunigt noch verzögert, legen wir dasselbe in eine wagerechte Ebene. Durch diese Röhre lassen wir nun eine Flüssigkeit, beispielsweise Wasser, in stationärem Strome fliessen, d. h. so dass in jeder Zeiteinheit jeden Querschnitt der Röhre eine gleiche Flüssigkeitsmenge passirt. Factisch ist dies leicht herzustellen. Man braucht nur die Flüssigkeit durch eine fortwährend constante Kraft in das eine Ende der Röhre einzutreiben und am andern Ende die Ausflussbedingungen constant zu erhalten. Es stellt sich alsdann fast momentan ein constanter Strom her.

Am einfachsten lässt sich dieser Zweck auf die in Fig. 19 dargestellte Weise erreichen: das wagerechte Stromrohr mündet bei *c* frei in die Luft; die Ausflussbedingung ist also constant, indem der Ausfluss fortwährend unter dem einfachen Atmosphärendruck stattfindet. Das andere Ende (in der Figur links) ist mit einem grossen Wasserbehälter verbunden, in welchem man fortwährend das Niveau durch irgend eine Vorrichtung constant erhält.

Fig. 19.



Ein solcher Strom folgt sehr einfachen Gesetzen, sobald seine Geschwindigkeit und die Weite des Rohres gewisse Grenzen nicht übersteigen, die indessen nicht allgemein angegeben werden können. Ist die Röhre sehr weit, hätte sie beispielsweise einige Centimeter Durchmesser, oder ist der Strom in einer engen Röhre sehr stark, so verwickeln sich die Erscheinungen vermuthlich durch Wirbelbildung längs der Wände in solchem Grade, dass man mit der Theorie nicht mehr folgen kann. Die älteren Mechaniker haben zwar geglaubt im Besitze einer vollständigen Theorie dieser Ströme zu sein, die auch in physiologische Schriften

Digitized by Google

vielfach Eingang gefunden hat. Diese Theorie beruht aber auf einer gänzlich falschen Grundvorstellung, nämlich auf der, dass alle in einem Querschnitte der Röhre befindliche Wassertheilchen gleiche Geschwindigkeiten besässen. Die unter dieser Voraussetzung entwickelten Formeln stimmen daher auch sehr schlecht mit der Erfahrung überein und sind kaum als empirische Formeln zu brauchen.

Für die Physiologie haben die Gesetze der gleichmässigen Strömung in weiteren Röhren kein Interesse, denn es treten höchstens die grösseren Venenstämme aus den Grenzen der Enge heraus, innerhalb deren jene einfacheren Gesetze Geltung haben. Die übrigen Blutgefässe mit constanter Strömung, die Capillaren und kleinen Arterien und Venen sind hinlänglich eng, denn sobald der Arteriendurchmesser auch nur etwa 1^{mm} überschreitet, ist schon Wellenbewegung im Gefässe bemerkbar. Ueberdies ist auch in den kleinen Arterien und Capillaren die Geschwindigkeit der Strömung nicht bedeutend.

Unter den soeben aufgestellten Bedingungen, d. h. bei einem höch- 96
stens einige Millimeter weiten Rohre und einer mässigen Stromstärke geschieht nun die Bewegung im beharrlichen Strome in folgender Weise: Die Theilchen in der Axe des Stromes bewegen sich am schnellsten, die Theilchen an der Wand sind vollständig in Ruhe, wenigstens wenn die Wand aus einem Stoffe besteht, der durch die darin bewegte Flüssigkeit benetzbar ist. So würde es also z. B. der Fall sein, wenn Wasser in Glasröhren oder Metallröhren fliesst. Anders verhielte sich die Sache, wenn z. B. Quecksilber in Glasröhren fliesst. Es leuchtet daher ein, dass das Material der Wand gar keinen Einfluss auf den Strömungsvorgang haben kann, sobald es durch die Flüssigkeit überhaupt benetzbar ist, denn in diesem Falle strömt ja die Flüssigkeit gleichsam in einer Röhre, die aus ihrem eigenen Stoffe gebildet ist. Es muss z. B. gleichgültig sein, ob Wasser in einer Glasröhre strömt, oder unter sonst gleichen Bedingungen in einer Messingröhre von genau denselben Abmessungen. Diesen auch für die Physiologie höchst wichtigen Satz hat die Erfahrung vollkommen bestätigt.

Zwischen der grössten Geschwindigkeit in der Axe des Cylinders und der absoluten Ruhe an der Wand kommen alle Mittelstufen der Geschwindigkeit im Strome vor, und zwar bewegt sich irgend ein Flüssigkeitsfaden mit um so kleinerer Geschwindigkeit, je weiter er von der Axe entfernt liegt. Die Geschwindigkeit eines Flüssigkeitsfadens hängt aber auch einzig von seiner Entfernung von der Axe ab. Es werden sich daher alle Flüssigkeitstheilchen, welche in irgend einer der Röhrenwand coaxialen Cylinderschale liegen, mit derselben Geschwindigkeit bewegen und zwar so, dass diese Geschwindigkeit um so kleiner ist, je näher der Radius des Querschnitts dieser Cylinderschale dem Radius des Querschnitts der ganzen Röhre kommt. Ist der Radius der Cylinderschale dem Röhrenradius gleich, so erreicht die Geschwindigkeit, wie schon gesagt, den Werth Null.

Dass in jedem Flüssigkeitsfaden längs der ganzen Röhre gleiche Geschwindigkeit herrscht, versteht sich aus dem Begriffe des constant beharrlichen Stromes von selbst und ist auch schon im Vorstehenden stillschweigend vorausgesetzt. Hiernach können wir uns von dem ganzen Hergange folgende Vorstellung machen: Wir theilen die jeweilen in der Röhre befindlichen Flüssigkeitsmassen durch unendlich benachbarte, der Röhrenwand conaxiale Cylinder in unendlich dünne Schichten, deren innerste — der axiale Flüssigkeitsfaden — natürlich als unendlich dünner Vollcylinder zu denken ist. Die übrigen Schichten sind Cylinderschalen und das ganze System kann verglichen werden mit dem System der Jahresschichten eines Tannenhaums. Jede dieser Schichten bewegt sich nun, als wäre sie ein fester Körper, d. h. sie verschiebt sich als Ganzes längs der Axe in der Richtung des Stromes, der Axenfaden mit der grössten Geschwindigkeit und irgend eine Schicht um so langsamer, je grösser ihr Radius ist, die äusserste Schicht — die Wandschicht — bleibt ganz in Ruhe.

97 Bei dieser Bewegung muss jede Schicht an ihren beiden Nachbarschichten sich verschieben, indem sie hinter der mehr nach innen gelegenen zurückbleibt und der ihr nach aussen benachbarten voraneilt. Darin liegt nun die Ursache des „Widerstandes", die man in Ermangelung genauer Kenntniss ihres eigentlichen Wesens mit dem Namen Reibung bezeichnet. Weil, wie wir sahen, die Wandschicht ganz in Ruhe ist, so kommt eine Reibung der Flüssigkeit an der Röhrenwand gar nicht in Betracht, sondern bloss die innere Reibung der Flüssigkeit. Man hat nun angenommen, dass die Grösse des Reibungswiderstandes — alles Uebrige gleichgesetzt — einfach proportional sei dem Unterschiede der Geschwindigkeiten in den aneinander vorbeigleitenden Flüssigkeitsschichten. Man kann unter dieser Voraussetzung mathematisch alle Gesetze entwickeln, nach welchen sich Wasser in einem wagerechten cylindrischen Rohre bewegen muss.

Die Theorie ergiebt folgende Sätze, welche sich theilweise durch Versuche prüfen lassen:

1. Der Druck ist in allen Punkten eines Röhrenquerschnittes derselbe.

Dieser Satz ist eigentlich nur ein anderer Ausdruck für die Annahme, dass die Bewegung aller Flüssigkeitstheilchen der Röhrenaxe parallel geschieht. In der That wäre in einem zur Axe senkrechten Querschnitt an verschiedenen Punkten der Druck verschieden, so müsste sofort Bewegung von den Orten höheres zu den Orten niederes Druckes erfolgen und es könnte nicht überall die Bewegung ausschliesslich der Axe parallel bleiben. Ludwig und Stefan haben diesen Satz experimentell zu widerlegen versucht, indem sie zwei Manometer an demselben Querschnitt eines Rohres anbrachten, deren eines ins Innere der Röhre reichte. Dies letztere zeigte stets einen tieferen Stand, als das bloss in der Wand befestigte. Diesen Versuchen kann man aber einwenden, dass das Hereinragen des

Manometerendes in die Bahn des Stromes diesen selbst verändert. Ueberdies sind die in Rede stehenden Versuche an so weiten Röhren angestellt, dass darauf unsere Betrachtungen ohnehin keine Anwendung fänden. Direct kann unser Satz überhaupt nicht durch Versuche geprüft werden.

2. Der Druck nimmt in der Richtung des Stromes ab und zwar wie die Ordinaten einer geraden Linie. d. h. so, dass die Differenz der an zwei Punkten statthabenden Druckwerthe der Entfernung dieser beiden Punkte proportional ist.

Hätte also beispielsweise an einer gewissen Stelle des Rohres der Druck die Höhe von 500^{mm} (Wasser) und 100^{mm} weiter stromabwärts die Höhe von 450^{mm}, so würde er 200^{mm} stromabwärts vom ersten Punkte 400^{mm} betragen, 220^{mm} unterhalb des ersten Punktes würde er 390^{mm} betragen u. s. w. Natürlich würde nach demselben Gesetze beispielsweise 50^{mm} stromaufwärts vom ersten Punkte der Druck gleich 525^{mm} sein u. s. w. bis an den Anfang der Röhre.

Dies Gesetz findet in der Erfahrung seine volle Bestätigung. Setzt man in die Wand eines gut gearbeiteten cylindrischen Rohres eine Reihe senkrechter, oben offener Röhren, und lässt nun in dem wagerechten Rohre einen beharrlichen Strom zu Stande kommen, alsbald stellt sich die Flüssigkeit in den senkrechten Manometern so ein, dass die Verbindungslinie der Endpunkte dieser Wassersäulen genau in einer geraden Linie liegen. Diese Linie senkt sich in der Richtung des Stromes schräg herab und trifft an der Ausflussmündung die Röhrenaxe (siehe die Linie *dec* Fig. 19), wenn die Flüssigkeit in die freie Luft abfliesst. Es muss nämlich in diesem Falle am Röhrenende der Drucküberschuss über den Atmosphärendruck gleich Null sein und dieser Drucküberschuss ist es ja eigentlich, den wir in den beschriebenen Versuchen messen und vorhin Druck schlechtweg genannt haben.

Die Neigung der soeben gedachten schrägen Geraden, deren Ordi- 98
naten die Druckwerthe darstellen, gegen die Röhrenaxe ist eine, wie sich weiterhin zeigen wird, für einen Strom charakteristische Constante. Wir können sie messen durch die Abnahme des Druckes, welche für jede Längeneinheit der Strombahn stattfindet. Diese Grösse wollen wir das „Gefälle“ nennen. Wir können alsdann den Satz 2 auch so ausdrücken: für jeden beharrlichen Strom in einem cylindrischen wagerechten Rohre ist das Gefälle überall constant. Das Gefälle ist im gegebenen Falle leicht zu berechnen. Man braucht nur an zwei Stellen des Rohres die Druckhöhe zu bestimmen und ihre Differenz durch die Anzahl von Längeneinheiten zu dividiren, um welche die beiden Stellen von einander abstehen, dadurch ergiebt sich die auf jede Längeneinheit der Strombahn kommende Druckdifferenz, die wir eben Gefälle genannt haben. In dem oben willkürlich gewählten Beispiele würde das Gefälle also $\frac{500-450}{100} = 0{,}5$ betragen, wenn das Millimeter als Längeneinheit für die Entfernungen sowohl als für die Druckhöhen gewählt wird. Für

einen ins Freie abfliessenden Strom braucht man nur an einer Stelle, deren Abstand vom offenen Röhrenende bekannt ist, den Druck zu bestimmen, um das Gefälle zu berechnen, denn man weiss ja wegen des freien Ausflusses schon zum voraus, dass am Ende der Röhre der Druck $= 0$ ist (indem der Atmosphärendruck ein für allemal überall in Abzug gebracht wird). Das Gefälle ist alsdann einfach der Quotient des ermittelten Druckwerthes, dividirt durch den Abstand des Punktes, wo er statt hat, vom Röhrenende. Ist die Länge der ganzen Röhre $= l$ und ist der Druck an ihrem Anfange (d. h. l Längeneinheiten von ihrem Ende) $= p^0$, so ist hiernach das Gefälle $= \frac{p^0}{l}$.

99 Die Theorie giebt ferner ein bestimmtes Gesetz über die Abhängigkeit der Geschwindigkeit in den einzelnen concentrischen Flüssigkeitsschichten von ihrem Halbmesser. Da indessen dies Gesetz zu verwickelt ist, um in Worten klar ausgedrückt zu werden, und da es andererseits auch nicht direct durch Beobachtung zu prüfen ist, so soll es hier nicht näher besprochen werden. Obgleich also die Geschwindigkeit der einzelnen Flüssigkeitsfäden nicht direct experimentell bestimmt werden kann, so ist es doch möglich, die hierauf bezüglichen Ergebnisse der Theorie an der Erfahrung zu prüfen. Man kann nämlich weiterhin entwickeln, welche mittlere Geschwindigkeit der Strom haben muss, wenn die einzelnen Flüssigkeitsfäden die von der Theorie geforderten Geschwindigkeiten haben. Unter mittlerer Geschwindigkeit eines Stromes versteht man diejenige Geschwindigkeit, welche alle Theilchen haben müssten, wenn in der Zeiteinheit eben so viel Flüssigkeit den Querschnitt der Strombahn passiren sollte, als ihn bei der ungleichen Geschwindigkeit an verschiedenen Stellen wirklich passirt. Die mittlere Geschwindigkeit ist daher leicht aus der in gegebener Zeit ausgeflossenen Menge zu berechnen. Man braucht nur diese Menge (ausgedrückt in Volumeinheiten) zu dividiren durch die Anzahl von Zeiteinheiten, welche über ihrem Ausflusse verstrich, und durch die Anzahl von Flächeneinheiten, welche der Querschnitt des Stromes enthält. Wären beispielsweise in 7,5 Secunden aus einer Röhre von $5{,}3\,\square^{mm}$ Querschnitt 11925 Cubikmillimeter Wasser ausgeflossen, so wäre die mittlere Geschwindigkeit des Stromes $= 300^{mm}$ in der Secunde. In der That bewegte sich durch einen Querschnitt von $5{,}3\,\square^{mm}$ eine Flüssigkeit mit überall gleicher Geschwindigkeit, so würde sie in einer Secunde einen Cylinder füllen von $5{,}3\,\square^{mm}$ Grundfläche und 300^{mm} Länge, d. h. von 1590 Cubikmillimeter Inhalt in 7,5 Secunden, also einen solchen von 11925 Cubikmillimeter Inhalt, und so viel lieferte der Strom in der gegebenen Zeit wirklich.

Die mittlere Geschwindigkeit ist also der in gegebener Zeit oder resp. in der Zeiteinheit ausgeflossenen Menge, d. h. der Gesammtstromstärke einfach proportional. Für die mittlere Geschwindigkeit giebt nun die

Theorie ein äusserst einfaches Gesetz, das unter dem Namen des Poiseuille'schen bekannt ist.

3. Die mittlere Geschwindigkeit ist proportional dem Flächenraum des Röhrenquerschnittes und dem Gefälle. [100] Man kann daher die mittlere Geschwindigkeit c stets darstellen durch das Product aus drei Factoren: Röhrenquerschnitt, Gefälle und ein constanter Coefficient, welcher die innere Natur der Flüssigkeit in dem bestimmten Zustande, in welchem sie zu den Versuchen verwandt wird, charakterisirt. Man kann ihn anschaulich definiren als diejenige mittlere Geschwindigkeit, welche der Strom für ein Gefälle $= 1$ in einem Rohre, dessen Querschnitt der Flächeneinheit gleich ist, haben würde. Dieser Coefficient hängt unmittelbar zusammen mit dem, was die Physiker den Coefficienten der inneren Reibung nennen. Beide Coefficienten sind einander verkehrt proportional. Es ist nämlich leicht einzusehen, dass der lediglich von der Beschaffenheit der Flüssigkeit abhängige Factor in dem Ausdrucke für die mittlere Geschwindigkeit um so kleiner sein muss, je grösser der specifische Reibungswiderstand ist, denn um so kleiner wird für gleichen Röhrenquerschnitt und gleiches Gefälle die mittlere Geschwindigkeit sein.

Da man die mittlere Geschwindigkeit leicht bestimmen kann, so lässt sich das Poiseuille'sche Gesetz leicht prüfen. Die Ergebnisse der Beobachtung stimmen nun aufs Genaueste mit dem Gesetze überein. Es ist gut zu bemerken, dass von Poiseuille selbst sein Gesetz ursprünglich als empirisches aufgestellt wurde und dass ihm erst später von Anderen die theoretische Begründung gegeben wurde, deren leitende Gesichtspunkte hier angedeutet sind.

Um zu zeigen, mit welcher Genauigkeit sich das Poiseuille'sche Ge- [101] setz in der Erfahrung bewährt, will ich ein Beispiel aus einer Untersuchung von Jacobson ausführlich hersetzen. Es kann zugleich noch dienen, die entwickelten Begriffe anschaulicher zu machen. In einem Versuche floss Wasser durch eine 437^{mm} lange Röhre von $1{,}147^{mm}$ Halbmesser mit einer mittleren Geschwindigkeit von $802{,}54^{mm}$ in der Secunde. In einem $427{,}8^{mm}$ vom freien Ende der Röhre entfernten Manometer wurde die Druckhöhe $234{,}8^{mm}$ beobachtet. Das Gefälle war daher in diesem Versuche $= \frac{234{,}8}{427{,}8} = 0{,}5489$. Der Flächenraum des Röhrenquerschnittes betrug der obigen Angabe des Halbmessers gemäss $4{,}132^{\square mm}$. Setzen wir, indem wir den constanten, lediglich von der Beschaffenheit der Flüssigkeit abhängigen Coefficienten mit A bezeichnen,

$$802{,}54 = A \times 4{,}132 \times 0{,}5489,$$

so berechnet sich dieser Coefficient

$$A = 353{,}85.$$

Wenn nun das Poiseuille'sche Gesetz richtig ist, so muss sich mit Hülfe dieser Zahl die mittlere Geschwindigkeit berechnen lassen für jeden Ver-

such, bei welchem Wasser in demselben Zustande durch eine Röhre von bekanntem Querschnitte mit bekanntem Gefälle strömt. Ein solcher Versuch war beispielsweise der folgende aus Jacobson's Reihe: Das Rohr hatte einen Halbmesser von $0{,}8769^{mm}$, also einen Querschnitt von $2{,}4157\square^{mm}$. $541{,}3^{mm}$ oberhalb des freien Endes der (im Ganzen $552{,}3^{mm}$ langen) Röhre wurde die Druckhöhe von 368^{mm} beobachtet. Das Gefälle war demnach $= \frac{368{,}0}{541{,}3} = 0{,}6798$. Das Gesetz verlangt also für diesen Versuch eine mittlere Geschwindigkeit:

$$c = 353{,}85 \times 2{,}4157 \times 0{,}6798 = 581.$$

Die in diesem Versuche wirklich beobachtete mittlere Geschwindigkeit betrug $577{,}51^{mm}$ in der Secunde. Eine so ausserordentlich geringe Differenz zwischen den beobachteten und berechneten Werthen fällt offenbar lediglich den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zur Last und die strenge Gültigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes kann als vollständig erwiesen angesehen werden. Mit diesem Gesetze ist aber auch die ganze Vorstellung, welche wir uns von der Bewegung der Flüssigkeit machten, sowie die speciellen Gesetze über die Geschwindigkeit der einzelnen Flüssigkeitsfäden als richtig erwiesen, denn das Poiseuille'sche Gesetz ist nur eine mathematische Folgerung aus jenen.

102 4. Die mittlere Geschwindigkeit für ein Gefälle $= 1$ in einem Rohre, dessen Querschnitt der Flächeneinheit gleich ist — d. h. der vorhin mit A bezeichnete Coefficient — variirt bei derselben Flüssigkeit mit der Temperatur, und zwar wächst diese Grösse mit steigender Temperatur.

Dieser Satz bedeutet mit anderen Worten, dass der Reibungswiderstand mit steigender Temperatur abnimmt, d. h. dass die Theilchen der Flüssigkeit bei höherer Temperatur leichter aneinander vorbeigleiten, als bei niederer. Der oben berechnete Werth des Coefficienten A, welcher wahrscheinlich genauer etwa 352 betragen dürfte, gilt beispielsweise für Wasser bei einer Temperatur zwischen 16,8 und 17° C. Für niedere Temperaturen würde sich ein geringerer, für höhere ein grösserer Werth ergeben.

5. Der in Rede stehende Coefficient hat bei derselben Temperatur für verschiedene Flüssigkeiten im Allgemeinen verschiedene Werthe. Je kleiner für eine bestimmte Flüssigkeit der Werth ist, desto „zäher" nennt man dieselbe.

103 Wird der Strom in der Röhre, wie dies in den künstlichen Versuchen meist der Fall ist, aus einem grossen Behälter gespeist, in dessen Wand der Anfang der Röhre eingefügt ist, dann muss in diesem Behälter die Druckhöhe um eine endliche Differenz grösser sein als im Anfang der Röhre selbst. Man kann diese zwar nicht direct messen, weil es technisch unausführbar ist, ein Manometer gerade genau auf den Röhrenanfang zu

Digitized by Google

bringen. Man kann aber die hier stattfindende Druckhöhe aus dem Gefälle und der Röhrenlänge leicht berechnen, und es findet sich allemal wie gesagt ein Werth, der von der beobachteten Druckhöhe im Behälter um eine endliche Differenz übertroffen wird. Diese Differenz hat man in hydraulischen Schriften öfters als Geschwindigkeitshöhe bezeichnet, indem man voraussetzte, die Druckabnahme beim Uebergang eines Flüssigkeitstheilchen aus dem Behälter in das Rohr entspreche dem Uebergange desselben von der im Behälter herrschenden fast vollständigen Ruhe zu der in der Röhre herrschenden Bewegung gemäss dem Toricelli'schen Gesetze*). Diese Voraussetzung ist aber nicht einmal theoretisch gerechtfertigt, selbst dann nicht, wenn man ganz absieht von dem Verluste an lebendiger Kraft, welcher ohne Zweifel beim Uebertritt der Flüssigkeit aus dem Behälter in die Röhre statt hat. Auch empirisch ist noch keine allgemeine Relation hergestellt zwischen dem Drucke in dem den Strom speisenden Behälter, der Geschwindigkeit des Stromes und den übrigen Daten des Versuches.

Ueber das Strömen von Flüssigkeiten in verwickelteren Röhren- 104
systemen ist fast noch gar nichts bekannt. Die hydrodynamische Theorie ist noch nicht weit genug entwickelt, um solche Erscheinungen streng zu behandeln. Wir sind daher darauf angewiesen, das experimentelle Material einfach aufzuzählen.

Es existiren genaue Versuche über den Fall, wo das Wasser von einem weiteren in ein engeres Rohr fliesst, das die Verlängerung des ersteren bildet. In jedem der beiden Röhrenabschnitte für sich gilt hier Poiseuille's Gesetz. Das Gefälle muss dabei im engeren Rohre allemal grösser sein als im weiteren. In der That muss ja in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des engen Rohres dieselbe Flüssigkeitsmenge wie durch den Querschnitt des weiten, die mittlere Geschwindigkeit muss also im engen Rohre grösser sein als im weiten. Nun gehört in einem engeren Rohre schon ein grösseres Gefälle dazu, um dieselbe mittlere Geschwindigkeit hervorzubringen, wie viel mehr also erst, um eine grössere zu bewirken. Es ist leicht einzusehen, dass sich die Gefälle in den beiden Röhrenabschnitten verhalten müssen umgekehrt wie die zweiten Potenzen ihrer Querschnittsflächen.

Beiderseits in nächster Nachbarschaft der Uebergangsstelle vom weiteren zum engeren Rohre gilt Poiseuille's Gesetz nicht. Der Druck ist hier im weiteren Rohre eine ganz kleine Strecke merklich constant, dann sinkt er, indem man zum engeren Rohre übergeht, plötzlich bedeutend, und es ist endlich noch ein Stück Wegs ins engere Rohr hinein das Sinken des Druckes etwas rascher als in dem übrigen Rohre.

Sehr befremdende Erscheinungen hat Jacobson beobachtet, wenn er Wasser aus einem engeren in ein weiteres Rohr strömen liess. Die Druckcurve längs dem engeren Rohre war wiederum nahezu eine gerade

*) Siehe Bd. I, S. 307.

Linie und so gegen die Röhrenaxe geneigt, als ob das Wasser aus dem engeren Rohre direct ins Freie abflösse, d. h. am Ende desselben war der Druck merklich = 0, oder schärfer gesagt, er übertraf hier den atmosphärischen Druck nicht merklich. In der ganzen Erstreckung des weiteren Rohres war der Druck so klein, dass er gar nicht manometrisch bestimmt werden konnte, indem die Druckhöhe nicht grösser war, als die Dicke der Röhrenwand; das Wasser stieg also gar nicht in die aufgesetzten Manometerröhren. Zuweilen war in der weiteren Röhre der Druck sogar kleiner, als der Atmosphärendruck. Die Versuche über den in Rede stehenden Fall sind indessen noch nicht hinlänglich, um allgemeine Gesetze dafür aufstellen zu können.

Es ist ziemlich wahrscheinlich, dass man namhafte positive Druckwerthe im weiteren Rohre beobachten würde, wenn man es sehr lang machte. Theoretischen Betrachtungen zufolge könnte es sich alsdann sogar ereignen, dass am Anfange des weiteren Rohres der Druck höher wäre als am Ende des engen. Dies wäre sogar allemal zu erwarten, wenn nicht beim plötzlichen Uebergang des Stromes aus dem engeren in den weiteren Theil der Bahn ein Verlust an lebendiger Kraft stattfände. In der That müssten sich ja sonst die im engen Rohre rasch bewegten Theilchen bei der Verzögerung, die sie im engeren Rohre erleiden, zusammendrängen und folglich einen höheren Druck ausüben. Derartige Phänomene hat Volkmann in seinen Versuchen auch wirklich öfters beobachtet und sie mit dem Namen der negativen Stauung bezeichnet. Die Volkmann'schen Versuche lassen aber nicht wohl allgemeine Schlüsse zu, da sie nicht unter den einfachsten Bedingungen angestellt sind. Namentlich waren die Röhrenabschnitte so weit und so kurz, dass man nicht erwarten darf, es habe in jedem einzelnen die Bewegung in der oben beschriebenen Weise stattgefunden. Sowie aber diese Bedingung nicht erfüllt ist, so ist der theoretischen Betrachtung der Boden entzogen.

105 Auch über Ströme in verzweigten Röhren liegt einiges experimentelle Material vor. Die zuverlässigsten Versuche sind die von Jacobson angestellten. Es diente dazu ein sehr sorgfältig gearbeiteter Apparat folgender Einrichtung: Aus einem Behälter mit constantem Niveau floss das Wasser zunächst in ein wagrechtes cylindrisches Rohr, dessen Durchmesser hinlänglich klein und dessen Länge hinlänglich gross war, um sicher zu sein, dass darin der Strom dem Poiseuille'schen Gesetze folgte. Aus diesem Rohre konnte die Flüssigkeit in zwei Röhren von demselben Durchmesser wie die erste weiter strömen, welche beide ins Freie ausmündeten. Den Winkeln zwischen den drei Röhrenaxen konnten verschiedene Werthe ertheilt werden. Insbesondere konnte z. B. die eine Zweigröhre die Verlängerung der Stammröhre bilden und die andere konnte dann unter spitzem, rechtem oder stumpfem Winkel davon abzweigen. Beobachtet wurde in allen Fällen die aus jeder Zweigröhre ausfliessende Wassermenge, woraus die mittlere Geschwindigkeit gefunden werden kann sowohl in jeder Zweig- als auch in der Stammröhre; und ferner wurde

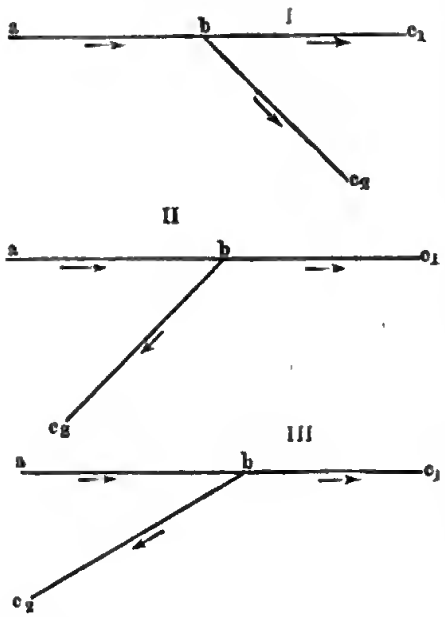
beobachtet der Druck an verschiedenen Stellen der Stammröhre und jeder Zweigröhre, diese Data lassen das Gefälle überall erkennen.

Stellen wir uns jetzt zunächst vor, dass nur der eine Zweig offen ist, welcher die Verlängerung des Stammstromes bildet, dann haben wir den schon genau erörterten Fall eines einfachen Stromes, der ein bestimmtes Quantum Wasser in der Zeiteinheit bei einem bestimmten Gefälle liefert. Oeffnet man nun den Seitenzweig bei gleichgehaltener Druckhöhe im Reservoir, so wird in der Stammröhre der Strom schneller, was sich daraus ergiebt, dass aus den Oeffnungen der beiden Zweige in der Zeiteinheit mehr ausfliesst, als zuerst aus der einen Oeffnung. Dem entsprechend wird im Stammrohre auch das Gefälle grösser. Man sieht nämlich den Druck am Ende desselben sehr bedeutend sinken, am Anfang dagegen nicht merklich.

Die Eröffnung eines Seitenzweiges unter den oben angeführten Bedingungen beschleunigt den Stammstrom in merklich gleichem Maasse, unter welchem Winkel auch der Seitenzweig abgeht. 106

Dieser höchst merkwürdige Satz, den man eigentlich nicht hätte vermuthen sollen, wird anschaulicher werden durch einige Zahlenbeispiele aus Jacobson's Untersuchung. In drei Versuchen, bei welchen die Druckhöhe im Speisungsbehälter 874^{mm} betrug, war die Anordnung der Röhrenverzweigung, wie in Fig. 20 unter I, II, III zu sehen ist, wo ab die Stammröhre, bc_1 und bc_2 die beiden Zweigröhren sind. Die Bewegungsrichtung ist durch die Pfeile angedeutet. In dem Versuch I war der Verzweigungswinkel $c_1 b c_2 = 45^0$, die gesammte Wassermenge, welche bei c_1 und bei c_2 zusammen in einer gewissen Zeit ausfloss, betrug 30557 gr. In Versuch II war der Verzweigungswinkel $= 135^0$ und die gesammte während derselben Zeit aus bc_1 und bc_2 zusammen ausgeflossene Wassermenge betrug 30643. In Versuch III war der Verzweigungswinkel $= 150^0$ und die in derselben Zeit ausgeflossene Gesammtmenge betrug 30470. Diese drei Zahlen weichen nicht um $1/100$ von einander ab, trotz der grossen Unterschiede der Verzweigungswinkel. In drei anderen Versuchen war die Druckhöhe im Behälter 676^{mm}, der Verzweigungswinkel war im ersten 30, im zweiten 45, im dritten 90^0:

Fig. 20.



die entsprechenden während gleicher Zeiten aus beiden Zweigen zusammengenommen ausgeflossenen Wassermengen betrugen resp. 38374, 38367, 38187 gr., auch diese drei Zahlen weichen so wenig von einander ab, dass man den obigen Satz als erwiesen betrachten kann. Dieser Satz lässt sich auch so ausdrücken: Die Summe der mittleren Geschwindigkeiten in beiden Stromzweigen ist unabhängig von dem Verzweigungswinkel.

107 Das Verhältniss, nach welchem sich der Stammstrom in die beiden Zweigströme theilt, hängt vom Verzweigungswinkel ab, und zwar fliesst von der gesammten Wassermasse um so mehr durch den die Verlängerung des Stammstromes bildenden Zweig, je grösser der Winkel ist. Aus einer grossen Anzahl von Versuchen leitet Jacobson Werthe des Verhältnisses $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$ der mittleren Geschwindigkeiten in beiden Stromzweigen für verschiedene Verzweigungswinkel ab, welche in nachstehender Tabelle verzeichnet sind:

Verzweigungswinkel.	30°	45°	90°	135°	150°
Verhältniss $\frac{v_2}{v_1}$	0,782	0,719	0,615	0,573	0,564

v_2 bedeutet die Geschwindigkeit des schrägen (bc_2 Fig. 20), v_1 des geradauslaufenden Zweiges (bc_1 Fig. 20). Nehmen wir also beispielsweise an, in den drei ersten oben angeführten Versuchen hätte die wahre in der gegebenen Zeit ausgeflossene Gesammtmasse 30500 gr. betragen, indem wir die Abweichungen von dieser mittleren Zahl als Fehler betrachten, so hätte sich diese Masse im ersten Versuche bei einem im Verzweigungswinkel von 45° zwischen den Röhren bc_1 und bc_2 vertheilt, im Verhältniss 1:0,719. Es müssten also von 30500 gr. 17743 durch die Röhre bc_1 und 12757 durch bc_2 abgeflossen seiu. Im zweiten obigen Versuche bei einem Verzweigungswinkel von 135° hätte sich der Strom nach dem Verhältniss 1 : 0,573 getheilt und demnach hätte zu den 30500 gr. die Röhre bc_1 19390 und die Röhre bc_2 bloss 11110 geliefert.

108 Mit dem vorhin erwähnten Apparate hat Jacobson auch Versuche angestellt über Wasserströme in knieförmig geknickten Röhren. Um eine solche herzustellen, brauchte er ja uur den geradausgehenden Schenkel (bc_1) zu versperren, dann strömte das Wasser in der geknickten Röhre abc_2. In diesen Versuchen wurde allemal die mittlere Geschwindigkeit in der geknickten Bahn verglichen mit der Geschwindigkeit, welche dieselbe Druckhöhe des Speisebehälters in einer gleich langen geraden Bahn hervorbringt. Es hat sich dabei herausgestellt, dass der Unterschied, wie vorauszusehen war, um so grösser ausfällt, je grösser der Winkel ist, welchen der zweite Röhrenschenkel mit der Verlängerung des ersten bil-

det. Indessen ist er selbst für sehr grosse Werthe dieses Winkels nicht sehr bedeutend. Es ist also der Verlust an lebendiger Kraft bei der Umknickung des Stromes nicht beträchtlich, besonders wenn die Druckhöhe am Anfang der Röhre bedeutend ist. So fand sich beispielsweise bei einer Druckhöhe von 602^{mm} im Behälter Folgendes: In derselben Zeit, in welcher das gerade Rohr (abc_1 Fig. 20) 18450 Gewichtseinheiten Wasser lieferte, gab ein wie abc_2 (Fig. 20. III) geknicktes Rohr, wo der Winkel zwischen dem zweiten Schenkel und der Verlängerung des ersten 150° betrug, 16402 Gewichtseinheiten. Das Verhältniss der Geschwindigkeiten im geraden und im gleich langen geknickten Rohre war also unter diesen Bedingungen 1 : 889, ein Verhältniss, was von der Gleichheit noch nicht sehr bedeutend abweicht.

Zweites Kapitel.

Wellenbewegung in elastischen Röhren.

Bewegt sich eine Flüssigkeit in einem ausdehnbaren elastischen 109
Schlauche, so können zwei sehr wesentlich verschiedene Fälle gedacht werden. Einmal nämlich kann die Strömung erhalten werden durch eine am Anfange des Schlauches mit unveränderter Stärke wirkende statische Kraft, dann wird der ganze Strömungshergang sich genau so gestalten, wie in einem starren Rohre. Es wird nämlich über kurz oder lang ein Beharrungszustand eintreten, der an jedem Punkte einen gewissen unveränderlichen Druck mit sich führt; der Schlauch wird sich an jeder Stelle so weit ausdehnen, dass die dadurch in seiner Wandung wach gerufenen elastischen Kräfte gerade dem von innen wirkenden Drucke das Gleichgewicht halten. Von da an wird der Schlauch seine Gestalt nicht mehr verändern können und sich folglich genau ebenso verhalten, wie eine starre Röhre. Wir brauchen also diesem Falle weiter gar keine Aufmerksamkeit zu schenken. Ganz anders gestaltet sich dagegen die Sache, wenn in den Anfang des Schlauches periodisch Flüssigkeitsmassen mit gewisser Geschwindigkeit geworfen werden. Es wird nämlich alsdann in dem ganzen Schlauche keine continuirliche Strömung zu Stande kommen, sondern in jedem Punkte desselben wird die Geschwindigkeit des daselbst befindlichen Theilchens ebenso periodisch beschleunigt und verzögert werden, möglicherweise bis Null, oder sogar eine entgegengesetzte Richtung annehmen. Nicht minder wird der Druck an jedem Punkte periodische Schwankungen erleiden. Man kann sich kurz so ausdrücken: wenn in den Anfang eines elastischen Schlauches (der bereits mit Flüssigkeit gefüllt gedacht wird) eine neue Flüssigkeitsmasse geworfen wird, so schreitet eine Welle durch den Schlauch fort, d. h. ein gewisser Bewegungsvorgang der kleinsten Theilchen pflanzt sich continuirlich von Theil-

chen zu Theilchen mit einer gewissen Geschwindigkeit fort, derart, dass nach Verlauf einer gewissen Zeit um einen gewissen Abstand weiter abwärts gelegene Theilchen in ähnlichen Bewegungszuständen begriffen sind, als vor Ablauf dieser Zeit die zuerst ins Auge gefassten.

110 Wird der Anfang des Schlauches geschlossen, sobald durch denselben die neue Flüssigkeitsmasse eingetreten ist, so dass durch diesen nichts zurücktreten kann, so unterscheidet sich die entstehende Wellenbewegung ausser durch viele andere Eigenthümlichkeiten von den bekannten Wellenbewegungen des Lichtes und Schalles noch ganz besonders dadurch, dass sie nicht in einer blossen Fortpflanzung eines Bewegungsvorganges besteht, sondern dass gleichzeitig eine Fortschaffung materieller Theilchen damit verbunden ist. Mit anderen Worten: nachdem die Welle den Schlauch durchlaufen hat und das Gleichgewicht wieder hergestellt ist, befinden sich die sämmtlichen Flüssigkeitstheilchen nicht mehr an denselben Stellen wie vor Beginn der Bewegung, sondern sie sind im Sinne der Wellenfortschreitung um eine gewisse Strecke fortgeschoben. Bekanntlich kehren umgekehrt die Theilchen einer Aethermasse, nachdem diese von einem Lichtwellenzuge durchsetzt wurde, genau in ihre alten Gleichgewichtslagen zurück. Ebenso thun die Wassertheilchen einer ruhenden Wassermasse, an deren Oberfläche (etwa durch einen hineingeworfenen Stein, dessen Grösse gegen die gesammte Wassermasse verschwindend klein ist) ein Wellenzug erregt wurde. Eine Welle, die in dem Sinne ihrer Fortpflanzung auch die ganze Masse, welche sie durcheilt, um eine gewisse Strecke weiter fördert, nennt man, nach Weber, eine Bergwelle. Den entgegengesetzten Vorgang nennt man Thalwelle. Dieser letztere kann in einem elastischen Schlauche entstehen, wenn man aus dem Anfange eines unter gewisser Spannung gefüllten Schlauches etwas Flüssigkeit austreten lässt und dann die Oeffnung wieder verschliesst, offenbar werden successive immer weiter vom Anfange entfernte Flüssigkeitstheilchen in Bewegung gerathen. Die Welle (oder der Bewegungszustand) pflanzt sich also in der Richtung vom Anfange gegen das Ende hin fort. Dahingegen werden alle Theilchen am Schlusse der Bewegung dem Anfange näher liegen, als vor Beginn derselben, denn sie müssen in dieser Richtung nachrücken, um die am Anfange durch das Ausfliessenlassen entstandene Lücke wieder zu füllen. In diesem Falle geschah also die Fortschreitung der Masse in entgegengesetztem Sinne wie die Fortschreitung der Welle.

111 Es ist vielleicht gut, die Bewegung in Borgwellen und Thalwellen zunächst für etwas einfachere Fälle zu studiren und nachher erst auf solche in elastischen Schläuchen genauer einzutreten. Ich schicke deshalb das von der Wellenlehre voraus, was Ernst Heinrich Weber als Einleitung einer Abhandlung über Wellen in elastischen Schläuchen vorangestellt hat, der ich mich überhaupt in den folgenden Nummern genau anschliessen werde. Die Abhandlung ist in der That so gedrängt und gleichzeitig, so weit gegenwärtig allgemeinere Betrachtungen möglich sind, vollständig, dass ich weder in Stoff noch in Form etwas ab- oder zuzuthun wüsste.

Der einfachste Fall ist der der Wellenbewegung in einer incompressibelen Flüssigkeit mit freier Oberfläche. Indem wir die Hauptgesetze dieser Bewegung im Folgenden mittheilen, wird es unvermeidlich sein, einiges Bd. I, S. 274 ff. bereits Gesagte zu wiederholen.

Man unterscheidet auch hier eine positive oder Bergwelle von einer negativen oder Thalwelle. Bei einer Bergwelle ist die in Bewegung begriffene Flüssigkeitspartie über dem Niveau erhaben, bei der Thalwelle umgekehrt darunter vertieft. Wenn man bei freier Oberfläche der Flüssigkeit eine einzelne Bergwelle erregt, so entsteht allemal hinter ihr durch das beschleunigte Niedersinken, das vermöge der Trägheit über die Gleichgewichtslage hinaus geht, eine Thalwelle. Es kann dies aber durch Erregen einer neuen Bergwelle verhindert werden. Eine positive Welle wird unter anderen dadurch erregt, dass man eine mit Wasser gefüllte Röhre mit ihrem einen Ende in das Wasser eingetaucht hat, und nun das in ihr befindliche Wasser plötzlich niedersinken lässt, indem man z. B. das obere Ende der Röhre, das vorher geschlossen war, plötzlich öffnet. Eine Thalwelle erregt man, wenn man in einer solchen eingetauchten Röhre das Wasser plötzlich (etwa durch Ansaugen) zum Steigen nöthigt und darin zurückhält.

Man hat bei einer in der Richtung des Pfeiles *B*, Fig. 21, fortschreitenden Bergwelle den Vordertheil und den Hintertheil des Wellenberges zu unterscheiden. Jener liegt nach der Seite, wohin die Welle fortschreitet, dieser nach der, woher sie kam. Alle Wassertheilchen, die dem Vordertheile angehören, sind im Steigen, alle, welche dem Hintertheile angehören, im Sinken begriffen. Steigen und Sinken geschieht aber nicht in genau senkrechter Richtung, sondern alle Wassertheilchen der ganzen Bergwelle bewegen sich zugleich vorwärts. Jedes Wassertheilchen, durch dessen Ort die Bergwelle geht, beschreibt nämlich eine halbe Ellipse, die einem Halbkreis um so mehr ähnlich wird, je tiefer das Wasser (je entfernter der Boden) ist. Das Wassertheilchen bewegt sich also zuerst vorwärts und aufwärts, dann vorwärts und abwärts.

Fig. 21.

Fig. 22.

Bei einer in der Richtung des Pfeiles *T*, Fig. 22, fortschreitenden Thalwelle sind, wie die kleinen Pfeile andeuten, alle zum Vordertheil gehörigen Wassertheilchen im Sinken, alle zum Hintertheil gehörigen im Steigen begriffen. Gleichzeitig aber bewegen sich die einen wie die anderen rückwärts, d. h. in entgegengesetzter Richtung als die Thalwelle fortschreitet. Jedes Theilchen, indem es erst zum Vordertheil, dann zum Hintertheil gehört, beschreibt eine Bahn, wie der gekrümmte Pfeil *t* andeutet, so dass es zuerst sich rückwärts und abwärts, hernach rückwärts und aufwärts bewegt. Wenn daher, wie in Fig. 23 (a. f. S.), ein Wellenberg und ihm folgend ein gleich grosses Wellenthal durch das Wasser

fortschreitet, so bewegt sich jedes Wassertheilchen in der elliptischen Bahn bt, die, wenn das Wasser tief ist, einem Kreise sehr ähnlich wird.

Fig. 23.

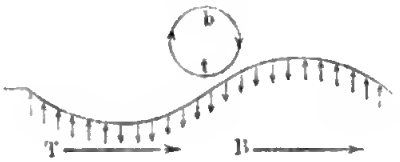


Fig. 24.

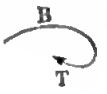


Fig. 25.

Während also ein Wassertheilchen sich in dieser fast kreisförmigen Bahn einmal herumbewegt, schreitet die Welle um ihre Länge, d. h. um die Länge des Wellenberges und des Wellenthales fort, natürlich auch dann, wenn die Welle bei gleicher Höhe 50- oder 100mal länger ist, als die hier gezeichnete; in der Wirklichkeit sind aber die Wellen in der That im Verhältniss zu ihrer grossen Länge in der Regel sehr niedrig, während sie hier der Raumersparniss wegen hoch und kurz gezeichnet sind.

Wenn eine Reihe gleicher Wellen, worin gleich grosse Berge und Thäler abwechselnd auf einander folgen, ein Wassertheilchen in Bewegung setzen, so vollendet dasselbe immer von Neuem einen Umlauf in derselben Bahn, so oft eine neue Welle den Ort passirt, und kehrt daher immer auf seinen vorigen Ort zurück. Wir wissen bereits, dass diese Bahn eine in verticaler Ebene enthaltene Ellipse ist, die einem Kreise um so ähnlicher wird, je entfernter, um so gestreckter und einer horizontalen Linie ähnlicher aber, je näher dem Boden das betreffende Theilchen liegt. Anders verhält es sich aber, wenn die wellenerregende Ursache von der Art ist, dass eine Reihe von Wellen mit grossen Bergen und kleinen Thälern entsteht.

Fig. 24 BT zeigt eine Bahn, die ein Wassertheilchen durchläuft, wenn der Wellenberg ungefähr doppelt so gross ist, als das darauf folgende Wellenthal. Unter diesen Umständen bleibt das Wassertheilchen nicht an seiner Stelle, sondern rückt bei jeder Welle ein Stück vorwärts, so viel nämlich, als in der Figur die Spitze des gekrümmten Pfeiles von seinem Anfange entfernt ist. Eine Reihe solcher Wellen kann also das Wassertheilchen in eine bedeutende Entfernung von seiner Anfangslage bringen, so führen es vier Wellen von der hier vorausgesetzten Beschaffenheit von a nach b, Fig. 25, auf einem Wege, den die Linie der Figur darstellt.

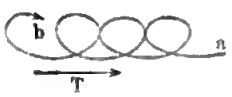
Unter gewissen Umständen kann das Wellenthal äusserst klein sein im Verhältniss zum Wellenberge oder sogar ganz fehlen, z. B. wenn die Wellen am Anfange eines schmalen, mit Wasser erfüllten Grabens dadurch

erregt werden, dass periodisch und schnell genug hinter einander gewisse Mengen Wasser hineingepumpt werden. Wenn das Pumpen so schnell geschieht, dass gerade, nachdem der Wellenberg um seine Länge fortgeschritten ist, ein neuer Wellenberg gebildet wird, so entstehen gar keine Wellenthäler (unter dem Niveau vertiefte Wellen), sondern nur eine Reihe von Wellenbergen und dann rücken die Theilchen mit dem Durchgange jedes neuen Wellenberges vorwärts.

Aehnlich verhält es sich nun auch mit den Wellenthälern. Wenn am Anfange eines schmalen, mit Wasser gefüllten Grabens durch eine Saugpumpe periodisch Wasser eingesaugt wird, so entsteht bei jedem Saugen ein Wellenthal, und wenn das zweite Einsaugen nicht schnell genug auf das erste folgt, ein kleinerer Wellenberg. Beide laufen im Graben weiter fort und ein irgendwo darin befindliches Wassertheilchen beschreibt, während eine Welle seinen Ort passirt, die Bahn TB, Fig. 26, geht also zuerst ein grösseres Stück rückwärts, hierauf ein kleineres vorwärts. Auf diese Weise bewegt sich ein Wassertheilchen, das durch eine Reihe von Thalwellen ohne dazwischen liegende Bergwellen in Bewegung

Fig. 26.

Fig. 27.



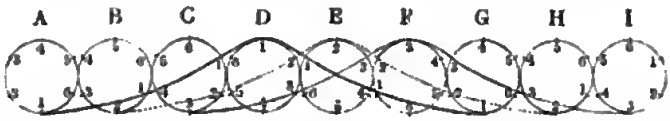
gesetzt wird, mit jeder neuen Welle ein Stück rückwärts, und nähert sich also dem Orte, von dem aus die Thalwellen erregt werden. Vier auf einander folgende Thalwellen mit sehr kleinen, dazwischen liegenden Bergwellen würden beispielsweise ein Wassertheilchen die in Fig. 27 dargestellte Bahn beschreiben lassen und es von a nach b bringen, wenn sie selbst in der Richtung des Pfeiles T sich fortpflanzen.

Wenn auch in den zuletzt beschriebenen Fällen gleichzeitig mit der Wellenfortpflanzung eine Fortschaffung von Masse geschah, so bleibt erstere doch immer nur das Fortschreiten einer Form, und ist auch hier nicht zu verwechseln mit dem Fortschreiten eines Körpers. Bei Thalwellen liegt dies am klarsten am Tage, weil die Fortschaffung der Masse dabei in entgegengesetzter Richtung geschieht, als das Fortschreiten der Form. Am leichtesten wäre noch der andere Fall, wo blosse Bergwellen die Wassertheilchen in ihrer eigenen Fortpflanzungsrichtung befördern, der Verwechselung mit einem Strömen ausgesetzt. Doch auch hier gewahrt man den Unterschied leicht, wenn man bedenkt, dass, während eine 2 Zoll hohe Bergwelle einen 100 Fuss langen Graben durchläuft, sich ein an der Oberfläche liegendes Wassertheilchen nur 2 Zoll fortgeschoben wird. Folgen nun freilich immer neue Bergwellen nach, so wird das Wassertheilchen durch jede um neue 2 Zoll weiter geschafft. Wird durch das Abfliessen des Wassers der am Ende des Grabens anlangenden Wellen verhindert, dass die Bergwellen reflectirt werden und den Graben

in umgekehrter Richtung durchlaufen, so kann auf diese Weise ein Wassertheilchen durch eine lange Reihe von Bergwellen allmälig und absatzweise vom Anfange des Grabens bis zum Ende fortgeführt werden. Was hier vom Fortrücken der Wassertheilchen durch positive und negative Wellen gesagt wurde, gilt auch von den in einer elastischen ausdehnbaren, mit Wasser erfüllten Röhre entstehenden Wellen, wie bereits weiter oben vorläufig angedeutet wurde.

112 Will man sich noch eine ganz anschauliche Vorstellung von der Art und Weise machen, wie die Wellenbewegung an einer freien Wasseroberfläche aus der Kreisbewegung der einzelnen Wassertheilchen resultirt, so zergliedere man die folgenden Figuren. Fig. 28 zeigt bildlich, wie eine Welle, bestehend aus einem Berge und zwei halben Thälern, also vom

Fig. 28.



tiefsten Punkte des einen bis zum tiefsten Punkte des folgenden Thales reichend, um $^1/_6$ ihrer Länge fortschreitet, so dass sich ihr Gipfel von *D* nach *E* bewegt, und welche Lage sie hieranf annimmt, wenn sie um ein zweites Sechstel fortgeht, so dass ihr Gipfel von *E* nach *F* gelangt. Es muss dabei also jedes Theilchen an der Oberfläche erst $^1/_6$ und dann ein zweites Sechstel seiner Kreisbahn durchlaufen. Unter *A* bis *I* sind die Kreisbahnen von neun solchen Theilen verzeichnet. An jeder einzelnen sind sechs Punkte bezeichnet, die um $^1/_6$ der Bahn von einander entfernt sind. Im ersten Augenblicke befinden sich die zehn Theilchen an den Punkten ihrer respectiven Bahnen, welche auf der ersten stark ausgezogenen Wellenlinie liegen und die als zusammengehörige erste Lagen alle mit der Ziffer 1 bezeichnet sind. Die zweite Lage der Welle geht daraus hervor, wenn man alle Theilchen in demselben Sinne (wie die Zeiger einer Uhr) um $^1/_6$ ihrer Bahn fortschreiten lässt, sie kommen dann in die mit der Ziffer 2 bezeichneten Punkte, und die Verbindung aller dieser Punkte ergiebt die Oberfläche in der zweiten um $^1/_6$ ihrer Länge fortgeschrittenen Lage der Welle, die in der Figur punktirt gezeichnet ist. Indem von Neuem alle Oberflächentheilchen im Sinne eines Uhrzeigers $^1/_6$ ihrer Bahn durchlaufen, kommen sie in die mit 3 bezeichneten Punkte, deren Verbindung die dritte Lage der Wellenoberfläche (schwach ausgezogene Linie der Figur) ergiebt. In Fig. 29 und 30 ist dann in derselben Weise der weitere Verlauf der Welle gezeichnet, indem jedesmal die Punkte wieder durch Wellenlinien verbunden sind, die die Wassertheilchen nach Verfluss eines neuen Sechstels ihrer ganzen Umlaufszeit einnehmen. Fig. 29 beginnt mit der letzten Lage in der Figur 28 und ebenso Fig. 30 mit der letzten Lage in Fig. 29. Wollte man also die Vorstellung von dem ganzen Hergange in seiner natürlichen Lage haben, so müsste man die gleich-

benannten Kreise der drei Figuren (*E*, *F*, *G*, *H*, *I*) auf einander legen. Bei der letzten Lage hat das Tbeilchen, dessen Babn bei *G* gezeichnet ist, wieder den tiefsten Pnnkt seiner Bahn eingenommen, den es in der ersten Lage hatte, und der Wellengipfel ist um die ganze Länge der Welle nach rechts verschoben.

Fig. 29.

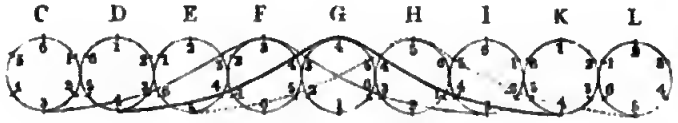


Fig. 30.

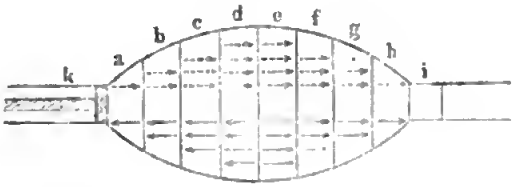
Eine Wellenbewegung kann durch verscbiedene Kräfte unterbalten 113
werden, in den soeben beschriebenen Fällen that es die Schwerkraft. Wellen, die an einem durch ein Gewicbt gespannten biegsamen Faden fortscbreiten, werden durch die spanuende Kraft des Gewicbts, also nur mittelbar dnrch die Schwere unterbalten. Bei den Wellen, welche an einem elastischen, zwischen zwei festen Pnnkten ansgespannten Faden erregt werden, kommt zu der spannenden Kraft der Wirbel nocb die Elasticität des Fadens hinzu. Complicirter ist der Fall, wenn die Wellenbewegnng in einer von incompressibeler Flüssigkeit erfüllten biegsamen und debnbaren elastiscben Röhre stattfindet.

Es kann keineswegs dieser Vorgang dadurcb erklärt werden, dass man das elastische Robr ansiebt, als aus nnzähligen, der Länge nacb dicbt nebeu einander aufgespannten Saiten bestehend*), nnd die Wellenfortpflanzungsgesetze in solchen auf die Röhre überträgt, wobei man das darin entbaltene Wasser bloss als angehängte träge Masse wirken lässt, die wie der Ueberzug einer mit Draht übersponnenen Saite, die Wellen derselben verlängsamt. Es wird vielmebr in nnserem gegenwärtigen Falle die Welle dadurch fortgepflanzt, dass die bewegte Flüssigkeit die Röhrenwand in einer gewissen Strecke ausdehnt und spannt, und der gespannte Tbeil der Wand die Flüssigkeit bewegt, indem er auf sie drückt und dadurch wieder die Ausdehnung nnd Anspannnng der nächsten Abtbeilung der Röhre hervorbringt. Ein gespannter Theil der elastiscben Wand wirkt nicbt unmittelbar bewegend anf den benachbarten Theil der Wand, sondern nur mittelbar durch die incompressibele Flüssigkeit.

*) H. Frey, Versuch einer Theorie der Wellenbewegung des Blutes in den Arterien. Müller's Archiv, 1845, S. 169.

Eine den Verhältnissen entsprechendere Vorstellung erhält man, wenn man sich die von der Flüssigkeit erfüllte und ausgedehnte elastische Röhre, Fig. 31, durch unveränderliche Grenzen, die den Querschnitten der Rohre entsprechen, in Abtheilungen (Röhrenelemente) $a, b, c, d, e, f, g, h, i$

Fig. 31.



getheilt denkt. Ein Stempel möge Wasser aus der unausdehnbaren Röhre k in die ausdehnbare ia mit einer anfangs zunehmenden, hernach abnehmenden Geschwindigkeit hereingedrängt und dadurch die Röhre so erweitert haben, dass das in den verschiedenen Röhrenabschnitten enthaltene Wasser die durch die Zahl der punktirten Pfeile angedeuteten Geschwindigkeiten angenommen hat. In einem einzelnen Röhrenabschnitte wird nun offenbar der durch die Spannung der ringförmigen Wand hervorgebrachte Druck um so höher sein, je mehr die Wand über ihren natürlichen Umfang hinaus ausgedehnt worden ist. Mag der Druck, welcher so in den beiden Abschnitten e und d, deren ringförmige Wand am meisten ausgedehnt wurde, entsteht, durch die Anzahl der darin gezeichneten ausgezogenen Pfeile gemessen sein, sowie auch in jedem der andern Abschnitte a, b, c, f, g, h, deren Wand eine geringere Ausdehnung erlitten hat, welchem Umstande gemäss also auch in b weniger ausgezogene Pfeile als in c u. s. f. eingezeichnet sind. Man übersieht alsdann leicht, dass die in den Abschnitten von a bis d enthaltenen Wassertheilchen von rechts her einen stärkeren Druck erfahren als von links, folglich in ihrer bereits erlangten, nach rechts gerichteten Geschwindigkeit verzögert werden. Umgekehrt erfahren die in den Abschnitten von e bis h (resp. auch i) enthaltenen Wassertheilchen von links her einen stärkeren Druck und werden dadurch in ihrer ebenfalls nach rechts gerichteten Geschwindigkeit beschleunigt. Anschaulich ist das Ganze dem Auge dargestellt durch die Richtung der Pfeilspitzen. So kommt im nächsten Zeitmomente die Flüssigkeit in a zur Ruhe und die ausgedehnte Röhrenwand dieses Abschnittes kehrt zu ihrem ursprünglichen Durchmesser zurück, dagegen muss in demselben Zeitmomente in der Abtheilung i, in der bis dahin keine Bewegung des Wassers und keine Ausdehnung des Rohres stattfand, das Wasser in Bewegung gesetzt und die Röhrenwand ausgedehnt werden, und auf diese Weise schreitet die Welle um eine Abtheilung in der Richtung der punktirten Pfeile fort. Man übersieht ferner auch noch, dass sich das Wasser in dem Röhrenabschnitte e während desselben Zeittheilchens noch anhäufen und die Röhrenwandung noch mehr ausdehnen und dadurch selbst

wieder den Druck vergrösseru müsse, den das ringförmige Stück der elastischen Röhrenwand auf das onthaltene Wasser ausübt, da durch den grösseren scheibenförmigen Querschnitt zwischen *e* und *d* mehr Wasser in die Abtheilung *e* hincindringt, als dnrch den kleineren schcibenförmigen Qnerschnitt zwischen *e* aud *f* aus *e* herausgeht, dasselbe gilt von den Röhrenabtheilungen *g* und *h*. Das Eutgegengesetzte ereignet sich im Hintertheile der Welle in der Abtheiluug *d*, in welche durch den scheibenförmigen kleinen Querschnitt zwischen *d* und *c* weniger Flüssigkeit eindringt, als durch den scheibenförmigen grossen Querschnitt zwischen *d* und *e* herausgeht. Dasselbe gilt von den Röhrenabtheilungen *b* und *c*.

Weiter lässt sich die unmittelbare anschauliche Zergliederung des 114
Vorganges nicht treiben. Wilhelm Weber hat die Gesetze desselben auf dem Wege der mathematischen Analysis genauer entwickelt, leider aber noch nicht publicirt, und E. H. Weber hat zur Prüfung dieser Theorie eine Versuchsreihe unternommen, deren Resultato im Wesentlichen sogleich mitgetheilt werden sollen. Die Versuche gingen darauf aus, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen unter verschiedenen Umständen zu ermitteln. Eine Röhre von vulcanisirtem Kautschuk, deren Wand 4^{mm} stark war und deren Lumen einen Durchmesser von $27{,}5^{mm}$ hatte, wurde unter dem Drucke einer Wassersäule (deren Höhe variirt werden kann) mit Wasser gefüllt und dann geschlossen; an einer bestimmten Stelle war die Wand mit einem Fühlhebel verbunden, der durch seinen Ausschlag anzeigte, wann die Aenderung des Lumens, d. h. die Welle an diesem Punkte anlangte. Die Welle selbst konnte an einem Ende der ganzen Röhre in einem bestimmten Augenblicke, etwa einem Chronometerschlage, erregt werden. Eine Bergwelle wurde erregt, indem man die mit Wasser erfüllte Röhre in einer Strecke von gewisser Länge möglichst schnell und immer auf dieselbe Weise zusammendrückte, z. B. indem man mittelst eines Holzkästchens die Röhre auf dem Tische zusammendrückte und die eingeschlossene Flüssigkeit in den nächsten Theil der Röhre auszuweichen nöthigte. Wenn man das niedergedrückte Kästchen plötzlich wieder erhebt, so dass die benachbarte Flüssigkeit in den frei gewordenen Raum hineinstürzt, so erregt man eine Thalwelle, was natürlich auch zu einem ebenso bestimmten Zeitpunkte geschehen kann. Dadurch, dass man bei Erzeugung der Bergwelle die Wände der Röhre nicht bis zu gegenseitiger Berührung, sondern nur bis auf einen gewissen Punkt zusammendrückt, kann man auch noch die lebendige Kraft der Welle variiren. Es kann so die Zeit gemessen werden, welche die Welle braucht, um bis zu der mit dem Fühlhebel versehenen Stelle fortzuschreiten, ferner die Zeit, welche sie braucht, um von da weiter bis zum Ende, von hier reflectirt wieder zurück bis zum Fühlhebel zu kommen, dann die Zeit, welche verstreicht, bis sie von hier auf dem Rückwege bis zum Anfange, von da abermals reflectirt und wieder bis zum Fühlhebel kommt u. s. w. Alle diese Wegstrecken sind aber ebenfalls messbar und dienen, verglichen mit den darauf zugebrachten Zeiten, zur Bestimmung der

gesuchten Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Es fand sich aus derartigen Versuchen:

1. Die Spannung des Rohres ist ohne auffallenden Einfluss auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Der geringe Einfluss der Spannung, welcher noch wahrgenommen wurde, bestand aber darin, dass die Welle um so langsamer fortschreitet, je grösser die Spannung ist. Wurde nämlich die Röhre unter dem Drucke einer Wassersäule von 8^{mm} Höhe gefüllt und geschlossen, so durchliefen die Bergwellen die Strecke von 9620^{mm} in 0,752 Secunden. Wurde aber die Röhre unter dem Drucke einer Wassersäule von 3,5 Meter Höhe gefüllt und geschlossen, war also die Spannung 437mal grösser als im vorigen Falle, so durchliefen die Bergwellen die Strecke von 9860^{mm} in 0,864 Secunden, also eine Strecke von 9620^{mm} in 0,843 Secunden.

2. Positive Wellen (Bergwellen oder Spannungswellen) und negative Wellen (Thalwellen, Erschlaffungswellen) scheinen mit derselben Geschwindigkeit fortzuschreiten.

Bei der Spannung von 8^{mm} Wasserdruck durchliefen eine Strecke von 9620^{mm}:

die positiven Wellen in 0,752 Secunden,
die negativen Wellen in 0,892 „
Differenz 0,140 Secunden.

Bei einer Spannung von 3,5 Meter Wasserdruck durchliefen eine Strecke von 9860^{mm}:

die positiven Wellen in 0,864 Secunden,
die negativen Wellen in 0,888 „
Differenz 0,024 Secunden.

3. Die Verschiedenheit der lebendigen Kräfte der Welle scheint nicht eine verschiedene Geschwindigkeit ihres Fortschreitens zu bedingen, denn die Welle schritt mit derselben Geschwindigkeit fort, es mochte, um eine Welle zu erregen, eine grosse oder kleine Abtheilung der Röhre zusammengedrückt werden, es mochte die Zusammendrückung geschwind oder langsam, mit grösserer oder kleinerer Kraft geschehen, und es mochte endlich die Röhrenabtheilung ganz zusammengedrückt werden, so dass dieselbe sich ganz entleerte, oder nur halb, so dass die Röhre an dem Orte, wo die Welle erregt wurde, sich nur etwa zur Hälfte entleerte. Hiermit stimmt überein, dass die Wellen nicht langsamer fortschreiten, nachdem sie schon einen grossen Weg zurückgelegt und durch Reibung an lebendiger Kraft verloren haben.

4. Die Röhre aus vulcanisirtem, möglichst elastischem Kautschuk erweiterte sich, während der Wasserdruck von 8^{mm} bis zu 3,5 Meter Druckhöhe gesteigert wurde, in ihrem Durchmesser von $35{,}5^{mm}$ bis zu 44^{mm}, also um 0,154 ihres Durchmessers. Sie verlängerte sich von 9620 bis zu 9860, also um 0,026 ihrer Länge. Die Verlängerung war also etwa 6mal kleiner, als die Erweiterung.

5. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle betrug in dieser Röhre im Mittel 11472^{mm} in der Secunde. Die von W. Weber entwickelte Theorie hätte dafür eine solche von 10150^{mm} (in der Secunde) gefordert, so dass die Einstimmung von Theorie und Versuch genügend genannt werden darf.

6. Bei starker Spannung der Röhre verschwand die Wellenbewegung schneller, als bei schwacher Spannung.

7. Wenn eine positive Welle (Spannungswelle, Bergwelle) erregt wurde, so entstand nicht ohne besondere neue Ursache hinter derselben eine negative Welle (Thalwelle, Erschlaffungswelle).

Ueber den Einfluss des Röhrendurchmessers auf die Geschwindigkeit der Wellen wurden keine Versuche angestellt. Die Theorie verlangt aber, dass ceteris paribus mit wachsendem Durchmesser der Röhre die Wellengeschwindigkeit ebenfalls wachse.

Sehr abweichende Erscheinungen werden aber in Röhren beobachtet, 115
deren sehr beugsame Wände, wie z. B. die der Därme, gefaltet sind und aus geschlängelten Fäden bestehen, wenn die Röhren so mit Flüssigkeit erfüllt werden, dass sie nur schwach gespannt sind. Denn unter diesen Umständen erweitern sich die Röhren zunächst nicht durch eine Ausdehnung der Substanz ihrer Fasern, sondern durch eine Geradlegung und Entfaltung der Fasern und der Falten, und erst nachdem die Ausdehnung der Röhre den Grad erreicht hat, wobei die Geradlegung und Entfaltung erfolgt ist, wird die Elasticität der Substanz der Röhrenwandung wirksam.

Die mittlere und innere Arterienhaut besteht nicht aus jenen wellenförmig geschlängelten Fäden, welche Zellgewebe und Sehnenbündel bilden, sondern aus concentrischen, gleichartigen, elastischen Lamellen. Man hat sich daher wohl vorzusehen, ehe man die an mässig ausgedehnten Därmen beobachteten Erscheinungen auf die Lehre vom Pulse anwendet. Inzwischen sind die Versuche an Därmen sehr lehrreich, weil sie erlauben, die Wellen unmittelbar mit dem Auge zu verfolgen und die verschiedenen Erscheinungen direct zu beobachten. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist nämlich über 10mal kleiner, als an der Kautschukröhre, die zu den oben beschriebenen Versuchen diente. Man unterscheidet hier mit dem bloßen Auge Bergwellen und Thalwellen, sieht ihre Reflexion am geschlossenen Ende, man sieht das ungestörte Durcheinanderhindurchgehen zweier Bergwellen und Thalwellen, oder auch die Interferenz, die entsteht, wenn eine Thalwelle einer gleichgrossen Bergwelle begegnet, und sieht, wie nachher beide ihren Lauf ungestört fortsetzen.

Ersetzt man ein Stückchen des Darmes durch eine gleichweite Glasröhre, so kann man an suspendirten Staubtheilchen die Bewegung der die Welle bildenden Wassertheilchen studiren. Sie bewegen sich, während eine Bergwelle vorübergeht, ein Stück vorwärts, in derselben Richtung, in welcher die Welle fortschreitet; wenn aber eine Thalwelle vorbeigeht, ein Stück in entgegengesetzter Richtung. Man nimmt auf diese

Weise wahr, dass einer erregten Bergwelle eine kleine Thalwelle nachfolgt, wenn auch die Erregung so geschieht, dass dadurch unmittelbar keine Thalwelle entstehen kann, z. B. durch die plötzliche Zusammendrückung eines Stückes von Darm, die dauernd erhalten wird. Eine solche nachfolgende Thalwelle ist etwa $^1/_5$ so gross, als die vorangehende Bergwelle. Natürlich misst man diese Grössen durch die von den sichtbaren Theilchen vorwärts und rückwärts beschriebenen Bahnen.

Im Folgenden sind noch die Gesetze für die Wellen in einem Darme zusammengestellt, insbesondere sofern sie von den oben für die Kautschukröhre gegebenen abweichen.

1. Die Verschiedenheit der Spannung der im Darm enthaltenen Flüssigkeit oder, was dasselbe ist, der Röhrenwände hat einen sehr bedeutenden Einfluss auf die Geschwindigkeit der Wellen, und zwar bei positiven und negativen in gleichem Grade.

2. Positive Wellen (Bergwellen, Spannungswellen), die in derselben Weise erregt wurden, wie an der Kautschukröhre, schreiten beträchtlich schneller fort als negative (Thalwellen, Erschlaffungswellen), auch dann, wenn zum Behufe der Erregung einer Thalwelle ein nur halb durch Druck entleertes Anfangsstück des Darmes plötzlich von dem drückenden Körper befreit wurde. Die Geschwindigkeit der positiven verhält sich zu der der negativen Wellen in den Versuchen von E. H. und Th. Weber = 11 : 7.

3. Die Welle schreitet um so schneller fort, je mehr lebendige Kraft sie besitzt, also um so schneller, ein je grösseres Stück des Darmes comprimirt wird, um eine positive Welle zu erregen, ferner um so schneller, mit je grösserer Kraft und folglich Geschwindigkeit die Zusammendrückung zu demselben Zwecke geschah. Die Welle schreitet daher auch Anfangs schneller fort, als wenn sie schon eine bedeutende Wegstrecke durchlaufen und daher einen Theil ihrer lebendigen Kräfte eingebüsst hat.

4. Die Wellen in dem schwachgespannten Darme nehmen, während sie sich fortbewegen, an Länge zu. Man beobachtete die Zeit, welche ein im Wasser schwebendes Körperchen brauchte, um seine Bahn zu durchlaufen. Diese betrug für eine negative Welle am Anfang des 1700^{mm} langen Darmes 1,3 Zeittheile (Intervalle zweier Chronom. terschläge), am Ende etwas mehr als das Doppelte, 2.7 bis 2,8. Nun schreitet eine Welle genau in derselben Zeit um ihre Länge fort, in welcher ein durch sie in Bewegung gesetztes Wassertheilchen seine Bahn durchläuft. Würde nun nicht die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wie unter 3. bemerkt wurde, selbst beim Fortschreiten etwas vermindert, so würde man die Zunahme der Länge der negativen Welle während ihres Fortschreitens aus den gegebenen Daten genau berechnen können.

116 Von den wichtigsten Erscheinungen des ganzen Blutkreislaufes kann man sich eine deutliche Vorstellung verschaffen, wenn man einen elastischen Schlauch (entweder aus Kautschuk oder einem Darm) in sich selbst zurückleitet und den so entstehenden Kreis an einer Stelle mit einem

Digitized by Google

Pumpwerke und zwei Ventilen versieht, so dass nur in einer Richtung Flüssigkeit das System durchströmen kann. Die von Weber angewandte Einrichtung war näher folgende. Ein Stück Dünndarm *h* (Fig. 32) vertritt die Stelle des Herzventrikels. An beiden Enden desselben sind „Röhrenventile" angebracht, die einen Strom in ein und derselben Richtung zulassen. Sie sind folgendergestalt hergerichtet: Auf eine kurze Holzröhre ist ein kurzes Stückchen Dünndarm *b* aufgebunden. Dies Ganze ragt in eine Glasröhre *d* hinein, deren Anfang durch die Holzröhre selbst verstöpselt wird, drei Fäden — durch zwei punktirte Linien in der Figur angedeutet — am anderen Ende der Glasröhre angeknüpft, verhindern, dass das Darmstück in die Holzröhre zurückgestülpt wird. Durch die Wand der Glasröhre hindurch kann natürlich das Spiel des Ventils gesehen werden, und es ist namentlich interessant, zu bemerken, wie dasselbe sich schliesst, wenn in der Richtung *h b v* ein Wellenberg dagegen anrückt, sich umgekehrt öffnet, wenn in dieser Richtung ein Wellenthal kommt. Durch den Trichter *l* wird der ganze Apparat mit Wasser gefüllt und geschlossen, man ahmt dann die Wirkungen des Herzens nach, indem man periodisch zuerst allemal die Stelle *v* (die Dienste der Vorkammer versehend), hernach das Darmstück *h* (Herzkammer) comprimirt. *b* spielt dann die Rolle der Atrioventricularklappe, *g* die der Arterienklappe. Bei der Zusammendrückung von *v* weicht ein Theil der Flüssigkeit in der Richtung *v v'* zurück, ein anderer Theil kommt ins Pumpwerk *h*, das so allemal gleichmässig angefüllt wird. Weber vergleicht sehr passend die Function der Vorhöfe mit dem Abstreichen eines aufgehänften Scheffels beim Kornmessen. Deswegen haben auch die in die Vorhöfe mündenden Venen keine Ventile. Hätten sie solche, so müsste natürlich alles in den Vorhöfen enthaltene Blut in die Ventrikel gepresst werden, und es hinge wieder vom Zufalle ab, wie vollkommen oder unvollkommen sich das Atrium jedesmal mit Blut füllte.

Fig. 32.

Wir stellen uns jetzt vor, das Darmstück *h* wird zusammengedrückt, dabei schliesst sich zuerst das Ventil *b* und die ganze Flüssigkeit muss

nach a ausweichen. Wäre aa' eine unausdehnbare Röhre, so könnte nur die ganze Flüssigkeitssäule $aa'v'v$ gleichzeitig bewegt werden, und die Zusammendrückung von h hätte somit eine Strömung zur Folge.

Fig. 33.

Da nun aber $aa'v'v$ eine ausdehnbare Röhre ist, so geschieht die Verschiebung des Wassers successiv, die von h ausgetriebene Menge findet zunächst in dem sich ausdehnenden Theile von a Platz und erzeugt daselbst eine positive Welle (Bergwelle), welche mit einer gewissen Geschwindigkeit nach $a'v'v$ fortschreitet. Wäre bei g kein Ventil und hörte die Zusammendrückung von h nach Austreibung des Wassers sofort auf, so würde die gespannte Röhre a sogleich einen Theil des Wassers nöthigen, rückwärts nach h auszuweichen, und hierdurch würde in a eine negative Welle (Thalwelle) entstehen und der Bergwelle nach $a'v'v$ folgen. Bei gänzlich mangelnden Ventilen würden die Wassertheilchen in $a'v'v$, während diese negative Welle hindurchginge, um ein ebenso grosses Stück rückwärts sich bewegen, als sie sich vermittelst der voraufgehenden positiven Welle vorwärts bewegt hätten, so dass sie alle am Ende wieder an demselben Orte wären, den sie zu Anfang einnahmen. Das Ventil g verhindert aber das Zurückweichen nach h. Es folgt daher der Bergwelle keine Thalwelle. Die periodischen Zusammendrückungen von h bringen nur positive Wellen hervor. Jede solche bewegt alle Wassertheilchen, ein Stückchen im Sinne des Pfeils bei a nach a' und v' zu, und hilft so die Flüssigkeit im Kreise herumbewegen, ohne dass sie durch Strömen fortfliesst.

Es muss noch der Erfolg der Erschlaffung von h in Betracht gezogen werden, welche jeder Zusammendrückung folgt; wir sahen bereits, dass bei der Erschlaffung von h wegen des Ventils g von a her keine Flüssigkeit in den frei gewordenen Raum eindringen kann, wohl aber kann dies von v her geschehen, da das Ventil b in der Richtung des Pfeiles v offen steht. Es schreitet daher in der Richtung von v nach v' (dem Pfeil bei v entgegen) eine negative Welle in dem Schlauche fort. Sie bringt jedes Wassertheilchen ein Stückchen von seinem ursprünglichen Orte weg in der ihrer Fortpflan-

zungsrichtung entgegengesetzten, also in derselben Richtung, wie die von a nach a' fortschreitende Bergwelle. Somit unterstützen sich bei der gedachten Einrichtung der Ventile die beiden Wellen (Bergwelle und Thalwelle), welche bei jeder Zusammendrückung und nachfolgenden Erschlaffung von h entstehen und in entgegengesetzter Richtung (die Bergwelle von a nach a', die Thalwelle von v nach v') die ganze geschlossene Bahn durchlaufen, bezüglich ihrer Wirkung auf die Fortschaffung der Wassertheilchen. Wären aber die Ventile nicht vorhanden, so würden von h nach jeder Seite Bergwellen und Thalwellen fortschreiten, von denen die eine die Verschiebung der Wassertheilchen wieder aufhöbe, welche die andere hervorgebracht hat, so dass im Ganzen jedes Theilchen am Ende wieder dieselbe Stelle einnähme, die es Anfangs hatte.

Ist der Röhrenzirkel $haa'v'v$ nirgend beengt, so durchläuft ihn jede positive Welle mit grosser Geschwindigkeit ganz, und es ist, schon ehe die neue Contraction von h eintritt, überall wieder der Druck im Röhrenzirkel ausgeglichen. Anders verhält es sich, wenn man irgendwo ein nambaftes Hemmniss anbringt. Z. B. wenn man in die Glasröhre p einen Badeschwamm oder ein Sieb von mehrfach genommenem feinmaschigen Tüll einfügt. Die Flüssigkeit kann hier wegen des Reibungswiderstandes nicht so schnell durchdringen, als zur Fortpflanzung der ganzen positiven Welle erforderlich ist. Die Wellenbewegung wird daher durch den Schwamm reflectirt und unmerklich gemacht (im lebenden Thiere durch die Capillargefässe). Wiederholt sich nun die periodische Zusammendrückung von h rasch genug, so entsteht in aa' eine Anhäufung der Flüssigkeit, denn mit jeder Zusammendrückung von h wird eine neue Quantität Wasser nach aa' eingetrieben, während nicht soviel in derselben Zeit durch den Schwamm c nach v' hinüber dringen kann. In vv' entsteht aber mit jeder Erschlaffung von h eine noch grössere Verminderung der Flüssigkeit, weil aus v mehr Wasser nach h eindringt, als gleichzeitig durch c von a' her in v' eindringt. Die Zunahme des Druckes in aa' und die Abnahme in vv' dauert so lange, bis der dadurch hervorgebrachte Unterschied des Druckes, den die Flüssigkeit in aa' und in $v'v$ erleidet, so gross ist, dass er, abgesehen von der Wellenbewegung, einen Strom bedingt, hinlänglich stark, um zwischen zwei aufeinander folgenden Zusammendrückungen von h so viel Flüssigkeit durch den Schwamm zu befördern, als mit jeder Zusammendrückung von h nach a entleert wird. Von da an bleibt alsdann der Zustand bei fortgesetzter Thätigkeit des Pumpwerkes beharrlich. Wie gross die Druckdifferenz sein müsse, damit sich ein beharrlicher Zustand herstellt, hängt von der Grösse des Widerstandes ab, welchen der Schwamm der Bewegung der Flüssigkeit bietet, und dieses hängt, wie wir aus den früheren Betrachtungen bereits wissen, ceteris paribus (d. h. wenn die Klebrigkeit der Flüssigkeit und andere derartige Umstände dieselben sind) wieder davon ab, wie eng, wie lang die engen Wege und wie zahlreich diese Wege sind. Die Engigkeit jener Wege, sowie ihre Länge vermehren, die grössere Zahl der Wege vermindern den Widerstand.

Die von der Wellenbewegung wohl zu unterscheidende Strombewegung, die wir soeben in Betracht gezogen haben, dauert natürlich auch dann noch einige Zeit fort, wenn das periodische Zusammendrücken von *h* aufhört, nämlich gerade so lange, bis die Druckdifferenz zwischen *a a'* und *v v'* wieder ausgeglichen ist.

117 Bei dem beschriebenen Verfahren wird allemal, wenn die zusammendrückende Kraft bei *h* nachlässt, wie schon gesagt, eine negative Welle von *b* aus in den Abschnitt *v v'* fortschreiten in einer dem Pfeile bei *v* entgegengesetzten Richtung, denn es wird sich plötzlich der *h* benachbarte Abschnitt von *v* nach *h* entleeren, wo momentan der Druck gleich Null ist. Uebertragen wir dies auf den Blutkreislauf, so hätten wir zu erwarten, dass allemal im Augenblicke der Ventrikeldiastole eine negative Welle anfangen müsste, sich in die Venenstämme hinein fortzupflanzen. Von diesen Wellen zeigt sich nun in Versuchen am lebenden Thiere keine Spur. Es muss also Einrichtungen geben, welche ihr Zustandekommen hindern. Es scheint mir, dass dies die eigentliche Aufgabe der Vorhofscontractionen ist. In der That fällt ja die Vorhofscontraction in die Zeit der Ventrikeldiastole. Die elastische Spannung der das Blut einschliessenden Wände wird daher dicht hinter den sich öffnenden Atrioventrikularklappen fortwährend bei gleich hohem Werthe gehalten, obgleich durch das Ausweichen der Flüssigkeit nach *h* der Binnenraum des in Rede stehenden Abschnittes kleiner wird. Somit bleibt auch der Druck im Innern der grossen Hohlvenensäcke bei der Kammerdiastole auf der alten Höhe, und es kommt keine rückwärts schreitende negative Welle zu Stande. Ziehen sich hernach die Ventrikel zusammen und werden damit die Atrioventrikularklappen wieder geschlossen, so würde sich das von den Venen her andrängende Blut aufstauen. Nun aber giebt die erschaffende Wand der Vorhöfe wieder nach und das andrängende Venenblut findet hier Raum, so dass der venöse Blutstrom keiner Stockung ausgesetzt wird. Der Zweck des Muskelspieles der Vorhöfe wäre demnach zu bewirken, dass der Blutstrom in den grossen Venenstämmen weder durch die Kammersystole verzögert, noch durch die Kammerdiastole beschleunigt wird.

118 Es ist nicht ohne Interesse, aus dem Vorigen noch einmal herauszuheben, welche Folgen das in Bewegung gesetzte mit Ventilen versehene Pumpwerk für den Druck in verschiedenen Abschnitten des Röhrenzirkels hat. Geht man von einem Zustande der Ruhe, der mit überall gleichem Drucke verbunden ist, aus, so ergiebt sich vor Allem, dass eine Bewegung des Pumpwerkes, welche die im Röhrenzirkel enthaltene Flüssigkeit in eine ringförmig geschlossene Strömung versetzt, zunächst eine veränderte Vertheilung des Druckes hervorbringt. Während sie nämlich in dem einen Abschnitte *a a'* (der dem arteriellen Systeme entspricht) den Druck vermehrt, vermindert sie denselben nothwendig in dem anderen (dem venösen Systeme entsprechenden) Abschnitte *v v'*. Aber es wird daneben auch in der Regel eine Veränderung des Gesammtdruckes, den die ganzen Wände des Röhrenzirkels zusammen erleiden, durch die Bewegung des Pumpwerkes hervor-

gebracht werden. Anders ausgedrückt: der mittlere Druck wird ein anderer sein in dem Röhrenzirkel, wenn sich die darin enthalteue Flüssigkeit durch dss Pumpen bewegt, als wenn sie ruht. Unter dem mittleren Drucke ist dabei ein bestimmter Druckwerth zu verstehen, der auf jedem Oberflächenelemente lasten müsste, wenu die ganze Oberfläche dieselbe Summe von Drücken erleiden sollte, welche sie factisch bei einer ungleichen Vertheilung der Drücke erleidet. Man sieht namentlich ohne eingehendere mathematische Betrachtung leicht ein, dass unter den besonderen anatomischen Bedingungen des Blutkreislaufes die als mittlerer Druck des ganzen Systemes definirte Grösse einen bedeutend höheren Werth haben muss, wenn die Pumpe im Gange und die Flüssigkeit in Bewegung ist, als wenn sie in Ruhe ist. In der That sind ja im Blutkreislauf die dem Abschnitte aa' unseres obigen Schemas entsprechenden Theile, d. h. die arteriellen Theile, mit elastischeren Wandungen versehen und zu gleicher Zeit weniger geräumig als die venösen Theile, welche dem Abschnitte vv' des Schemas entsprechen. Nun wird aber durch die Arbeit des Herzens der Inhalt der arteriellen Systeme um genau ebensoviel vermehrt, als der Inbalt der venösen Systeme vermindert wird, und es ist klar, dass die Volumvermehrung eines Behälters den Druck darin in viel höherem Maasse steigern muss, als die gleiche Volumverminderung den Druck in einem zweiten Behälter mindert, wenn der Behälter, welcher die Volumvermehrung erfährt, schwerer ausdehnbare Wände hat und obendrein weniger geräumig ist, als der Behälter, welcher die Volumverminderung erfährt. Der letztere Umstand insbesondere bedingt ja, dass die Volumvermehrung einen viel grösseren Bruchtheil des Gesammtvolums ausmacht, als die an absolutem Werthe gleiche Volumverminderung.

Ausserdem hängt in erster Linie der mittlere Druck in einem Röhrencirkel von seiner ursprünglichen Anfüllung ab. Ihr entspricht im Blutgefässsystem derjenige Anfüllungsgrad, bei welchem unter den jeweiligen Bedingungen die Excretion der Resorption gerade die Wage halten kann. Die mittlere Spannung muss steigen, wenn die Resorptionsbedingungen günstiger werden, denn es kann alsdann erst bei einer stärkeren Gesammtanfüllung des Gefässsystems wieder ebensoviel excernirt als resorbirt werden, was doch für einen stationären Zustand erforderlich ist.

Obwohl die Lehre von den besonderen Pulswellen des menschlichen 119
Körpers eigentlich der Physiologie angehört, so ergeben sich doch einige Folgerungen bezüglich derselben so unmittelbar aus den soeben angestellten Betrachtungen, dass wir nicht umhin können, dieselben hier zu ziehen. Wir entnehmen die nachfolgenden Bemerkungen derselben Abhandlung von Weber, aus welcher auch das Vorhergehende grösstentheils entlehnt wurde.

Die Pulswelle wird in der Arteria maxillaris externa etwa $^1/_6$ oder $^1/_7$ Secunde früher gefühlt als auf dem Fussrücken an dem Endzweige der

Arteria tibialis antica. Der Weg vom Herzen bis zu jenem Pnnkte ist aber etwa 1320^{mm} kürzer als bis zu diesem, so dass man also anzunehmen hat, die Pulswelle legt in $^1/_6$ oder $^1/_7$ Secunde eine Strecke von 1320^{mm} zurück; man hat ihr demnach eine Fortpflanznngsgeschwindigkeit von 9240^{mm} in der Secunde zuzuschreiben. Sie wäre also nicht viel kleiner als die der Welle in der Kautschukröhre, welche 11250^{mm} betrug.

Bei dieser hedeutenden Fortpflanznngsgeschwindigkeit darf man sich die Pnlswelle nicht als eine kurze, längs der Arterien fortrollende Welle vorstellen, vielmehr ist dieselbe so lang, dass nicht einmal eine einzige ganze Welle Platz hat in der Strecke von dem Anfange der Aorta bis zur Zehenspitze. Nehmen wir an, dass die eine Pulswelle erzeugende Zusammenziehnng des Herzventrikels $^1/_3$ Secunde dauert, so ist der Anfang der Welle schon 3080^{mm} (mehr als 9 Pariser Fuss) weit fortgeschritten, während das Ende derselhen gerade noch in der Aorta entsteht. Der Anfang der Pulswelle ist daher schon unwahrnehmhar geworden durch vielfache Zurückwerfung und grosse Reihnng in den kleineren Arterien und Haargefässen, ehe noch das Ende derselhen im Anfange der Aorta entstanden ist. An den unzähligen Theilungswinkeln nämlich und an allen Orten, wo ein merklicher Widerstand geleistet wird, werden, wie man ans der allgemeinen Wellenlehre weiss, Theile der Welle reflectirt, die das Arteriensystem in entgegengesetzter Richtung (nach der Aorta zu) durchlaufen und eine gleichmässige Anspannung des Arterionsystems hervorhringen müssen.

Weber macht hei dieser Beschreibung der Gestalt der Pnlswelle noch besonders darauf aufmerksam, dass sie nicht den Abbildnngen widerspreche, welche Ludwig und Volkmann von den Pulswellen geliefert haben, indem sie dieselhen mittelst Ludwig's Kymographion sich selhst anfzeichnen liessen. Das Instrument ist so eingerichtet, dass es die Länge der Welle ansserordentlich verkürzt. Bei Volkmann (s. Hämodynamik Taf. VII. und VIII.) sind unter anderen die Wellen so gezeichnet, als schritten sie in einer Secunde 6^{mm} fort, sie sind also im Bilde 1540 Mal kürzer als in Wirklichkeit.

Die soeben erwähnte vielfache partielle Reflexion der Pulswellen nnd das Aufstauen an den Haargefässen bedingt nun im ganzen arteriellen Systemo einen ziemlich gleichen Druck des Blntes. Die Möglichkeit einer solchen Gleichmässigkeit des Druckes in diesem Systeme wird insbesondere noch hergestellt durch den geringen Antheil, den die Arterienwände an der Erzengung des gesammten, der Bluthewegung entgegenstehenden Widerstandes nehmen. In der That haben wir hereits aus unseren ohigen allgemeinen Betrachtungen über Strombewegung in Röhren ersehen, wie ansserordentlich viel grösser der Widerstand in engen Röhren ist als in weiten, und es wird hiernach schon wahrscheinlich, dass der grösste Theil des Widerstandes für die Bluthewegung in den engen Capillargefässen erzeugt wird. Aus den Untersuchungen von Young geht namentlich hervor, dass, wenn Wasser in unseren Adern circulirte, der Widerstand, den

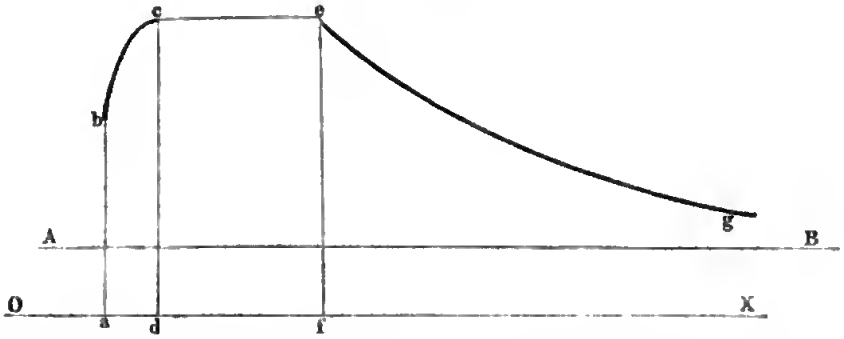
dasselbe von der Aorta an bis in die Arterien von einem Durchmesser von $^1/_{172}$ englischen Zoll erleiden würde, so gering wäre, dass es in einer senkrechten Glasröhre, die man in die Wand einer Arterie von $^1/_{172}$ Zoll Durchmesser einsetzte, nur um 2 Zoll weniger hoch steigen würde, als in einer Röhre, die man in die Wand der Aorta einsetzte. Wenn also in letzterer das Wasser 7 Fuss 6 Zoll hoch stiege, so würde es in einer den Haargefässen näheren Arterie von $^1/_{172}$ Zoll Durchmesser den Druck einer Säule von 7 Fuss 4 Zoll tragen. Nach einigen Versuchen von Hales vermuthet nun Young, dass die Reibung des Blutes ungefähr 4 Mal grösser ist als die des Wassers. Die Druckdifferenz zwischen der Aorta und einer Arterie von $^1/_{172}$ Zoll Durchmesser fiele demnach 4 Mal grösser, also = 8 Zoll, aus. Diese Resultate sind auch durch mehrere Versuche am lebenden Thiere (namentlich durch die von Poiseuille) bestätigt; andere scheinen ihnen freilich zu widersprechen.

Insofern hiernach in allen Theilen des arteriellen Systems nahezu derselbe Druck anzunehmen ist, vergleicht es Weber seiner Function nach sehr geschickt mit der Windlade einer Orgel, welche auch dazu bestimmt ist, dass die von den Bälgen in sie hineingepumpte Luft in ihr sich anhäufe, unter einem hohen und gleichen Druck stehe und von da aus in alle mit derselben in Verbindung stehende Pfeifen mit gleicher Kraft einströme, möge die einzelne Pfeife dem Orte, wo die Luft in die Windlade eintritt, nahe oder entfernt sein. So soll auch das Blut aus dem arteriellen Systeme, in welchem sich der Druck der Blutwellen angehäuft und ausgeglichen hat, in alle Partien des Haargefässsystems unter gleichem Drucke einströmen, gleichgültig, ob sie dem Herzen nahe oder entfernt liegen. Für die Function des Haargefässsystems ist diese Veranstaltung begreiflicherweise von der grössten Wichtigkeit.

Legt man die soeben entwickelten Vorstellungen zu Grunde, so kann man 120
durch eine einfache mechanische Betrachtung die charakteristische Form der Blutwelle ableiten, d. h. man kann angeben, nach welchem Gesetze der Druck an irgend einem Orte des arteriellen Systems zeitlich variirt. In der That stellen wir uns das arterielle System als ein Behältniss vor, welches eine Zuflussöffnung (Aortenanfang) und Abflussöffnungen nach dem Capillarsystem hat, durch welche letztere natürlich in der Zeiteinheit um so mehr abfliessen kann, je höher der Druck im Behältniss ist. Von Druckdifferenzen an verschiedenen Stellen des Behältnisses selbst sehen wir vorabredetermaassen ganz ab. Wir wollen uns jetzt denken, die Zuflussöffnung stände in Verbindung mit einem andern Speisungsbehälter von unerschöpflichem Inhalte, in welchem der Druck momentan auf einen hohen Werth gebracht und darauf dauernd erhalten werden könnte. Im arteriellen System wird alsdann folgender Vorgang statthaben. Wenn bis dahin der Druck darin den Werth ab hatte, so wird er, sowie im Speisungsbehälter der Druck momentan steigt, ebenfalls sehr rasch ansteigen, weil eben rasch Flüssigkeit aus dem Speisungsbehälter hervorstürzt. Nun wird aber in entsprechendem Maasse der Abfluss nach den Capillaren stärker werden

und das Steigen des Druckes wird bald ein Maximum erreichen, das sich weiterhin constant erhält, indem der Abfluss dem Zufluss wieder die Wage hält. Der zeitliche Verlauf der Druckänderung in den Arterien würde sich also darstellen in einer Curve wie *a c e*, Fig. 34, deren Abscissen die Zeiten, deren Ordinaten die Druckhöhen bedeuten. Hörte jetzt zu irgend einer Zeit (*f*) der Zufluss vom Speisungsbehälter her auf,

Fig. 34.



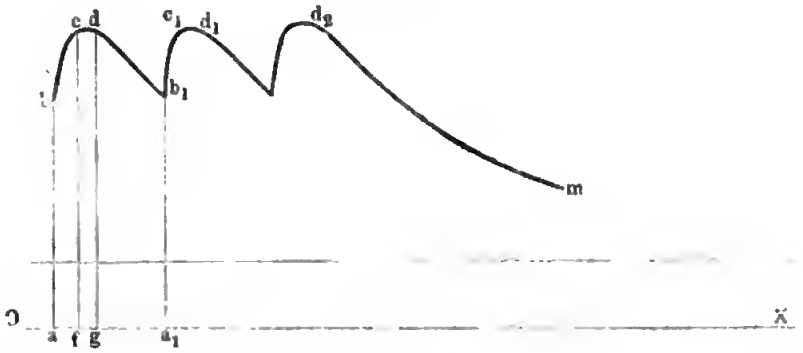
etwa durch Schluss einer Klappe, dann würde in der folgenden Zeit der Druck im arteriellen Behältniss in Folge des ungehemmten Abstromes nach den Capillaren von der Höhe *f e* herabsinken, und zwar müsste die Curve dieser Druckabnahme, bezogen auf die Zeit, der Abscissenaxe die convexe Seite zukehren und sich asymptotisch einer zur Abscissenaxe parallelen geraden Linie *A B* anschliessen, deren Höhe über *O X* die in den Capillaren stattfindende Druckhöhe darstellte. Der Druck *f e* würde nämlich mit verzögerter Geschwindigkeit abnehmen, da ja um so weniger Flüssigkeit in einem unendlich kleinen Zeittheilchen abströmt, je tiefer der Druck bereits gesunken ist. Je weniger aber in einem unendlich kleinen Zeittheilchen abströmt, desto weniger sinkt in diesem Zeittheilchen der Druck. Der Anfangstheil der Curve *e g* wird übrigens von einer geraden Linie nicht weit abweichen. Es versteht sich dann weiterhin von selbst, dass der Grenzwerth, den der Druck im Sinken erreichen kann, eben der Druck im Capillarsystem ist, in welches die Flüssigkeit einströmt. Natürlich ist hier stillschweigend vorausgesetzt, das Capillarsystem wäre ein unfüllbares Reservoir, in welchem der Druck durch Zufluss nicht gesteigert wird.

121 In vorstehenden Betrachtungen liegen nun die Elemente zur Construction der Form der Blutwelle. Der Speisungsbehälter ist das Herz. In ihm kann, wenn es angefüllt ist, allerdings der Druck momentan auf einen sehr hohen Werth gesteigert werden durch den Uebergang seiner Fasern in den contrahirten Zustand, und diese Drucksteigerung wird dann auch nahezu constant andauern, so lange die Contraction der Fasern dauert. Dies ist freilich kein sehr langer Zeitraum, und es wird daher in der graphischen Darstellung der Pulswelle ein der geraden Linie *c c* entsprechendes Stück, wenn es überall sichtbar sein sollte, keinesfalls sehr

lang sein können. Es wird meist sogar ganz wegfallen, weil wahrscheinlich das Herz, das ja keineswegs unerschöpflich ist, den Druck auch nicht einmal eine kurze Zeit hindurch ganz constant zu erhalten vermag; um so weniger, als ja nach bekannten Grundsätzen der Muskellehre die Spannung des Muskels mit fortschreitender Verkürzung nachlässt. Der Druck im arteriellen System wird also wahrscheinlich schon vor vollständig beendeter Systole zu sinken anfangen, so dass wir das Curvenstück der Pulswelle, welches der Zeit der Kammersystole entspricht, etwa wie $b\,c\,d$, Fig. 35, gestaltet erwarten dürfen. Wenn dann in dem dem Punkte d entsprechenden Augenblicke die Systole aufhört und die Aortenklappen sich schliessen, dann sinkt der Druck schneller, jedoch natürlich bei Weitem nicht so schnell, als er im Beginne der Systole gestiegen ist. Ehe nun aber das Sinken des Druckes weit vorgeschritten ist, und namentlich wohl ehe sich die Verzögerung des Weitersinkens deutlich ausgeprägt hat, beginnt die folgende Kammersystole, es sei in dem dem Punkte a_1 entsprechenden Augenblick. Momentan wird sich der Druck wieder heben und das vorige Spiel wird sich wiederholen, wie in der Curve $b_1\,c_1\,d_1\,b_2$ angedeutet ist. Wird durch irgend eine Ursache der Eintritt der folgenden Kammersystole bedeutend verzögert, dann muss sich das verzögerte Absinken des Druckes in einer tief herabgehenden Curve, welche der Abscissenaxe ihre convexe Seite zukehrt, darstellen, etwa wie $d_2\,m$ in Fig 35. Der wesentliche und constante Charakter der Pulswelle muss also vor Allem bestehen in einem raschen Ansteigen und langsamen Absinken des Druckes.

Es ist mir nun mit Hülfe meines neuen weiter unten beschriebenen Kymographion gelungen, die wahre Form der Pulswelle am lebenden Thiere wirklich zu bestimmen. Die Zeichnungen haben ganz das Aussehen der Fig. 35, die eigentlich eine Copie meiner Kymographionzeichnungen ist.

Fig. 35.



In vielen Fällen ist übrigens ein fast wagrechtes Stück $c\,d$ von einiger Ausdehnung auf dem Gipfel der Wellencurve zu sehen.

Zum Schlusse unserer Betrachtungen über Flüssigkeitsströme wollen 122
wir noch einen mechanischen Begriff entwickeln, der für die Physiologie von der allerhöchsten Bedeutung ist, nämlich den Begriff der bei Erhaltung

eines Flüssigkeitsstromes von bestimmter Stärke unter bestimmten Bedingungen zu leistenden Arbeit. Dieser Begriff — zuerst von J. R. Mayer in Heilbronn klar definirt — scheint noch immer bei Physiologen und Aerzten vielfach missverstanden zu werden, wie aus den vielfach missverständlichen Versuchen hervorgeht, das auszuwerthen, was man öfters als Herzkraft bezeichnet, was man aber besser mit dem Worte Herzarbeit bezeichnen würde. Es dürfte daher eine möglichst anschauliche, zunächst rein physikalische Erörterung dieses Gegenstandes erwünscht sein.

Dass sich ein Flüssigkeitsstrom in einer ringförmig in sich zurückkehrenden Bahn nicht von selbst erhalten kann, ist nach den vorigen Auseinandersetzungen klar, dass vielmehr die Flüssigkeit in einer solchen Bahn sehr bald zur Ruhe kommen würde, wenn sie in Bewegung gebracht und sich selbst überlassen würde. Die Ursache davon ist eben die innere Reibung der Flüssigkeit, deren Wirkung überall schliesslich darauf hinausläuft, die vorhandene Bewegung zu verzögern. Die so scheinbar verschwundene lebendige Kraft kann natürlich nicht in Wahrheit verschwinden, sie muss vielmehr in irgend eine andere Form übergeführt oder auf andere Körper übertragen werden. Es ist nun auch bekannt, dass die lebendige Kraft der Strömung unter Vermittelung der Reibung in Wärme umgesetzt wird. Wir haben uns also vorzustellen, dass die Moleküle, indem sie sich schichtenweise aneinander vorüberschieben, in ihrem Innern erschüttert werden, und diese Bewegung, die wir Wärme nennen, kann eben nur auf Kosten der strömenden Bewegung zu Stande gebracht werden. Mehr ins Einzelne lässt sich freilich diese Vorstellung noch nicht verfolgen.

123 Soll demnach eine Flüssigkeitsmasse auf einer in sich zurückkehrenden Bahn in Bewegung bleiben, so genügt nicht ein einmaliger Anstoss, sondern es muss fortwährend eine fremde Kraft auf die Flüssigkeit wirken, welche derselben während der Zeiteinheit ebenso viel lebendige Kraft in Form von strömender Bewegung wieder mittheilt, als unter Vermittelung der Reibung in Wärme umgesetzt wird. Es muss also fortwährend Arbeit auf die Flüssigkeit verwandt werden, und die Frage ist, wie viel Arbeit in der Zeiteinheit zur Erhaltung eines Flüssigkeitsstromes von bestimmter Stärke unter gegebenen Bedingungen erforderlich ist. Der obigen Bemerkung zufolge könnte man diese Frage dadurch lösen, dass man ermittelte, wie viel Wärme der Strom in der Zeiteinheit erzeugt, das Arbeitsäquivalent dieser Wärmemenge wäre dann offenbar die zur Erhaltung desselben erforderliche. Es leuchtet aber ein, dass dieser Weg, die Frage zu beantworten, ein beschwerlicher Umweg wäre. Glücklicherweise kann man die zu leistende Arbeit auf anderm Wege sehr leicht finden. Man braucht nur eine bestimmte Stelle des in sich zurückkehrenden Stromes ins Auge zu fassen. In der That braucht nur an einer Stelle die fremde Kraft auf die Flüssigkeit zu wirken, während nothwendig überall Kraft verloren geht (d. h. in Wärme umgesetzt wird). Die Stelle, wo die Kraft einwirken muss, ist leicht zu finden. Gehen wir nämlich die Bahn eines

Stromes in seiner Richtung entlang, so kommen wir im Allgemeinen nach den vorigen Auseinandersetzungen von Stellen höheres zu Stellen niederes Drucks. Soll aber der Strom in sich selbst zurücklaufen, so kann der Druck nicht überall abnehmen, denn sonst käme man ja bei vollendetem Umgange zur Ausgangsstelle mit kleinerem Drucke, als man davon ausgegangen ist, was der Annahme eines stationären Stromes widerspricht, der für jeden Punkt einen in der Zeit constanten Druck voraussetzt. In einem stationären Kreislaufe muss also mindestens eine Stelle existiren, wo der Druck in der Richtung des Stromes nicht ab-, sondern zunimmt. Hier muss dann eben die fremde Kraft auf die Flüssigkeit einwirken, da dieselbe nicht von selbst von einem Punkte niederes zu einem Punkte höheres Druckes weitergehen kann.

Wenden wir diese Betrachtung zunächst auf einen jener einfachen 124
Fälle an, wo Wasser aus einem Behälter durch eine einfache Röhre ins Freie ausströmt. Um den Strom in einen Kreislauf zu verwandeln, nehmen wir an, die Strombahn böge irgendwie um, so dass die Ausflussöffnung wieder dicht am Behälter läge. Ueberdies wollen wir uns die Ausflussöffnung nach oben gerichtet denken. Das Wasser wird alsdann aus derselben in einem Strahl senkrecht aufspringen zu einer Höhe $h = \frac{v^2}{2g}$, wenn v die Ausflussgeschwindigkeit und g die Intensität der Schwere ($= 9{,}81^{m}\ldots$) bedeutet. Die zur Erhaltung des Stromes erforderliche Druckhöhe im Behälter sei H, welche nothwendig $> h$ sein muss. Der Strom wird alsdann in sich zurücklaufend im Gange erhalten werden, wenn man das von selbst zur Höhe h gestiegene Wasser durch eine fremde Kraft noch zur Höhe H erhebt, so dass das ausgeflossene Wasser immer wieder auf das Niveau im Behälter kommt und den Abfluss selbst wieder ersetzt. Die zur Erhaltung des Stromes in der Zeiteinheit erforderliche Arbeit wäre also, das in der Zeiteinheit ausfliessende Wasser um den Betrag von $H - h$ zu erheben. Liefert in der Zeiteinheit der Strom m Kilogramme, so hätten wir eine Arbeit von $m(H - h)$ Kilogrammmetern nöthig, wenn H und h in Meter ausgedrückt ist. Sei beispielsweise die mittlere Geschwindigkeit beim Ausfliessen $= 0{,}3^{m}$, dann würde der Strahl zur Höhe von $4{,}5^{mm}$ emporsteigen. Sei ferner die Ausflussöffnung so weit, dass sie bei einer Geschwindigkeit von $0{,}3^{m}$ in der Minute 6 Kilogrm. liefert. Nehmen wir endlich an, für diesen Strom wäre eine Druckhöhe von $0{,}5045^{m}$ im Behälter erforderlich, so wäre, um den Strom im Gange zu erhalten, jede Minute eine Arbeit von $6 . (0{,}5045 - 0{,}0045)$ Kilogrammmeter, d. h. von 3 Kilogrammmeter aufzuwenden.

Es ist gut, zu bemerken, dass die so berechnete Arbeitsquantität un- 125
abhängig ist von der Art, wie man das Wasser in den Behälter zurückschafft. In der That stellen wir uns vor, das zur Höhe h emporgesteigene Wasser würde nicht weiter zur Niveauhöhe H gehoben, sondern es sollte gleich auf der Höhe h in den Behälter hineingeschafft werden. An sich wäre dies ja ausführbar, der Behälter brauchte nur in dieser Höhe ein durch eine

sich bloss nach innen öffnende Klappe verschlossenes Loch zu haben. Von selbst ginge aber auch jetzt das Wasser nicht hinein, da es unter gar keinem Drucke steht, während im Innern des Behälters hier der Druck $H - h$ herrscht. Es muss also durch einen fremden Kraftaufwand hineingedrückt werden, und es ist leicht zu berechnen, welche Arbeit dabei während der Zeiteinheit zu leisten ist. Der Flächeninhalt des Querschnittes vom cylindrischen Behälter betrage Q Quadratdecimeter, dann füllen die m Kilogramme (Cubikdecimeter) Wasser, welche während einer Minute in den Behälter hineinzudrücken sind, ein Stück desselben, dessen Höhe $= \frac{m}{Q}$ Decimeter oder $\frac{1}{10} \cdot \frac{m}{Q}$ Meter beträgt. Auf diese Höhe muss aber die ganze über der Eintrittsstelle im Behälter befindliche Wassermasse durch das Einpressen gehoben werden. Diese Wassermasse füllt unter den gemachten Voraussetzungen einen cylindrischen Raum, deren Grundfläche Q Quadratdecimeter, deren Höhe $H - h$ Meter oder $10 . (H - h)$ Decimeter beträgt. Sie wiegt also $10 \times Q(H - h)$ Kilogramme. Diese Masse auf die Höhe von $\frac{m}{10 . Q}$ Meter zu erheben, kostet $m\ (H - h)$ Kilogrammmeter Arbeit. Die aufzuwendende Arbeit berechnet sich also genau so, als wenn man das ausgeflossene Wasser wieder oben aufgiesst.

126 Gehen wir jetzt den Blutkreislauf entlang im Sinne der Fortbewegung, so kommen wir zwei Mal an Stellen, wo das Blut von einem Punkte niederes Druckes zu einem Punkte höheres Druckes durch eine fremde Kraft gepresst wird. Diese beiden Stellen sind das rechte und das linke Herz. Dort wird nämlich das Blut von den Körpervenen nach der Lungenarterie, hier wird es von den Lungenvenen nach der Aorta geschafft. Da aber bekanntlich in der Lungenarterie ein bedeutend höherer Druck herrscht als in den Körpervenen, und ebenso in der Aorta der Druck bedeutend höher ist als in den Lungenvenen, so kann diese Fortschaffung nur durch eine fremde Kraft geschehen, und diese ist offenbar die Muskelkraft des Herzens. Wie diese Fortschaffung des Blutes im Einzelnen stossweise bewirkt wird, hat die Physiologie auseinanderzusetzen, hier ist nur im Allgemeinen der Begriff des Maasses der Herzarbeit zu entwickeln und auszuführen, wie der Werth dieser Grösse unter gegebenen Bedingungen zu berechnen wäre, d. h. wie viel Arbeit das Herz im gegebenen Falle während der Zeiteinheit zu leisten hat, um den Blutkreislauf im Gange zu erhalten.

127 Im Unterschiede von dem zuerst betrachteten einfacheren Falle tritt uns hier eine Schwierigkeit entgegen. In der Aorta und Lungenarterie nämlich herrscht kein constanter Druck, derselbe variirt vielmehr periodisch, er ist vor Beginn einer Kammersystole am niedrigsten, und am Ende der Kammersystole am höchsten. Diese Schwierigkeit lässt sich aber leicht umgehen durch Einführung des Begriffs eines „mittleren“ Druckwerthes an diesen Stellen. Er ist einfach zu definiren als derjenige Druckwerth, der constant erhalten die Röhrenwände an den betreffenden Stellen wäh-

rend der Zeiteinheit ebenso viel Druck im Ganzen erleiden lassen würde, wie sie beim variablen Druck in Wirklichkeit erleiden. Es ist klar, dass wir uns für die Auswerthung der Arbeit denken können, es herrsche am Anfange der Aorta und Lungenarterie fortwährend constant der mittlere Druck. Es kostet nämlich offenbar mehr Arbeit, die Flüssigkeit in die Arterien zu treiben, so lange der Druck den mittleren übersteigt. Dafür kostet es aber ebenso viel weniger Arbeit, die Flüssigkeit einzutreiben, so lange der wirkliche Druck kleiner ist als der mittlere. Im Ganzen ist also die Arbeit dieselbe, mag der Druck periodisch variabel sein, oder mag constant der mittlere Druck herrschen. Beiläufig kann bemerkt werden, dass die Druckschwankungen in den grossen Arterienstämmen verhältnissmässig klein sind gegen den gesammten hier herrschenden Druck.

Es soll jetzt zunächst ermittelt werden, welche Arbeit bei einer ein- 128
zelnen Systole ein Herzventrikel zu leisten hat. Wir denken uns den Ventrikel im Augenblicke vor der Systole mit ruhendem Blute gefüllt, dessen Quantität in Kilogrammen ausgedrückt $= q$ sein mag. Der mittlere Druck im Aortenanfange sei h ausgedrückt in Metern (also $100\,h$ in Centimetern) als Höhe einer Säule von der Blutflüssigkeit selbst. Es ist daraus leicht zu berechnen, welche Kraft ausgedrückt in der gewöhnlichen Kraft- (d. h. Gewichts-)einheit dem aus dem Herzventrikel hervorgepressten Blute entgegenwirkt. Man braucht nur zu berechnen, wie viel eine Blutsäule wiegt von der Höhe h und einer dem Aortenquerschnitte gleichen Grundfläche. Nennen wir diesen Querschnitt in Quadratcentimetern ausgedrückt f, wählen wir das Gramm als Gewichts-, d. h. als Krafteinheit, so hat die fragliche Blutsäule ein Volum von $100\,hf$ Cubikcentimetern und wiegt $100\,hfs$ Gramme, wenn wir das specifische Gewicht des Blutes mit s bezeichnen. Die Kraft, welche dem Eintritte von Blut in die Aorta entgegenwirkt, ist also $100\,hfs$ oder, wenn wir nun als Krafteinheit wieder das Kilogramm einführen, $\frac{100\,hfs}{1000}$. Wir können uns als Angriffspunkt dieser Kraft eine in der Aorta ohne Reibung verschiebbare Querscheidewand denken. Diese müsste also das aus dem Ventrikel hervorgepresste Blut vorschieben, und es fragt sich wie weit? Um diese Grösse zunächst in Centimetern zu erhalten, braucht man nur zu berechnen, ein wie langes Stück die q Kilogramme Blut, welche der Ventrikel halten kann, in der Aorta einnehmen würden. q Kilogramme Blut nehmen aber $\frac{1000\,q}{s}$ Cubikcentimeter ein, bilden folglich eine Säule von $\frac{1000\,q}{sf}$ Centimeter Länge auf der Grundfläche von f Quadratcentimeter. Das durch die Systole in die Aorta eingetriebene Blut muss also entgegen dem Drucke von $\frac{100\,hfs}{1000}$ Kilogramm das schon dort vorhandene Blut resp. die eingebildete Querscheidewand um $\frac{1000\,q}{sf}$ Centimeter oder

$\frac{1000\,q}{100\,s\,f}$ Meter vorschieben, d. h. es wird bei der Systole des Ventrikels der Angriffspunkt einer Kraft von $\frac{100\,h\,f\,s}{1000}$ Kilogramm um $\frac{1000\,q}{100\,s\,f}$ Meter der Richtung jener Kraft entgegen verschoben. Das ist genau dieselbe Arbeit, als ob eine Last von $\frac{100\,h\,f\,s}{1000}$ Kilogramm auf die Höhe von $\frac{1000\,q}{100\,s\,f}$ Meter gehoben (eben der Richtung der Schwere entgegen verschoben) würde, d. h. eine Arbeit von $\frac{100\,h\,f\,s}{1000} \cdot \frac{1000\,q}{100\,s\,f} = h\,q$ Kilogrammmeters, d. h. dieselbe Arbeit, als ob q Kilogramm auf die Höhe h gehoben würden.

Dies ist aber noch nicht die ganze Arbeit des Herzventrikels, derselbe drängt nämlich nicht bloss das Blut gegen den arteriellen Druck vor, sondern ertheilt ihm auch noch die in den arteriellen Bahnen herrschende Geschwindigkeit, nennen wir diese v, so repräsentirt die Ertheilung dieser Geschwindigkeit an q Kilogramme eine Arbeit von $q\,\frac{v^2}{2g}$ Kilogrammmeter, denn die q Kilogramm würden von der Höhe $\frac{v^2}{2g}$ herabfallend die Geschwindigkeit erlangen. Die gesammte Arbeit einer Ventrikelsystole wäre also unter den gemachten Voraussetzungen $= q\left(h + \frac{v^2}{2g}\right)$ Kilogrammmeter.

129 Der Ventrikel und resp. der Vorhof braucht nicht die ganze so berechnete Arbeit durch seine active (vitale) Zusammenziehung zu leisten, ein Theil derselben wird vielmehr durch die rein physikalische Elasticität der ruhenden Muskelsubstanz geliefert. In der That strömt ja das Blut unter einem gewissen Drucke und mit einer gewissen Geschwindigkeit aus den Venen in den Herzventrikel ein und wenn dabei das Quantum q zur Ruhe kommt, so muss es die Wände des Ventrikels gedehnt, an ihren elastischen Kräften eine Arbeit verrichtet haben. Wir können sie nach ähnlichen Principien zu $q\left(h_1 + \frac{v_1^2}{2g}\right)$ Kilogrammmeter schätzen, wenn h_1 den Druck und v_1 die Geschwindigkeit in den grossen Venenstämmen bedeutet. Diese Arbeit könnte also der Herzventrikel auch ohne Erregung wiedergeben durch rein elastische Zusammenziehung seiner gedehnten Wand. D. h. er könnte die Blutmenge q mit der Geschwindigkeit v_1 unter dem Drucke h_1 durch eine geeignete Oeffnung wieder hervortreiben. Der activen Anstrengung der Muskelsubstanz fällt also nur der Ueberschuss jener Arbeit über diese zur Last, d. h. eine Arbeit von $q\left[(h - h_1) + \left(\frac{v^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}\right)\right]$ Kilogrammmeter zur Last. Dieser Werth

dürfte in Wirklichkeit nicht sehr verschieden sein von $q\,h$, da einerseits der Druck h_1 in den grossen Venenstämmen von Null nicht weit abweicht, und da andererseits auch die beiden Geschwindigkeitshöhen $\frac{v^2}{2g}$ und $\frac{v_1^2}{2g}$ nur kleine Werthe haben, um so mehr also ihre Differenz klein ist. Wenn also jetzt n Systolen in der Minute geschehen, so hat ein Herzventrikel in der Minute ungefähr die Arbeit von $n\,q\,h$ Kilogrammmeter zu leisten.

Die Grösse q hat für beide Ventrikel denselben Werth, da selbstverständlich bei jeder Systole der eine Ventrikel genau so viel Blut auswerfen muss, als der andere. Die Grösse h ist für den linken Ventrikel der Blutdruck in der Aorta, für den rechten der Blutdruck in der Arteria pulmonalis. Nimmt man beispielsweise den Blutdruck in der Aorta $=$ einer Blutsäule von $2{,}5^m$ Höhe, nimmt man ferner an, dass jede Systole 175 Gramm Blut auswirft und setzt man endlich die Anzahl der Systolen in einer Minute $= 70$, so muss der linke Ventrikel jede Minute eine Arbeit leisten von $70 \times 0{,}175 \times 2{,}5 = 30{,}6$ Kilogrammmeter.

Drittes Kapitel.

Wellenzeichner.

Um die Erscheinungen des Blutdruckes in ihrem zeitlichen Verlaufe 130
zu studiren, hat man verschiedene Instrumente ersonnen, welche die eine oder andere Veränderung graphisch registriren. Die Leistungen aller dieser Instrumente sind bis zu einem gewissen Punkte nach denselben allgemeinen mechanischen Principien*) zu beurtheilen, mag der Zweck sein, die Veränderungen des hydrostatischen Druckes im Innern eines Blutgefässes oder die Veränderungen des Arteriendurchmessers aufzuzeichnen. Immer ist der Zweck des Instrumentes allgemein ausgedrückt folgender: Ein Punkt soll hin- und hergehende Bewegungen ausführen, so dass seine Entfernung von einer bestimmt zu wählenden Lage in jedem Augenblicke genau proportional ist dem in diesem Augenblicke geltenden Werthe der zu messenden veränderlichen Grösse. Führt man nun an dem bewegten Punkte in einer zu seiner Bewegungsbahn senkrechten Richtung eine Fläche vorüber, auf welcher er seine jeweilige Lage verzeichnen kann, so zeichnet er darauf eine Wellenlinie, deren Abscissen die Zeit messen und deren Ordinaten die zu den betreffenden Zeiten geltenden Werthe der-

*) Siehe Ernst Mach, Sitzungsbericht der Wiener Akademie. 3. April 1862, 8. Januar 1863 und 11. December 1862.

jenigen Grösse angeben, deren Veränderungen mit der Zeit bestimmt werden sollen. Beim Ludwig'schen Kymographion z. B. schwankt ein schreibender Stift senkrecht auf und ab in annähernd gleichem Rhythmus, wie der Blutdruck in der mit dem Instrumente verbundenen Arterie schwankt. An diesem Stift geht in wagrechter Richtung mit constanter Geschwindigkeit die Oberfläche eines rotirenden Cylinders vorüber, auf welchen der Stift eine Wellenlinie zeichnet. Wickelt man hernach die Cylinderfläche in eine Ebene ab, so kann man sehen, in welcher Höhe sich in jedem Augenblicke die Zeichenspitze befunden hat.

131 Es ist nun klar, dass der vorgesetzte Zweck überall nicht wohl vollkommen erreicht werden kann, der zeichnende Punkt muss doch immerhin an eine mehr oder weniger träge Masse geknüpft sein. Diese muss durch Kräfte in Bewegung versetzt werden, welche irgendwie durch die zu messenden Veränderungen erzeugt werden, sei es durch die Aenderungen des Blutdruckes, sei es durch die abwechselnden Ausdehnungen und Zusammenziehungen der Arterienhaut. Endlich müssen auch noch fremde Kräfte die den zeichnenden Punkt tragende Masse in einer festen Gleichgewichtslage erhalten, denn sonst würde sie von der zu bestimmenden Kraft einmal in einem Sinne fortgetrieben, gar nicht mehr, wenn diese Kraft nachlässt, zurückkehren und einem neuen Anstoss der Kraft gar nicht wieder ausgesetzt sein, endlich ist die Bewegung der fraglichen Masse stets der Natur der Sache nach gewissen Widerständen (Reibung etc.) ausgesetzt, welche unter allen Umständen die vorhandene Geschwindigkeit verzögern. In die Bewegungen eines Wellenzeichners greifen daher stets mehrere Ursachen ein und sie können also unmöglich die zeitlichen Veränderungen der einen Ursache, die damit studirt werden soll, vollkommen getreu wiedergehen. Das einfachste abstracte Schema eines solchen Instrumentes wäre folgendes: Eine träge Masse M kann sich ausschliesslich so bewegen, dass einer ihrer Punkte auf der geradlinigen Bahn bc, siehe Fig. 36, hin- und hergeht, sich selbst überlassen, nimmt er darauf die stabile Gleichgewichtslage a ein. Sowie er daraus entfernt wird, entsteht eine Kraft, welche ihn nach a zurückzuführen strebt und die der Entfernung von a proportional ist. Die Masse würde demnach wie ein Pendel um a oscilliren, wenn sie durch einen einmaligen Anstoss aus a entfernt würde. Diesen Schwingungen kommt eine ein- für allemal bestimmte Dauer zu, sie würden aber wegen des Widerstandes allmälig schwächer werden und zuletzt ganz aufhören. Nun wirke auf die Masse M eine periodisch variabele Kraft wechselsweise in der Richtung bc und cb.

Fig. 36.

Um diese allgemeine Betrachtung der Anschauung näher zu bringen, wollen wir ein besonderes Beispiel etwas näher ins Auge fassen. Die bewegliche Masse M sei eine Quecksilbermasse, eingeschlossen in einem Uförmigen, beiderseits oben offenen Glasrohre, dessen beide Schenkel vertical stehen. Die Kuppe im einen Schenkel oder ein darauf gesetz-

ter Schwimmer sei unser Punkt *a* (Fig. 36). Offenbar kann er nur in der verticalen Bahn *bc* — eben dem Schenkel des Glasrohrss entlang — auf- und abgehen. Die Gleichgewichtslage *a* hat offenbar der Bedingung zu genügen, dass, wenn sich in ihr unsere Qnecksilberkuppe befindet, die Kuppe des anderen Schenkels in demselben Nivean liegt; denn in diesem Falle wirken auf jeden Punkt unserer Masse gleiche und entgegengesetzt gerichtete Kräfte, was ohne Weiteres ersichtlich ist. Setzen wir nun beispielsweise an das offene Ende unseres Röhrenschenkels den Mund und steigern darin durch eine Exspirationsanstrengung den Luftdruck über eine Atmosphäre, dann wird die Quecksilberkuppe im andern Schenkel steigen und in unserem Schenkel sinken etwa von *a* nach *c*. Ueberlassen wir dann den Apparat wieder sich selbst, indem wir den Röhrenschenkel wieder frei lassen, so geräth die Quecksilbermasse in Bewegung und zwar so, dass sich die Quecksilberknppé mit dem Schwimmer von *c* gegen *a* erhebt, denn vom andern Schenkel her wirkt ein Ueberschnss über den Atmosphärendruck. Die Kuppe kann aber nun nicht in ihrer Gleichgewichtslage *a* zur Ruhe kommen, da inzwischen die ganze Qnecksilbermasse eins gewisse Geschwindigkeit erlangt hat, so dass sie vermöge der Trägheit über die Gleichgewichtslage hinaus geht. Nun wird abar ein Drucküberschnss im Schenkel mit der Kuppe *a* wirksam, der die Bewegung verzögert. Nach bekannten mechanischen Grundsätzen würde aber die Geschwindigkeit erst dann vollständig aufgezehrt sein, wenn die Kuppe ebenso hoch über die Gleichgewichtslage (bis *b*) gestiegen ist, als sie anfangs unter dieselbe herabgedrückt war, wofern die Bewegung keinen Widerstand fände. Von dem Punkte *b* würde alsdann die Qnecksilberkuppe mit dem Schwimmer wieder herabsinken bis *a* mit beschleunigter, von da bis *c* mit verzögerter Geschwindigkeit. Hier mit der Geschwindigkeit Null angekommen, würde sie wieder steigen bis *b* und so fort in infinitum. Die Quecksilberknppe mit dem Schwimmer würde also oscilliren zwischen den äussersten Lagen *b* nnd *c* und zwar im Rhythmus der einfachen Pendelschwingung. Die Daner der einzelnen Oscillationen hängt wesentlich ab von der Masse der an der Bewegung betheiligten Flüssigkeit, nicht aber von der Grösse der Schwingung, d. h. nicht davon, wie weit die beiden äussersten Lagen der Quecksilberknppe (*b* nnd *c*) von einander entfernt sind.

Führt man einen derartigen Versuch wirklich aus, so sieht man in der That die Quecksilberkuppe eine Zeitlang hin- und hergehen, allein es ist doch jede folgende Schwingung zwischen engeren Grenzen eingeschlossen, als die vorhergehende, und nach einiger Zeit kommt die Qnecksilbermasse zur Rnhe, je kleiner sie ist, desto früher. Dies rührt von den Reibungswiderständen her.

Denken wir uns nnn den anderen Schenkel des Uförmigen Rohres durch einen Schlauch mit einer Arterie eines lebenden Thieres verbunden. Der Rest des Röhrenschenkels und der Verbindungsschlauch müssen natürlich mit irgend einer geeigneten Flüssigkeit gefüllt sein. Dann wirkt

auf die Quecksilberkuppe dieses Schenkels nicht mehr der Atmosphärendruck, sondern der Blutdruck der betreffenden Arterie. Dieser ist aber mit der Zeit variabel und er kann sich mit dem vom andern Schenkel her wirkenden Atmosphärendrucke keinesfalls mehr in dauerndes Gleichgewicht setzen. Die Quecksilbermasse muss also jetzt fortwährend in Bewegung sein. Aber es kann auch nicht die vorhin betrachtete Oscillation zu Stande kommen, denn diese setzt ja voraus, dass ausser der eigenen Schwere und dem Atmosphärendrucke beiderseits keine Kraft wirkt. Der Blutdruck in der Arterie ist aber nicht nur so ganz im Allgemeinen eine mit der Zeit sich ändernde Kraft, sondern er ist periodisch veränderlich, d. h. er schwankt regelmässig periodisch zwischen bestimmten äussersten Grenzwerthen.

Wir hätten also durch die gedachte Anordnung die Bedingung unserer allgemeinen Betrachtung realisirt, dass nämlich auf die bewegliche Masse M, welche für sich um eine Gleichgewichtslage zu oscilliren fähig ist, eine periodisch sich ändernde Kraft einwirkt. Die Mathematik lehrt, dass alsdann die Masse M in einen Schwingungszustand geräth, welcher abhängt 1) von der Periodicität der veränderlich einwirkenden Kraft, d. h. von der besonderen Art, wie diese Kraft im Laufe der Zeit zu- und abnimmt; 2) von den Kräften, welche M stets in die Gleichgewichtslage a zurückzuführen streben; 3) von der Grösse der Widerstände; 4) von der Grösse der Masse M.

132 Die Mathematik zeigt ferner, dass die Schwingungsdauer der Masse M mit der Periodendauer der veränderlichen Kraft nach kurzer Zeit der Einwirkung übereinstimmend wird, sowie ein irgend merklicher Widerstand der Bewegung entgegenwirkt, was selbstverständlich in allen Fällen stattfindet. Die Schwankungen der Quecksilbersäule im obigen Beispiele werden also jedesfalls alsbald isochron mit den Schwankungen des Blutdruckes. Was die Dauer der Periode betrifft, so kann man sich also auf die Angaben jedes Wellenzeichners verlassen. Anders ist es dagegen mit dem Rhythmus der Kraftänderung innerhalb der einzelnen Periode, d. h. mit der Art und Weise wie die Aenderung innerhalb einer Periode vor sich geht, ob z. B. die Kraft rasch zu- und langsam abnimmt oder umgekehrt u. s. w. Dieser Rhythmus kann von keinem Wellenzeichner ganz treu wiedergegeben werden, auch der Betrag der Kraftänderung, d. h. die Höhe der Wellen oder zwischen welchen Maximis und Minimis der Werth der Kraft schwankt, kann nur unter besonderen Umständen vom Wellenzeichner vollkommen treu registrirt werden. Es lässt sich aber angeben, welche Bedingungen der Treue des Instrumentes günstig sind. Vor Allem ist das Eine auch schon ohne mathematische Deduction ersichtlich, dass die selbständigen Schwingungen der Masse M um so mehr in den Hintergrund treten werden; je kleiner diese Masse ist, um so schneller nämlich werden die selbständigen Schwingungen durch die nie fehlenden Widerstände zum Verschwinden gebracht.

Es scheint von demselben Gesichtspunkte aus vortheilhaft, die Widerstände gegen die Bewegungen der schwingenden Masse verhältnissmässig gross zu machen. Diese Betrachtung entspricht aber nicht den Resultaten der Rechnung, welche Mach durchgeführt hat. Ich kann mich indessen nicht von der Anwendbarkeit der Mach'schen Formeln nach dieser Richtung überzeugen. In der That, man denke sich einen extremen Fall realisirt. Die allergünstigste Veranstaltung würde es doch offenbar sein, wenn die Trägheit der Masse verschwindend klein wäre, so dass sie dem geringsten Anstoss unbedingt nachgäbe, und wenn gleichzeitig die Widerstände gegen diese unendlich kleine Masse so gross wären, dass dieselbe irgend wohin geführt daselbst liegen bliebe, ohne auch nur um die kleinste Länge vermöge der Trägheit weiter zu gehen.

Es ist ferner für die Treue des Wellenzeichners günstig, wenn die schwingende Masse M überall nur kleine Geschwindigkeiten annimmt, denn alsdann wird sie niemals vermöge ihrer Trägheit selbständig viel über die Lage hinausgehen, welche ihr durch die jeweilige Wirkung der zu untersuchenden variabelen Kraft ertheilt wird. So misstraut z. B. Niemand den Angaben des Barometers in dem Sinne, dass etwa die Quecksilbersäule unter dem Einflusse des veränderlichen Luftdruckes selbständige Schwingungen ausführte, und also beim Steigen des Druckes über den Punkt hinausschösse, welchen ihr der jeweilige Werth dieses Druckes anweist. Dies rührt eben daher, dass die Quecksilbersäule des Barometers nie grosse Geschwindigkeiten erlangt.

Um bei einem Wellenzeichner zu bewirken, dass die Masse M nur kleine Geschwindigkeiten annimmt, muss man die Kräfte, welche sie in ihrer Gleichgewichtslage erhalten, recht gross machen, denn alsdann geräth sie eben stets nur in Schwingungen von kleiner Amplitude.

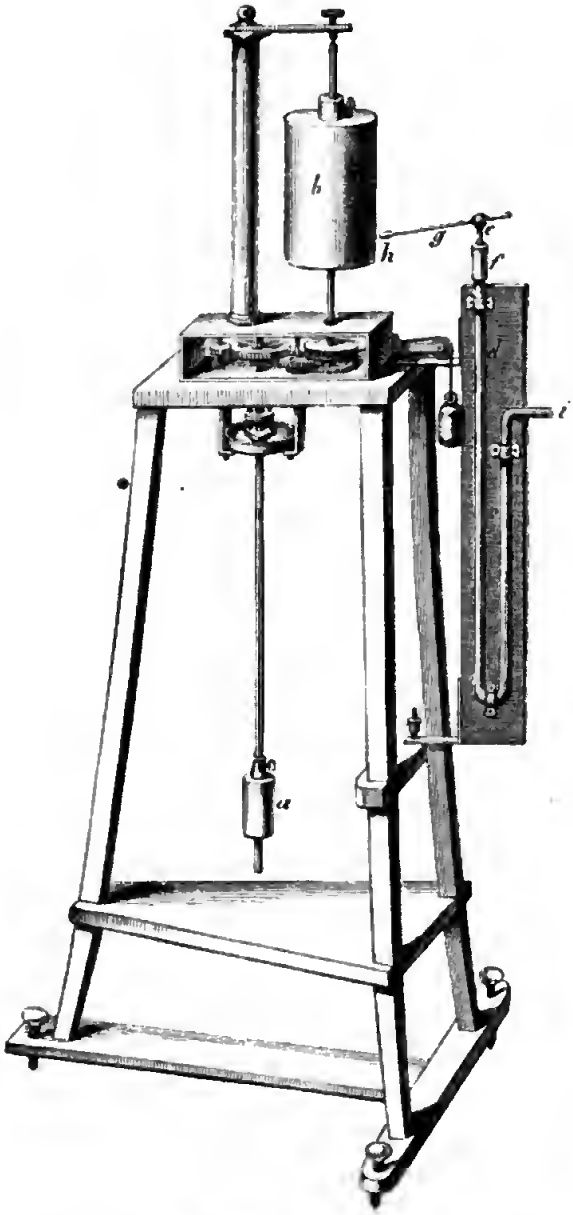
Wir gehen jetzt zur Beschreibung der einzelnen gebräuchlichen Wellenzeichner über.

I. Das Ludwig'sche Kymographion.

Fig. 37 (a. f. S.) stellt das Instrument in der ihm ursprüng- 133
lich von Ludwig gegebenen Einrichtung dar, doch wird es leicht sein, sich an dieser Zeichnung auch die neueren Modificationen anschaulich zu machen. b ist der rotirende Cylinder, auf den die Curve gezeichnet wird; er wird mittelst eines in der Figur sichtbaren Uhrwerkes durch ein sinkendes Gewicht in Bewegung gesetzt. Das Uhrwerk ist in dem hier dargestellten Instrumente durch das Kugelpendel a regulirt. An neueren Instrumenten geschieht die Regulirung meist durch Windflügel. i, c, d ist eine Uförmige Glasröhre, zum Theil mit Quecksilber gefüllt, welche als Manometer dient. Auf dem Quecksilberspiegel im Schenkel d liegt ein kleiner Schwimmer von Elfenbein, der sich leicht ohne Reibung im Röhrenschenkel auf- und abbewegen kann. Im Schwimmer steckt ein möglichst dünner, aber recht steifer Stahldraht, der bei f durch ein run-

des Loch im Deckel des Röhrenschenkels *d* hindurchgeht und in diesem Loche leicht auf- und abgleiten kann. An der Spitze bei *e* trägt dieser Schwimmer den Zeichenstift *g*. Da sich aber der Draht in dem Loche bei *f* nebst dem Schwimmer drehen kann, so muss noch besonders dafür gesorgt sein, dass die Spitze *h* des Zeichenstiftes stets am Cylinder anliegt nnd sich nicht davon wegdrehen kann. Zu diesem Zwecke hat Ludwig neuerdings einen sehr praktischen Kunstgriff ersonnen. Er hängt nämlich neben den Zeichenstift ein kleines Pendelchen, bestehend aus einem kleinen Gewicht an einem Seidenfaden oder noch besser an einem Menschenhaar. Es ist oben befestigt an einem wagerechten Arm, der von der Schraube ausgeht, welche die Spitze für die Cylinderaxe trägt. Um diese kann der Arm mit dem Aufhängepunkt im Kreise herumgeführt werden, so dass man die seidene Schnur gerade so an den Zeichenstift anlegen kann, dass dessen Spitze ganz leise an den Cylinder angedrückt wird.

Fig. 37.



Was die Zeichnung selbst betrifft, so wird sie am schönsten ausgeführt durch eine feine Stahlspitze auf berusstes Papier, womit die Trommel überzogen wird.

Der Schenkel *i* des Manometers wird, soweit er nicht Quecksilber 134
enthält, mit einer Lösung von kohlensaurem Natron gefüllt und durch geeignete Zwischenglieder, welche dieselbe Lösung enthalten, mit der Arterie verbunden, worin der Blutdruck gemessen werden soll. Die Zwischenstücke dürfen natürlich niemals lange elastische Schläuche sein, weil sich in diesen selbständige Wellen bilden würden.

Es begegnet bei Versuchen mit dem Kymographion natürlich sehr leicht, dass trotz der Befeuchtung der Röhrenwände mit kohlensaurer Natronlösung das Blut in der feinen Canüle, die in der Arterie steckt, gerinnt. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, habe ich einen naheliegenden kleinen Kunstgriff sehr praktisch gefunden. Es gilt nämlich offenbar zu hindern, dass bei Eröffnung der die Arterie bei den Vorbereitungen zum Versuche vorläufig schliessenden Klemmpincette das Blut in vollem Strome in die Kanüle und die Verbindungsschläuche einströmt, denn wenn dies der Fall ist, so spült es die Salzlösung weg und gerinnt in den engen Metallröhren sehr gern. Man fülle daher die Verbindungsschläuche mit der Lösung, während das Quecksilberniveau (durch Ansaugen bei *f*) im Manometerschenkel *d* hoch über dem Niveau im andern Schenkel steht. Die Differenz wird so gewählt, dass sie den zu erwartenden mittleren Blutdruck übertrifft. Nun wird der Verbindungsschlauch mit einem Hahn geschlossen. Dann befindet sich die Lösung in ihm unter hohem Drucke und wenn hernach die Communication mit der Arterie geöffnet wird, so schiesst nicht das Blut in die Canüle, sondern es tritt eher umgekehrt Natronlösung aus der Canüle in die Arterie. Bei Anwendung dieser Vorsichtsmaassregel wird man nicht so leicht durch Blutgerinnung gestört.

Die schwingende Masse ist im Kymographion die Quecksilbersäule 135
des Manometers. Die Kraft, welche sie in ihre Gleichgewichtslage zurückführt, ist ihre eigene Schwere und die variabele Kraft, welche sie in Schwingungen versetzt, ist der hydrostatische Druck in einer Arterie, resp. in einem andern Gefässe. Die Masse des Quecksilbers ist allerdings eine bedeutende und die Widerstände sind verhältnissmässig gering, auch kommen bei einigermaassen bedeutenden und raschen Druckschwankungen namhafte Geschwindigkeiten in Betracht. Die selbständigen Schwingungen der Quecksilbermasse sind daher bei diesem Instrumente sehr eingreifend. Man sieht auch leicht, dass das Quecksilber durch einen einmaligen Anstoss getrieben und nachher sich selbst überlassen, nicht sofort zur Ruhe kommt, sondern eine mehr oder weniger grosse Anzahl von Schwingungen ausführt, selbst dann, wenn der Schreibstift sich an der Trommel reibt.

Man kann nach diesen Erwägungen vom Kymographion in Betreff des zeitlichen Verlaufs der Blutdruckschwankungen innerhalb einer Pulswelle keine getreuen Aussagen erwarten. Wenn beispielsweise eine Wellenlinie an der Trommel entstanden ist, in welcher das Ansteigen und Absinken gleiche Zeiträume einnimmt, so kann man nicht schliessen, dass in der Arterie Ansteigen und Absinken des Blutdruckes in gleichen Zeit-

räumen erfolgt sei. Noch viel weniger werden feinere Einzelheiten des Gesetzes der Blutdruckschwankung durch Kymographioncurven zu ermitteln sein.

Gleichwohl ist das Kymographion ein unschätzbares Werkzeug der physiologischen Forschung, denn es kann uns wenigstens den absoluten Werth des mittleren Druckes in den Gefässen ziemlich genau kennen lehren. Wir können namentlich mit diesem Instrumente die langsameren Aenderungen des mittleren Blutdruckes in den Arterien studiren. So z. B. das Sinken des Blutdruckes bei Vagusreizung, das Steigen desselben bei Sympathikusreizung etc., wovon in den Arbeiten Ludwig's, Bezold's und anderer Forscher zahlreiche Beispiele vorkommen.

II. Das Federkymographion.

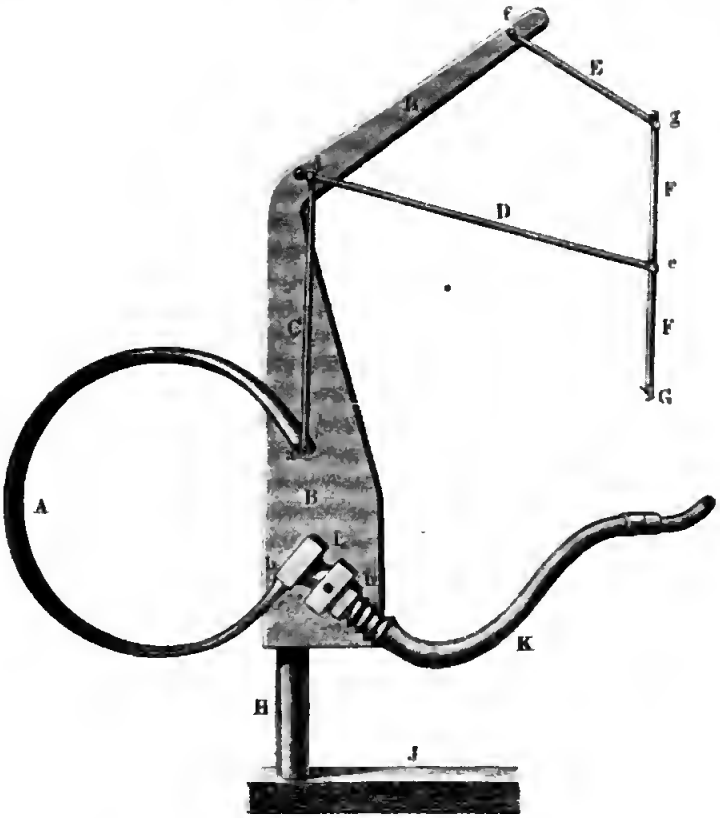
136 Es ist mir neuerdings gelungen, ein Kymographion zu construiren, das nach dem Zeugniss einer scharfen Experimentalkritik von den Mängeln des soeben beschriebenen, bisher gebrauchten Instrumentes vollständig frei ist. Ich setze an die Stelle des Quecksilbermanometers das in der Technik längst bekannte Bourdon'sche Federmanometer. Es besteht aus einer bandartig gestalteten hohlen Feder von dünnem Messing- oder Neusilberblech, die in Form eines fast die ganze Peripherie ausmachenden Kreisabschnittes zusammengebogen ist. Bekanntlich sucht sich eine solche Feder, wenn in ihrem Innern der Druck steigt, gerader zu strecken. Ist also ihr eines Ende fest, das andere frei, so macht dies kleine Bewegungen, wenn der Druck im Innern der Feder steigt. Das Innere der Feder ist in meinem Instrumente mit Alkohol gefüllt. Zur Wahl dieser Flüssigkeit bestimmte mich lediglich die Leichtigkeit, dieselbe hineinzubringen. Das offene Ende derselben wird in der gewöhnlichen Weise durch Schläuche, die kohlensaure Natronlösung enthalten, mit dem Blutgefässe verbunden. Die Bewegungen des freien Federendes sind bei den gewöhnlichen Blutdruckschwankungen übrigens viel zu klein, um direct an die rotirende Trommel des Kymographions angezeichnet zu werden. Ich habe daher mit diesem freien Federende ein Hebelwerk verbunden, das die Bewegung in vergrössertem Maassstabe auf einen Zeichenstift überträgt. Das Hebelwerk ist so eingerichtet, dass der Zeichenstift nur in gerader Linie auf- und abgehen kann und es ist so leicht (aus Schilf) angefertigt, dass die Trägheit desselben nur wenig störend eingreift. Um auch die kleinsten Reste von Eigenschwingungen fortzuschaffen, verbindet man mit dem Hebelwerk in passender Weise ein kleines Papierblättchen, das gezwungen ist, in Oel zu gehen. Der ganze Apparat, ohne das in Oel gehende Papierblättchen, ist in Fig. 38 dargestellt; man kann ihn an das Stativ jedes Kymographions anschrauben.

Die Experimentalkritik mit Luftdruckschwankungen in ganz bestimmtem Betrage hat ergeben, dass der Apparat wirklich den Betrag der Druckschwankung genau registrirt, ganz unabhängig von dem Tempo, in

Digitized by Google

welchem dieselbe einwirkt. Vergleichende Versuche mit dem Quecksilbermanometer liessen sehen, dass hier die Grösse der Druckschwankung bei

Fig. 38.



raschem Tempo zu klein (unter Umständen dreimal zu klein) und bei langsamem Tempo zu gross angezeichnet wird. Auch liess mein Kymographion plötzliche Stillstände in der Druckvariation durch ganz scharfe Knickungen in der Curve wahrnehmen, wovon man am Quecksilbermanometer niemals eine Spur sieht.

In den folgenden Figuren sind einige Curven dargestellt, welche 137
die beiden Instrumente bei der vergleichenden Experimentalkritik ergeben haben. Der Kolben der Luftpumpe wurde durch einen Mechanismus so geführt, dass er in den beiden äussersten Lagen eine kurze Zeit still stand und dass mithin der Druck im Maximum und Minimum eine Zeitlang constant blieb. Fig. 39 ist die Curve, welche der Schreibstift meines Kymographions zeichnete, wenn in der gedachten Weise der Pumpenkolben

Fig. 39. Fig. 40. Fig. 41.

40mal in der Minute hin- und hergeführt wurde. Man sieht die Stillstände in Maximo und Minimo deutlich ausgesprochen und man sieht ferner, dass die Höhe der Welle genau richtig ist. Die beiden wagerechten Striche rechts neben der Figur deuten hier (wie auch bei den anderen Curven) die Höhen an, auf welchen der Zeichenstift sich befand, wenn der Pumpenkolben in seinen äussersten Lagen dauernd gehalten wurde, d. h. also, wenn der Zeichenstift beim höchsten und niedrigsten Drucke vollständig im Gleichgewicht war. Diese Parallellinien geben also die Lagen an, zwischen welchen der Zeichenstift hin- und hergehen muss, wenn er richtig zeichnet. Unter Fig. 42 ist nun die Curve dargestellt, welche der Zeichenstift des Quecksilbermanometers bei genau derselben Bewegung des Pumpenkolbens zeichnete. Auch hier ist durch die nebengesetzten Parallelstriche der Ort angedeutet, wo beim höchsten und niedrigsten vorkommenden Druckwerthe (in dauerndem Gleichgewicht) der Zeichenstift steht. Dass die Parallellinien unter Fig. 42 weiter aus einander liegen, als die entsprechenden unter Fig. 39, obgleich es sich um genau dieselbe Druckdifferenz handelt, rührt daher, dass mein Manometer in kleinerem Maassstabe zeichnet, als das Quecksilbermanometer. Die Figur 42 zeigt, dass man den Betrag der langsamen Druckvariation bedeutend überschätzen würde, wenn man sich auf die Angaben des Quecksilbermanometers verliesse, denn der Zeichenstift desselben bewegt sich zwischen viel weiteren Grenzen, als durch die Parallellinien vorgezeichnet ist. Ueberdies ist vom Stillstand des Druckes in Maximo und Minimo keine Spur zu sehen. Figur 44 und 45 sind die Curven, welche mein Instrument gezeichnet hat bei 100maliger und

Fig. 42.

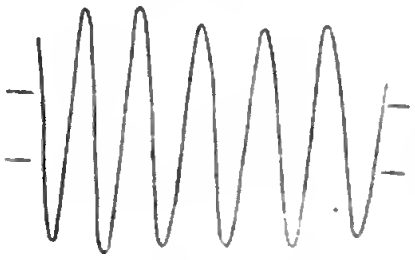


Fig. 43. Fig. 44. Fig. 45.

160maliger Wiederholung derselben Druckschwankung in der Minute. Der Betrag der Schwankung ist auch hier wieder ganz genau richtig angegeben, wie man durch Vergleichung der Wellenhöhe mit dem Abstande der Parallellinien sieht. Auch der Stillstand bei den äussersten Werthen zeigt sich in Fig. 44 noch aufs Deutlichste, in Fig. 45 allerdings nur spurenweise, was bei der grossen Frequenz der Stösse auch nicht auffallen kann. Die entsprechenden Zeichnungen des Quecksilbermanometers sind unter Fig. 46 und 47 gegeben. Aus Fig. 46 ersieht man, dass bei 100maliger Wiederholung der betreffenden Druckschwankung in der Minute der Betrag derselben vom Quecksilbermanometer

ziemlich richtig gegeben wird, was aber eben nur ein zufälliges Zusammentreffen ist. Von den Stillständen in Maximo und Minimo ist auch hier

Fig. 46.

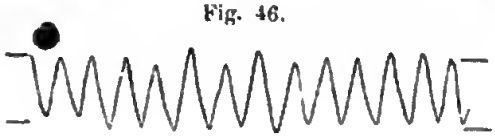


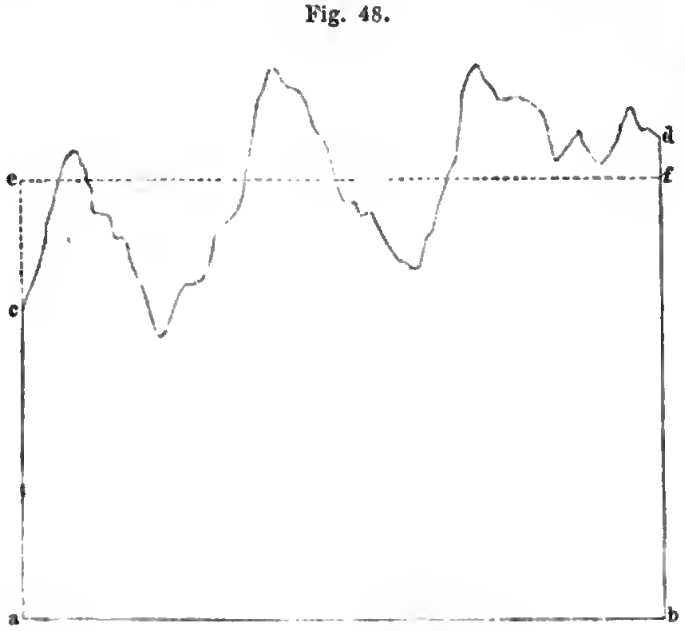
Fig. 47.

keine Spur. Bei 160maliger Wiederholung in der Minute hat offenbar, wie aus Fig. 47 zu ersehen, das Quecksilbermanometer viel zu klein gezeichnet. Man mag ferner noch beachten, dass bei den Zeichnungen des Quecksilbermanometers nicht einmal die Wellen einer Reihe ganz gleich sind. Auf die Grösse der Schwingung des Quecksilbers hat also neben dem Betrage der Druckschwankung nicht nur das Tempo derselben Einfluss, sondern auch noch die Geschwindigkeit, mit welcher innerhalb einer Periode der Druck steigt oder fällt. Ich wüsste mir nämlich die besonders bei Fig. 46 auffallenden Ungleichheiten der einzelnen Wellen nicht anders zu erklären, als dass in einzelnen Stössen der mit Hülfe einer Kurbel getriebene Pumpenkolben vielleicht rascher eingetrieben wurde, als andere Male und dass dann jene Male das Quecksilber höher stieg. Es ist aus der Beschreibung meines neuen Kymographion leicht ersichtlich, dass dasselbe den von Mach aufgestellten theoretischen Forderungen (siehe S. 131) ziemlich gut genügt, wenigstens viel besser, als das Quecksilbermanometer. Die schwingende Masse — Messingfeder sammt Hebelwerk — ist klein gegen die schwingende Masse im Quecksilbermanometer. Die inneren Kräfte, welche das System in der Gleichgewichtslage halten, nämlich die elastischen Kräfte der Messingfeder, sind verhältnissmässig sehr gross, die Dauer der Eigenschwingungen meines Apparates ist darum sehr klein. Die Geschwindigkeiten, welche die schwingenden Theile annehmen bei Druckschwankungen, wie sie der Arterienpuls liefert, sind nur ganz ausserordentlich klein, wenigstens sofern wir absehen von den Bewegungen des fast ganz masselosen Hebelwerkes und nur die Manometerfeder ins Auge fassen. Ihr freies Ende macht bei den gewöhnlichen Blutdruckschwankungen kaum sichtbare Bewegungen. Der Zeichenstift gerätb allerdings in ausgiebigere Bewegungen und die Trägheit des Hebelwerkes, so leicht es gearbeitet ist, veranlasste daher bei raschen Druckschwankungen ziemlich merkliche störende Nachschwingungen. Diese lassen sich aber gänzlich beseitigen durch das oben in der Beschreibung schon erwähnte Papierblättchen, welches in Oel geht. Man sieht hier die Nützlichkeit des Widerstandes deutlich vor Augen.

Bei Untersuchungen mit dem Kymographion kommt es häufig darauf 138
an, die Grösse zu ermitteln, welche man bezeichnet als den mittleren Druck während einer gewissen Zeit. Sei z. B. cd (Fig. 48 a. f. S.) ein Stück einer Kymographioncurve, gezeichnet während der Zeit, welche dem Stücke ab der Abscissenlinie entspricht. Diese Linie sei die Linie

des Nulldruckes. Der mittlere Druck während dieser Zeit ist alsdann die Höhe (ea oder bf) eines Rechteckes $aebf$, dessen Flächenraum gleich

Fig. 48.



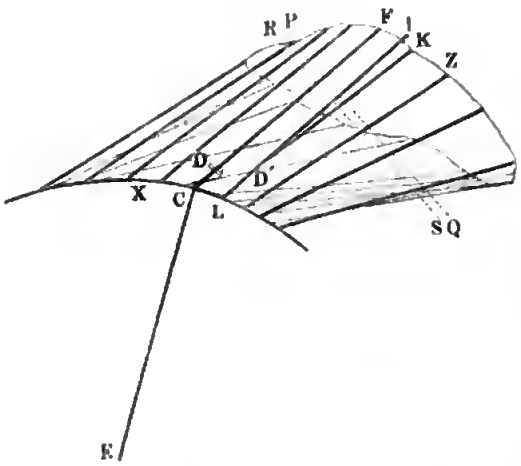
ist dem Flächenraum $acdb$ zwischen dem betreffenden Stücke der Grundlinie, dem zugehörigen Stücke der Wellencurve und den beiden Grenzordinaten. Wenn also der mittlere Druck gefunden werden soll, so gilt es zunächst, den Flächenraum dieser unregelmässigen Figur zu bestimmen. Zu diesem Zwecke giebt es verschiedene Methoden. Die einfachste besteht darin, dass man die Figur mit einem möglichst feinen Quadratnetze (etwa aus Quadratmillimetern) bedeckt und die in der Umfangslinie der Figur enthaltenen Quadrate direct abzählt. Eine andere sinnreiche Methode hat Volkmann eingeführt und sie ist seitdem oft angewandt. Man schneidet die Figur aus sehr gleichmässigem Papier genau aus und bestimmt das Gewicht des Papierstückes; wenn man nun aus vorläufigen Wägungen weiss, wieviel jede Flächeneinheit vom angewandten Papier wiegt, so kann man den Flächeninhalt der Figur natürlich leicht berechnen. Alle derartige Methoden werden aber, sowohl was Bequemlichkeit als was Genauigkeit betrifft, weit übertroffen von der Messung mit einem sogenannten „Planimeter“. Es giebt nämlich Instrumente, mit deren Hülfe man jeden beliebig begrenzten Flächenraum einfach dadurch messen kann, dass man mit einem am Instrumente angebrachten Fahrstift der Begrenzungslinie nachfährt. An einer Scala liest man hernach ab, wieviel Flächeneinheiten der umfahrene Raum beträgt.

Das bei Weitem beste und gegenwärtig am meisten angewandte Planimeter ist das Amsler'sche Polarplanimeter. Wir wollen in Kürze

die wesentlichsten Principien dieses überaus sinnreichen Instrumentes angeben.

Sei EC (Fig. 49) eine unveränderliche gerade Linie, die um den Punkt 139
E in einer horizontalen Ebene drehbar ist, so dass ihr anderer Endpunkt C nur einen Kreis um E beschreiben kann; bei C sei mit ihr eine andere unveränderliche, in derselben Horizontalebene gelegene Gerade CF in beweglicher Verbindung. Mit ihrem Ende F wird man offenbar jeder beliebigen geraden, krummen oder gebrochenen Linie nachfahren können, während C einen Kreisbogen beschreibt und E fest bleibt. Mit der Linie CF sei noch irgendwo, bei D z. B., eine lotrecht stehende Laufrolle verbunden, die sich um eine zu CF parallele und senkrecht darüber liegende Axe drehen kann, und die mit ihrem scharfen Rande die Horizontalebene, in welcher EC und F liegen, berührt, die also auf dieser Ebene schleifen und rollen kann. Umfährt man nun mit dem Punkte F eine geschlossene Curve Z, so wickelt sich an der Rolle D ein dem umfahrenen Flächenraum proportionales Stück ab. Wir wollen den Beweis unter einigen einschränkenden Bedingungen führen, indem wir in Betreff des allgemeinsten Beweises auf die Schrift Amsler's verweisen, die ohnehin noch manches Interessante enthält. Wir wollen nämlich annehmen, dass vermöge der Einrichtung des Instrumentes der Winkel ECF nie $> 180^0$ werden könne, und zweitens, dass der Pol E ausserhalb des zu umfahrenden Flächenstückes liegt (wie dies auch in Fig. 49 gezeichnet ist. Unter diesen Voraussetzungen gilt Folgendes. Nachdem der Punkt F die ganze geschlossene Curve umfahren hat und an den Ausgangspunkt zurückgekommen ist, hat die Linie CF ihre ursprüngliche Lage wieder und C hat dabei einen gewissen Kreisbogen hin und zurück durchlaufen; die Linie CF hat bei dieser Bewegung jeden Punkt innerhalb der umfahrenen Curve Z einmal, oder überhaupt eine ungerade Anzahl Mal getroffen, jeden Punkt ausserhalb aber entweder gar nicht oder eine gerade Anzahl Mal. Begegnet CF einem Punkte mehrmals, so findet die Bewegung abwechselnd in entgegengesetzten Richtungen statt. Es seien jetzt CF und LK zwei auf einander folgende (unendlich benachbarte) Lagen der beweglichen Geraden; CF gelangt in die Lage LK

Fig. 49.



durch eine gleichzeitig fortschreitende und drehende Bewegung. Stellen wir uns vor, sie sei dahin gelangt, indem sie zuerst parallel mit sich nach LI fortgeschritten sei und sich dann um den Punkt L herum nach LK gedreht habe. Sie hat alsdann statt $CLKF$ das Flächenstück $CLKIF$ beschrieben, das aber jenem bei der wirklich stattfindenden Bewegung beschriebenen Flächenstück um so näher kommt, je kleiner das der Betrachtung zu Grunde gelegte Element der Bewegung war. Beim Uebergange zum Unendlichkleinen unterscheiden sich die beschriebenen Flächenstücke nur um ein Unendlichkleines höherer Ordnung. Wir können daher jedes Element des bei der Bewegung von CF beschriebenen Flächenraumes ansehen als die algebraische Summe eines Parallelogrammes $CLIF$, und eines Sectors LIK. Das Parallelogramm werde durch p, der Sector durch s bezeichnet; p werde positiv gerechnet, wenn der Punkt L von E aus gesehen rechts von C liegt; der Sector werde positiv gerechnet, wenn er durch eine Drehung von links nach rechts beschrieben wurde. Denkt man sich in dieser Weise jedes Element des von der Linie CF bei ihrer ganzen Bewegung beschriebenen Raumes zerlegt und bezeichnet, summirt man hernach algebraisch alle p und alle s, so ist klar, dass die Summe aller p nebst der Summe aller s, d. h. nach üblicher Bezeichnungsweise $\Sigma p + \Sigma s$ der von der Curve Z umschlossenen Fläche gleich ist. Man darf nur bemerken, dass durch abwechselnd entgegengesetzte Bewegungen der Geraden FC auch abwechselnd positiv und negativ zu rechnende Flächen beschrieben werden, die (wie wir oben sahen) jeden innerhalb Z liegenden Punkt eine ungerade Anzahl Mal jeden ausserhalb liegenden Punkt eine gerade Anzahl Mal enthalten, daher ausserhalb Z sich aufheben, innerhalb Z einfach bleiben. Es ist also der von der Curve Z umgränzte Flächeninhalt $J = \Sigma p + \Sigma s \ldots . (A)$.

140 Verfolgen wir nunmehr die während der gedachten Bewegung von CF stattfindende Bewegung der Laufrolle D. Die Rolle wird offenbar bloss gleiten oder bloss sich drehen, je nachdem die Verschiebung längs ihrer Axe oder senkrecht dazu stattfindet. Wird die Rolle nach einer beliebigen Richtung geführt, während ihre Axe einer festen Geraden parallel bleibt, so nimmt sie eine theils gleitende, theils rollende Bewegung an, und offenbar ist der von der Rolle abgewickelte Bogen gleich dem senkrechten Abstande der beiden Lagen, welche die Axe zu Anfang und Ende der Bewegung einnahm. Ist insbesondere der von der Rolle zurückgelegte Weg gerade und $= w$, ψ der Winkel zwischen der Richtung dieses Weges und der Rollenaxe, und bezeichnet man mit h den Abstand der Anfangs- und Endlage der Axe, so ist $h = w \sin. \psi$.

Ersetzt man wieder wie oben die stetige Bewegung der Geraden CF abwechselnd durch eine parallele Verschiebung und Drehung, so wickelt die Rolle D bei ihrem Uebergang aus der Lage CF in die Lage LI einen Bogen $= h$ ab, welcher gleich dem senkrechten Abstande der beiden Lagen ist. Hernach, wenn die Gerade LI durch Drehung in die Lage LK übergeht, so beschreibt der Berührungspunkt einen Bogen $\varrho\varphi$, wo

$\varrho = CD$ ist und φ den Winkel ILK bezeichnet, um welchen sich die Gerade gedreht hat. Die Rolle wird daher den Bogen $\varrho\varphi$ abwickeln. Geht also die Gerade FC in die Lage LK über, so ist der ganze von der Rolle abgewickelte Bogen $= h + \varrho\varphi$, und folglich der ganze Bogen u, welchen die Rolle abwickelt, während der Punkt F die ganze Curve Z umschreibt, eine Summe aus allen einzelnen h, die bei den elementaren Parallelverschiebungen abgewickelt werden, durch welche die oben mit p bezeichneten Flächenelemente entstanden, und aus den einzelnen $\varrho\varphi$, die bei den elementaren Drehungen abgewickelt werden, bei welchen die Flächenelemente s beschrieben wurden, also:

$$u = \Sigma h + \Sigma\varrho\varphi \ldots . (B).$$

In unserem besonderen Falle, wo der Pol E ausserhalb Z liegt, ist nun die Summe Σs in $(A) = o$, da die Gerade CF jedesfalls gleiche Drehungen im positiven und negativen Sinne ausgeführt hat, nachdem sie in ihre Anfangslage zurückgekehrt ist. (A) geht daher über in $J = \Sigma p \ldots . (C)$. Aus demselben Grunde wird in (B) $\Sigma\varrho\varphi = \varrho\Sigma\varphi = o$, so dass (B) übergeht in $u = \Sigma h$. Multiplicirt man diese Gleichung mit $r\ (= CF)$, so hat man $ru = r\Sigma h = \Sigma rh$; nun ist aber r die Grundlinie und h die Höhe des Parallelogramms p, daher hat man $ru = \Sigma p = J$. Kennt man demnach den von der Rolle abgewickelten Bogen u, so hat man sofort auch den Flächeninhalt J der umfahrenen Figur Z, denn er ist gleich einem Rechteck (ru), dessen eine Seite der abgewickelte Bogen u, dessen andere Seite die Länge r oder CF ist. Man kann demnach auch gleich dem Instrumente die Einrichtung geben, dass jede ganze Umdrehung der Rolle einem □-Decimeter entspricht, man braucht die Linie CF nur so lang zu machen, dass ein Rechteck aus dem ganzen Umfang der Rolle und der Linie $CE = 1$ □-Decimeter wird.

Fig. 50 zeigt nun das Instrument selbst von oben, Fig. 51 (a. f. S.) von der Seite gesehen. Der Messingarm B entspricht der Linie EC (in

Fig. 50.

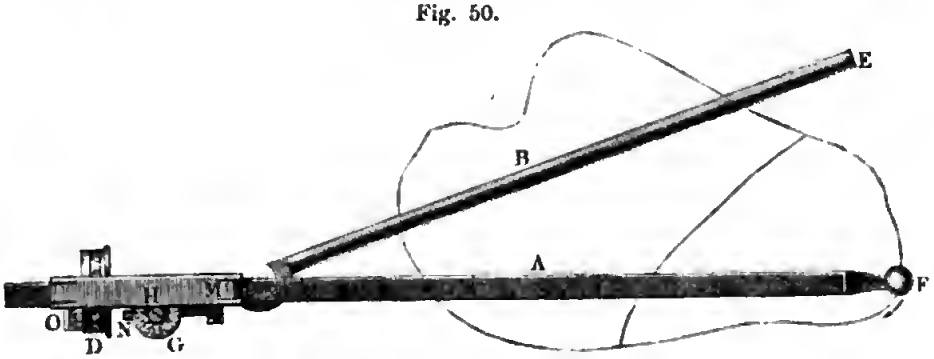
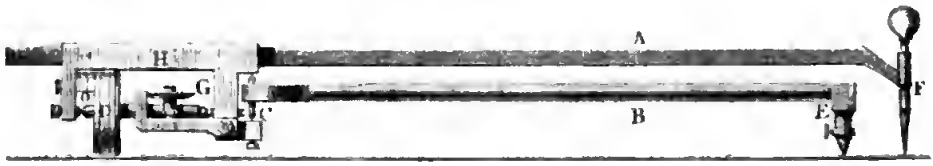


Fig. 49); er trägt am einen Ende die Polspitze E, die in der Zeichnungsebene irgendwo festgestellt wird, und ist am anderen Ende, wie man am besten in der Seitenansicht sieht, durch eine Axe C mit dem Messing-

arm A verbunden, der durch die Linie CF in Fig. 49 repräsentirt war; er trägt den Fahrstift F und in seiner Verlängerung (was übrigens ganz gleichgültig ist) die Laufrolle D. Der tiefste Punkt der Laufrolle,

Fig. 51.



die Polspitze E, und die Spitze des Fahrstiftes müssen immer in der Zeichnungsebene liegen. An einem Rande der Laufrolle befindet sich eine Theilung, und am Rahmen H ist ein dazu passender Nonius O angebracht, um die abgewickelten Bogen zu messen. Endlich ist an dem Rahmen H noch eine zweite horizontale Kreisscheibe G angebracht. Sie ist um eine verticale Axe drehbar und wird durch eine an der Axe von D befindliche Schraube ohne Ende derart in Bewegung gesetzt, dass sie auf eine Umdrehung von D $^1/_{10}$ einer Umdrehung macht; man kann also an ihr die ganzen Umdrehungen von D ablesen, am Nonius O die Bruchtheile. Beim Gebrauche des Instrumentes wird am bequemsten der Zeiger N an der kleinen Scheibe und der Nonius O auf Null eingestellt. Das Stück H ist eine Hülse, in welcher der Arm A verschoben werden kann; dadurch ist das Instrument für jede beliebige Maasseinheit einstellbar, indem dadurch der Linie CF, die oben durch r bezeichnet wurde, d. h. der (für jede Messung zwar constanten) Entfernung des Fahrstiftes von der Axe C jede beliebige Grösse gegeben werden kann.

Wenn der Pol E innerhalb der zu messenden Figur eingesetzt wird, so muss zu der Ablesung an der Rolle noch eine constante Grösse hinzuaddirt werden. Man sieht nämlich leicht, dass die Sectoren s in diesem Falle sich nicht aufheben, weil nicht gleich viel Drehungen im entgegengesetzten Sinne gemacht wurden, vielmehr eine ganze Umdrehung gemacht wurde. Es würde indessen zu weit führen, wollten wir hier die Erörterung dieses Falles vollständig geben.

Vierordt's Sphygmograph.

141 Vierordt hat ein Instrument vorgeschlagen zur Bestimmung des zeitlichen Verlaufes der an der Arterie durch den Puls bedingten Veränderungen am lebenden Menschen. Er nennt es Sphygmograph. Es ist in Fig. 52 abgebildet. Man hat sich nur den Balken A noch um $^1/_2$ verlängert und am anderen Ende ebenfalls mit Stützen wie BB versehen zu denken. Der Haupttheil des Werkzeuges ist der um die Axe h drehbare Hebel J. Er trägt bei p ein kleines Messingplättchen, das auf die Radialarterie aufgesetzt wird. Es wird durch deren Ausdehnung gehoben und fällt bei ihrer Zusammenziehung durch das Uebergewicht

des längeren Hebelarmes wieder zurück. Die Bewegungen des Plättchens *p* macht eine am Ende von *J* bei *x* befestigte Haarspitze in vergrössertem

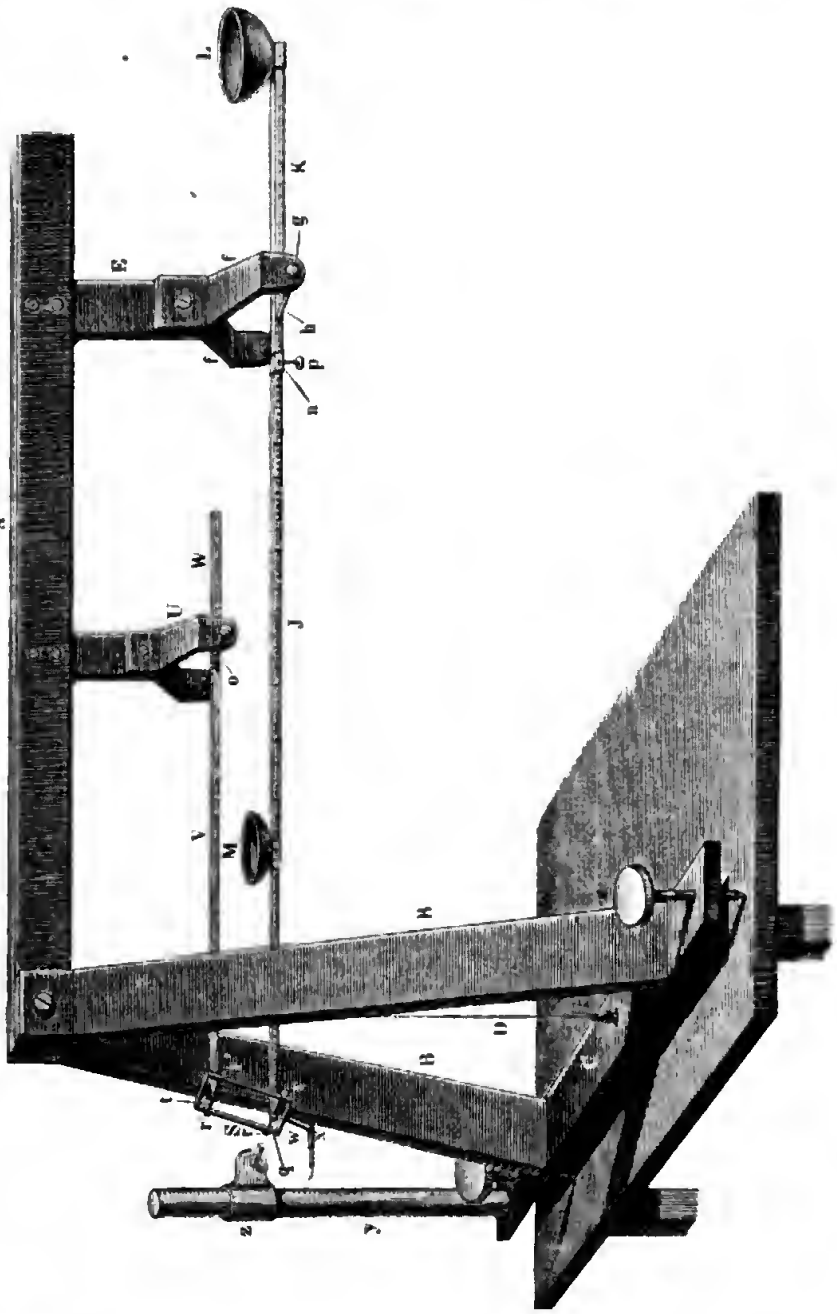


Fig. 52.

Maassstabe mit. Sie wird jedoch nicht bloss durch den Hebel *J*, sondern auch noch durch den um *o* drehbaren Hebel *V* vermittelst des Rähm-

chens S geführt. Sind die Abmessungen *) dieser Stücke im richtigen Verhältniss zu gh, so bewegt sich die Haarspitze bei kleinen Ausschlägen fast genau in einer lothrechten Linie. Die Grösse ihrer Bewegungen steht zu der Grösse der lothrechten Schwankungen von p sehr annähernd im Verhältniss von qh zu ph. Die Haarspitze schreibt ihre Bewegungen in der uns schon vom Wellenzeichner her bekannten Weise auf eine berusste Papierfläche, die auf eine um eine lothrechte Axe mit gleichbleibender Geschwindigkeit gedrehte Trommel gespannt ist.

142 Eine Beurtheilung der Leistungen des Sphygmographen dürfte auf folgende Betrachtungen zu gründen sein. Das Uebergewicht des langen Hebelarmes drückt die Haut unter p zusammen, und es würden unter dem Einflusse der Schwere des Hebels einerseits und der elastischen Gegenwirkung der Haut andererseits wegen der Trägheit der Massen eigene Schwingungen des sich selbst überlassenen Instrumentes eintreten, die so lange dauern würden, bis ihre lebendige Kraft durch die Widerstände aufgezehrt wäre. In diese Schwingungen greift nun der wechselnde Blutdruck **) der unter dem Plättchen liegenden Arterie modificirend ein und es entstehen veränderte Schwingungen, die von der Periodicität des Blutdruckes in der Arterie jedenfalls etwas an sich haben müssen. Die Gesetze dieser modificirten Schwingungen des Instrumentes würden durch einen ganz ähnlichen Calcül gefunden werden können, wie die des Kymographion, da die Ursachen ganz ähnliche sind. Es scheint mir sogar, dass bei gewissen, in sich nicht unwahrscheinlichen Grundannahmen die Differentialgleichung für die Bewegungen des Sphygmographen sich von jener für die des Wellenzeichners nur durch die Constanten unterscheiden könnte.

143 Wir wollen indess diesem Calcül nicht in weiteres Detail nachgehen, da er doch nicht so leicht zu nnmerischen, mit der Erfahrung vergleichbaren Resultaten führen dürfte; wir wollen uns vielmehr mit einer anschaulichen Einzelbetrachtnng begnügen. Nehmen wir an, das Plättchen

*) Ich setze dieselben nicht hierher, sowie ich auch sonst einer eingehenden Beschreibung des Apparates mich enthalten zu dürfen glaube, da sich Jeder, der denselben anzuschaffen gedenkt, an einen Mechaniker wenden wird, der ihn schon öfter verfertigt hat.

**) Man wird übrigens nicht vergessen, dass in unserem jetzigen Falle nicht der ganze Blutdruck als bewegende Kraft wirkt; denn der Theil des ausdehnend wirkenden Blutdruckes, welcher von der gerade vorhandenen, zusammenziehend wirkenden elastischen Spannung des Arterienrohres getragen wird, kann auf das ganz ausserhalb der Arterie liegende Plättchen des Sphygmographen nicht wirken. Wir müssen also hier immer den Blutdruck um die jeweilige elastische Spannung der Arterie vermindert denken. Dies ist übrigens auch der Grund, warum man um so grössere bewegende Kräfte ins Spiel bekommt, je tiefer man das Plättchen p in die Weichtheile eindrückt. Dadurch nämlich wird das Lumen der Arterie beengt und also ihre Wand abgespannt. Dem innen herrschenden Drucke wirkt dann keine so starke elastische Kraft mehr entgegen und er fällt den die Arterie umgebenden Dingen, unter anderen also auch unserem Plättchen, zu einem grösseren Theile zur Last.

des Spbygmograpben wäre niedergedrückt durcb das Uebergewicbt des langen Hebelarmes, und dieser mit der elastiscben Gegenwirkung der gepressten Hant im Gleichgewicht. Nun soll die Diastole der Arterie beginnen; im Anfange derselben überwiegt der Blntdruck sebr bedeutend über die elastische Spannnng der Gefässwand (weshalb sicb diese eben ausdehnt), und drückt von unten nach ohen auf unser Plättchen. Die Elasticität der Haut, die für sich der Schwere des Hebelarmes das Gleichgewicht hält, wird nnnmehr, unterstützt durcb eine neue Kraft, das Plättcben beben. So lange in dieser Weise die aufwärts treibenden Kräfte (Snmme der elastischen Wirkung der zusammengedrückten Haut und jenes Ueberschnsses des Blutdruckes) grösser sind, als die abwärts treibenden (Uebergewicht des langen Hebelarmes), bewegt sich dieser mit beschleunigter Geschwindigkeit anfwärts. Das Cnrvenstück, das während dieses beschleunigten Aufsteigens angeschrieben wird, mnss der Ahscissenaxe seine Convexität znkebren. Offenbar wird aber mit der Zeit dieses Stadium enden; denn wäbrend das Uebergewicht des Hebelarmes constant bleiht, nimmt sowobl der wirksame Ucberscbuss des Blutdrnckes ah, als aucb die elastische Gegenwirkung der Haut; denn indem eben der Hebel raschcr steigt, als die sich ausdebnende Arterie folgt, kann die zusammengedrückte Hant sicb auch wieder ausdehnen, wodurcb ihre elastische Kraft sicb vermindert. Ist so der Zeitpnnkt eingetreten, wo die abnehmenden aufwärts treibenden Kräfte gerade der abwärts treibenden Scbwere gleicb geworden sind, so wird der Hebel mit der erlangten Endgeschwindigkeit obne Beschleunigung zn steigen fortfahren. Während dieses Stadiums constanter Geschwindigkeit wird natürlich eine gerade Linie an die Trommel gescbrieben. In der Regel wird freilicb dieses Stadium überhaupt nur einen Moment dauern, da die aufwärts treibenden Kräfte in stetiger Abnahme begriffen sind. Das zugehörige Cnrvenstück ziebt sicb also auf einen Punkt zusammen, der aber seine Natur als geradliniges Element dadurch verräth, dass er ein Wendepnnkt ist. In der That mnss ja von nun an die Curve der Ahscissenaxe ihre Concavität zukehren. Die Bewegung geht nämlicb in ein Stadium verzögerten Aufsteigens über, weil die ahwärts ziebende Scbwere jetzt über die immer nocb ahnebmenden anfwärts treibenden Kräfte die Oberband bat. Steigen würde indessen der Hebel noch eine Zeitlang selbst dann, wenn in dem dem Wendepunkt entsprechenden Angenblicke die aufwärts geriebteten Kräfte ganz zu wirken aufhörten; es müsste nämlich erst die erlangte Geschwindigkeit durcb die Schwere in Verbindung mit den Widerständen ganz anfgezehrt sein, bevor ein Sinken des Hebels eintreten könnte. Der Zeitraum, welcher unter dieser Voraussetzung bis zum Eintritte des Sinkens verfliessen würde, wäre leicht zu berecbnen. Dieser Zeitraum (der also bis zum Gipfel der Curve reicht) wird aber nocb verlängert dadurcb, dass doch immer noch aufwärts treibende Kräfte — wenn aucb kleiner als die Scbwere — vorhanden sind. Mit Berücksichtigung dieser Umstände kann nun freilicb nicht mehr an

eine Ermittelung des in Rede stehenden Zeitraumes gedacht werden, aber das wird unzweifelhaft aus unserer Betrachtung einleuchten, dass das Ende des Zeitraumes — der Gipfel der Curve — nur durch besonderen Zufall gerade mit dem Zeitpunkt zusammentreffen könnte, in welchem die Arterie das Maximum ihrer Ausdehnung erreicht hat. In diesem Zeitpunkt, in welchem die Arterie wieder sich zusammenzuziehen beginnt, ist der eine, vom Blutdrucke herrührende Summand der aufwärts treibenden Kräfte gleich Null; denn in diesem Zeitpunkte hält die elastische Spannung der Wand gerade dem ausdehnenden Blutdrucke Gleichgewicht, um sogar im nächsten Augenblick die Oberhand zu gewinnen. Der andere Summand — der von dem elastischen Gegendrucke der zusammengepressten Haut herrührt — braucht darum keineswegs gleich Null zu sein. Aber selbst wenn er es auch in demselben Augenblicke wäre, so könnte gleichwohl der Hebel — wie gesagt — zu steigen fortfahren, vorausgesetzt, dass noch ein Rest von Geschwindigkeit vorhanden war, aber er könnte auch bereits im Sinken begriffen sein. In den meisten wirklich vorkommenden Fällen glaube ich (ohne jedoch damit eine bestimmte Behauptung aussprechen zu wollen) dürfte der Gipfel der Curve einem späteren Zeitpunkte entsprechen, als dem der grössten Ausdehnung der Arterie; man würde also die Ausdehnungszeit der Arterie zu lang schätzen, wenn man sie für gleich hielte mit der Dauer des ansteigenden Sphygmographencurvenstückes *). Es scheint mir noch das der Beachtung werth, dass die Zeitdauer vom Wendepunkt bis zum Gipfel der Curve offenbar um so mehr verlängert werden muss, je grösser die bloss träge Masse des Instrumentes ist, je schwerer also der kurze Hebelarm ist; denn eine um so grössere bewegende Kraft stellt die beim Wendepunkt erlangte Geschwindigkeit dar, deren Aufzehrung alsdann auch eine längere Zeit erfordert. In ähnlicher Weise könnte man nun auch den absteigenden Theil der Curve discutiren, doch mag hier die Erörterung des aufsteigenden Theiles genügen. Dass übrigens in einem solchen auch mehrere Wendepunkte vorkommen könnten, begreift man leicht. Man wird sich leicht Fälle denken können, wo noch, bevor die steigende Geschwindigkeit erschöpft ist, die aufwärts treibenden Kräfte wieder über den Werth der Schwere gewachsen sind. Auch ist leicht einzusehen, dass innerhalb eines Pulsschlages der Hebel mehrere Male steigen und sinken könne.

144 Es scheint mir, in Erwägung aller der genannten Umstände, die auf die Bewegung des Sphygmographen von Einfluss sind, müsste man das Instrument möglichst masselos zu construiren suchen und gleichzeitig die Widerstände so gross machen, als es nur irgend die Zwecke erlauben. In diesem Falle würden nämlich die erlangten Geschwindigkeiten allemal fast momentan von den Widerständen aufgezehrt, und der Gang des Instrumentes würde ziemlich treu den Gang der bewegenden Kräfte abbilden. Vor Allem dürfte in dieser Beziehung der Vorschlag gerecht-

*) Diese schon in der ersten Auflage ausgesprochene Vermuthung ist inzwischen durch den Marey'schen Sphygmographen und durch meinen Wellenzeichner bestätigt.

fertigt sein, den kürzeren Hebelarm (K) ganz wegzulassen, denn er stellt nebst dem ihm Gleichgewicht haltenden Theile des langen rein träge Masse dar. Eine bedeutende Vermehrung der Widerstände hätte ausserdem den Vortheil, dass die Zusammenpressung der Haut und folglich auch ihr elastischer Gegendruck constanter bleiben würde. Allerdings würde eine Vermehrung der Widerstände die Grösse der Ausschläge vermindern. In Vierordt's Instrument sind offenbar die Widerstände sehr klein, da sie bloss herrühren von den Zapfenreibungen weniger Axen bei mässiger Winkelgeschwindigkeit, höchst wahrscheinlich sind sie verhältnissmässig kleiner, als beim Quecksilber-Kymographion.

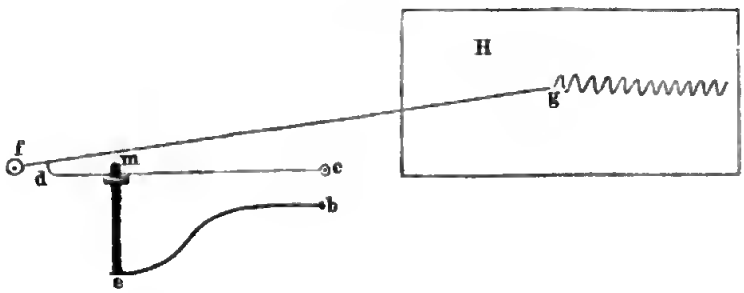
Im Ganzen dürften die Angaben des Vierordt'schen Sphygmographen bezüglich des zeitlichen Verlaufes einer Pulswelle mit den Angaben des Quecksilber-Kymographion ziemlich auf gleicher Stufe der Zuverlässigkeit stehen. Eine Vergleichung lassen eigentlich die beiden Instrumente gar nicht zu, da sie auf ganz verschiedene Ziele hinarbeiten. Der Vierordt'sche Sphygmograph hat insbesondere gar nicht den Zweck, den absoluten Werth des Blutdruckes zu ermitteln.

IV. Marey's Sphygmograph.

Der in der vorigen Nummer gemachte Vorschlag zur Modification 145
des Sphygmographen, den ich mit denselben Worten schon gleich beim Bekanntwerden des Vierordt'schen Instrumentes in der ersten Auflage dieses Werkes ausgesprochen habe, ist realisirt in einem seither von Marey angegebenen Instrumente, das sich auch bald einer allgemeinen Aufnahme unter Physiologen und Pathologen zu erfreuen hatte.

Ein Schema von Marey's Sphygmographen ist in Fig. 53 dargestellt. Am festen Gestelle des Apparates ist bei b eine starke Feder eb befestigt,

Fig. 53.



die, wenn das Ganze in geeigneter Weise an den Arm z. B. angeschnallt ist, mit ihrem freien Ende e auf die Radialarterie drückt. Sie wird also durch die pulsirende Arterie in Schwingungen versetzt. Die eigenen selbständigen Schwingungen der Feder können aber hier keine grosse Rolle spielen, da erstens ihre träge Masse klein ist, zweitens die Bewegungen einer starken Feder bedeutende innere Reibungswiderstände zu überwinden

haben, indem ja bekanntlich eine starke Feder aus ihrer Gleichgewichtslage gezogen und, sich selbst überlassen, sehr bald wieder zur Ruhe kommt. Drittens aber sind die elastischen Kräfte der Feder sehr stark, so dass sie nur sehr kleine Oscillationen machen wird, und daher wird ihre Masse immer nur unbedeutende Geschwindigkeiten erlangen. Die Bewegungen des Federendes e, welche somit den Bewegungen des unterliegenden Arterienpunktes ziemlich folgen werden, übertragen sich nun auf ein sehr wenig massenhaftes Hebelwerk, zunächst nämlich durch die (bloss auf e aufgestützte) Stellschraube ee an den Hebel cd, der in c seinen festen Punkt hat, und von da auf den Hebel fg, der auf dem Hebelende d ebenfalls nur aufliegt. Der Punkt g macht daher die Bewegungen von e in vergrössertem Maassstabe mit und registrirt sie an der durch ein Uhrwerk vorübergeführten berussten Glasplatte h.

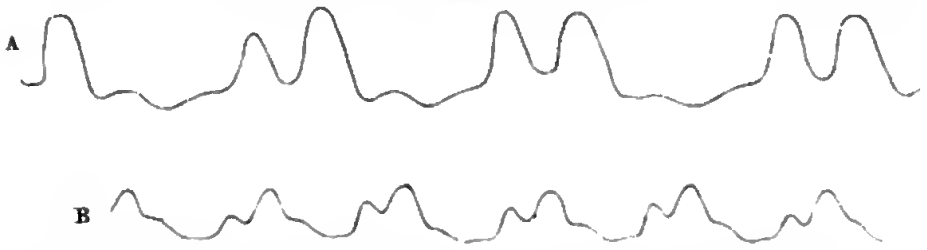
Wie aus der Beschreibung ersichtlich, ist Marey's Sphygmograph mit einem kleinen Uebelstande behaftet, von welchem die beiden anderen Instrumente frei sind. Der zeichnende Punkt g nämlich bewegt sich in einem Kreisbogen auf und ab, statt in einer geraden Linie. Man kann daher auch die Curve nicht an einen rotirenden Cylinder anschreiben lassen. Die Curve würde natürlich, wenn es auf genaue Messungen ankäme, schwer zu deuten sein, wo es aber bloss auf den allgemeinsten Charakter ankommt, ist derselbe doch leicht herauszulesen, und man kann diese Eigenheit kaum als einen wesentlichen Uebelstand bezeichnen.

Mach hat Marey's Sphygmographen dadurch experimentell geprüft, dass er ihn von vorn herein bekannte Oscillationen eines elastischen Schlauches registriren liess, und gefunden, dass er dies mit grosser Treue thut. Ich kann Mach schliesslich in folgender Bemerkung über den Sphygmographen nur Recht geben. Er findet den Uebertragungshebel cd ganz überflüssig und schlägt vor, das Federende direct auf den Schreibhebel fg wirken zu lassen, und zwar schlägt er vor, die Uebertragung der Bewegung zu vermitteln durch ein Stäbchen, was an a sowohl als am Schreibhebel durch Gelenke befestigt ist, dadurch wird die Möglichkeit des freien Aufwerfens des Schreibhebels beseitigt.

Ich selbst habe den von Mach verbesserten Marey'schen Sphygmographen in folgender Weise experimentell geprüft. In einem Kautschukschlauche werden Wellen von verschiedener Form erregt. An einer Stelle war der Mach'sche Sphygmograph aufgesetzt. Dicht daneben war das Innere des Schlauches mit meinem oben (s. S. 135) beschriebenen registrirenden Federmanometer verbunden. Beide Instrumente zeichneten also dieselbe Welle. Stimmten die Zeichnungen überein, so musste geschlossen werden, dass beide Instrumente treu zeichnen. Denn es wäre doch absurd anzunehmen, dass beide auf ganz verschiedene Principien gegründete Instrumente stets genau dieselben Fehler machen. Die folgenden zwei Beispiele werden genügen, dem Leser von dem Grade der Uebereinstimmung beider Instrumente eine Anschauung zu geben. In Fig. 54 ist A die vom Sphygmographen B die vom Federmanometer gezeichnete

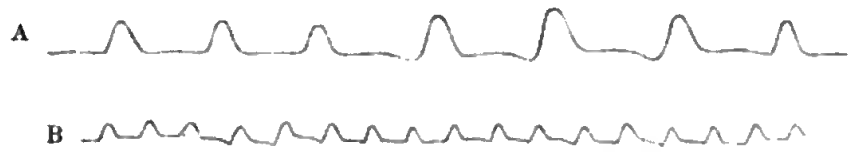
Wellenform. Man sieht, dass beide im Charakter vollständig übereinstimmen, nur ist natürlich sowohl der Maassstab der Zeit (der Abscissen)

Fig. 54.



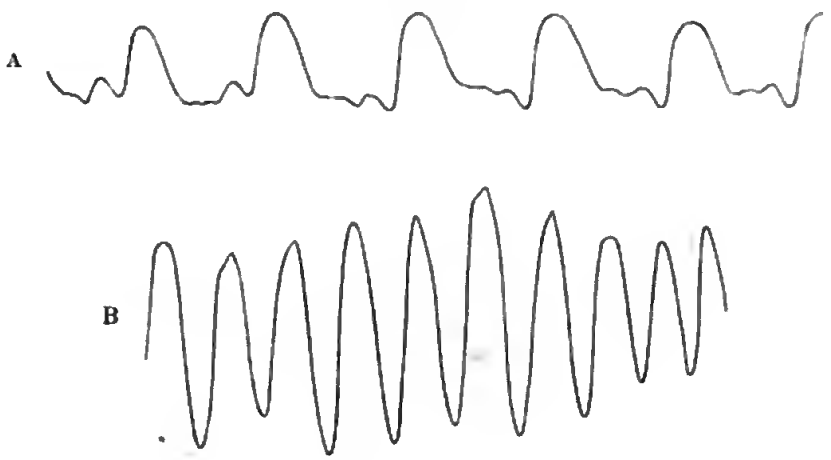
als der Maassstab der Höhen (der Ordinaten) in beiden verschieden. Noch weiter geht die Uebereinstimmung bei der Fig. 55 dargestellten einfache-

Fig. 55.



ren Wellenform. *A* ist wieder die vom Sphygmographen, *B* die vom Federmanometer gezeichnete Curve. Man beachte beispielsweise, wie in beiden Curven die dritte, vierte und fünfte Welle am Ende eine kleine Einbiegung vor der neuen Erhebung zeigen, welche bei den zwei ersten übereinstimmend fehlt. Man beachte ferner, wie in beiden Curven übereinstimmend der vierte und besonders der fünfte Wellengipfel die anderen überragen. Zum Vergleich stelle ich noch in Fig. 56 zwei Zeichnungen

Fig. 56.



derselben Welle neben einander, *A* vom Sphygmographen, *B* vom Quecksilbermanometer geliefert. In *B* würde man keine Spur von den absichtlich hervorgebrachten Nebenwellen entdecken, welche in *A* aufs Genaueste verzeichnet sind. Hiernach stehe ich nicht an zu behaupten, dass sowohl Mach's Sphygmograph als mein Federmanometer innerhalb weiter Grenzen die Wellenformen so getreu wiedergeben, als man nur irgend verlangen kann, nnd ich glaube sicher, dass die vom Sphygmographen gelieferten Zeichnungen der menschlichen Pulswelle das grösste Vertrauen verdienen, wenn sie auch oft sehr unerwartete Formen zeigen.

VIERTER ABSCHNITT.

VOM SCHALLE.

Erstes Kapitel.

Zerlegung der Schwingungen.

Eine Schallschwingung ist vollständig bestimmt, wenn man drei 146
Stücke kennt, nämlich 1. die Amplitude, d. h. die Grösse des Weges, welchen die schwingenden Theilchen hin- und hergehend zurücklegen, dieses Stück bestimmt die Intensität des Schalles; 2. die Dauer der Schwingung, d. h. die Zeit, welche zu jedem Hin- und Hergange gebraucht wird, resp. die Zahl, welche angiebt, wie viele Male die schwingenden Theilchen in der Zeiteinheit hin- und hergehen, diese Grösse bestimmt die „Höhe" des Klanges; 3. die Form der Schwingung, sie bestimmt das Timbre oder die Farbe des Klanges.

Man versteht unter Form der Schwingung das Gesetz, nach welchem die schwingenden Theilchen sich im Verlaufe eines Hin- und Herganges bewegen. Von der Schwingungsform bekommt man durch den Gesichtssinn selbst dann keine klare unmittelbare Vorstellung, wenn die Schwingungen so weit sind, dass man die Theilchen deutlich hin- und hergehen sieht. Die Schallschwingungen sind viel zu rasch, als dass man den zeitlichen Verlauf einer einzelnen unmittelbar durch den Gesichtssinn auffassen könnte. Eine Anschauung von der Schwingungsform kann man daher nur mittelbar gewinnen, indem man nämlich die Schwingung in der gewöhnlichen Weise graphisch darstellt, d. h. eine Curve verzeichnet, deren Abscissen die laufende Zeit messen und deren Ordinaten die jeweilige Entfernung des schwingenden Punktes von der

Gleichgewichtslage darstellen. Diese Curve wird für eine regelmässige Schwingung stets eine regelmässige Wellenlinie, deren Form das Gesetz der Bewegung auch innerhalb der einzelnen Periode deutlich vor Augen

Fig. 57.

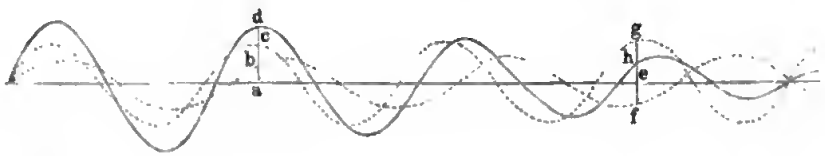
Fig. 58.

stellt, daher man eben dieses Gesetz Schwingungsform zu nennen pflegt. So sieht man beispielsweise in den hierbei stehenden Fig. 57, 58, 59 drei verschiedene Schwingungsweisen graphisch dargestellt.

Fig. 59.

147 Die Schwingungsform kann noch auf eine andere Weise dargestellt werden, die für die Physiologie des Hörens von der fundamentalsten Bedeutung ist. Sie beruht auf dem Principe der ungestörten Superposition kleiner Bewegungen, das sich in Anwendung auf unsern Gegenstand so ausdrücken lässt: Pflanzen sich zwei Klänge zu einem Punkte*) fort, so bewegt sich derselbe derart, dass seine Entfernung von der Gleichgewichtslage in jedem Augenblicke die algebraische Summe der beiden Entfernungen ist, in welche die beiden Klänge, wenn sie einzeln vorhanden wären, den Punkt im fraglichen Zeitaugenblicke von der Gleichgewichtslage gebracht hätten. Man kann daher die resultirende Bewegung des Punktes leicht verzeichnen, wenn man die graphischen Darstellungen der beiden Bewegungen hat, welche der Punkt ausführen würde, wenn jeder der beiden Klänge einzeln vorhanden wäre. In der That, man braucht nur für jeden Punkt der Abscissenaxe, d. h. für jeden Zeitpunkt die algebraische Summe der beiden Ordinaten zu bilden und diese Summen zu Ordinaten einer neuen Wellenlinie zu machen. Diese stellt dann die resultirende Bewegung des Punktes dar. Sei beispielsweise in Fig. 60 die punktirte Curve die Darstellung der Bewegung für den einen Klang und die gestrichelte (— — —) für den andern. Betrachten wir nun z. B. den Zeit-

Fig. 60.



punkt a, so verlangt die eine Bewegung die Ausweichung ab, die andere die Ausweichung ac. Der Punkt wird also nach dem Principe in Wirk-

*) Dieser Punkt kann unter Anderm auch das Paukenfell eines Ohres sein.

lichkeit im Augenblicke a um die Länge $ac + ab$, d. h. um ad von der Gleichgewichtslage entfernt sein. Im Augenblicke e verlangt die eine Bewegung eine Entfernung eg (nach oben), die andere eine Entfernung $-ef$ (nach unten). Die wirkliche Entfernung bei der resultirenden Bewegung wird also die algebraische Summe dieser beiden Grössen, d. h. $eh = eg - ef$ sein. Auf diese Weise sind sämmtliche Ordinaten der ausgezogenen Curve gebildet. Sie stellt also die resultirende Bewegung nach dem Principe der Superposition kleiner Schwingungen dar.

Man sieht leicht, dass die resultirende Bewegung nicht eine im All- 148
gemeinen regelmässig periodische wird. Sind nämlich die Perioden der beiden Einzelbewegungen zu einander incommensurabel oder, was dasselbe sagt, die Schwingungszahlen irrational, dann giebt es gar keinen zweiten Augenblick, wo die beiden Bewegungen wieder in derselben Phase zusammentreffen wie in irgend einem ersten. Sind beispielsweise in Figur 60 die Perioden der punktirten und der gestrichelten Linie incommensurabel, so kommt es gar nie wieder vor, was im Beispiele im ersten Augenblicke angenommen wurde, dass nämlich die beiden Klänge den bewegten Punkt gleichzeitig von unten nach oben durch die Gleichgewichtslage führen.

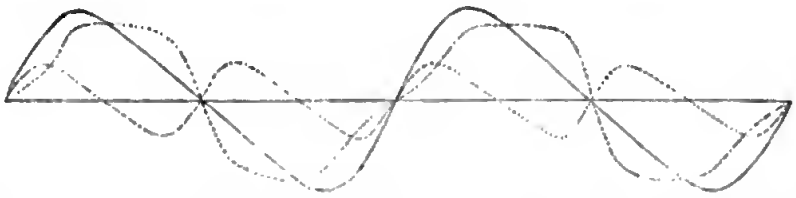
Die resultirende Bewegung wird nur in *den* speciellen Fällen selbst wieder eine regelmässig periodische, wo die Perioden der Einzelbewegungen commensurabel sind. In diesem Falle wird die Periode der resultirenden Bewegung die kleinste Zeit sein, welche ein Vielfaches der einen sowohl als der andern Periode der Einzelbewegungen ist. In der That werden allemal nach Ablauf dieser Zeit die Einzelbewegungen wieder genau in denselben Phasen zusammentreffen und folglich wieder derselbe resultirende Bewegungszustand entstehen. Die Dauer der resultirenden Periode kann somit — wofern überall eine regelmässig periodische Bewegung resultirt — nie kleiner sein als die Perioden der componirenden Klänge oder was dasselbe sagt, die Schwingungszahl der resultirenden Bewegung kann nie grösser sein als die der componirenden Bewegungen.

Besondere Beachtung verdient der Fall, wo die Periode des einen Klanges ein aliquoter Theil von der Periode des andern ist. Die Periode des resultirenden Klanges ist alsdann offenbar der Periode des letzteren von beiden Componirenden gleich. Anders ausgedrückt: die Schwingungszahl der resultirenden Bewegung ist gleich der Schwingungszahl der einen Einzelbewegung, wenn die Schwingungszahl der andern ein Vielfaches derselben ist. So sieht man z. B. in Fig. 61 (a. f. S.) eine periodische Bewegung resultiren, deren Periode gleich ist der einen Componente (der gestrichelt dargestellten), weil die Periode der andern Componente (der punktirten) gerade die Hälfte der ersten ist.

Wenn sich *zwei* Klänge zusammensetzen lassen, so lassen sich nach derselben Regel auch *drei* Klänge zusammensetzen, denn man könnte ja erst zwei davon vereinigen und mit dem resultirenden wieder als einfache Componente ansehen. Ebenso verhält es sich dann mit vieren und

überhaupt mit beliebig vielen. Es behält selbstverständlich auch hier das Gesetz Geltung, dass die resultirende Bewegung nur dann eine regelmässig periodische ist, wenn die Perioden aller Theilbewegungen commen-

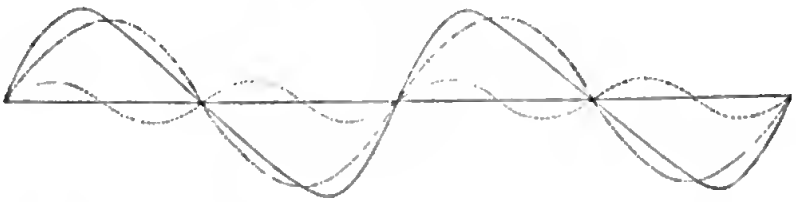
Fig. 61.



surabel sind, oder, was dasselbe sagt, wenn die Schwingungszahlen der Componenten sämmtlich Vielfache derselben Zahl sind. Diese Zahl ist alsdann die Schwingungszahl der resultirenden Bewegung.

149 Die Zusammensetzung der Schwingungen lässt sich nun umkehren in eine Zerlegung. In der That es sei ein Klang gegeben, der beispielsweise an einem materiellen Punkte eine Bewegung hervorruft, wie sie durch die ausgezogene Curve, Fig. 62, dargestellt ist. Den soeben entwickelten Grundsätzen gemäss lässt sich nun behaupten: der betrachtete

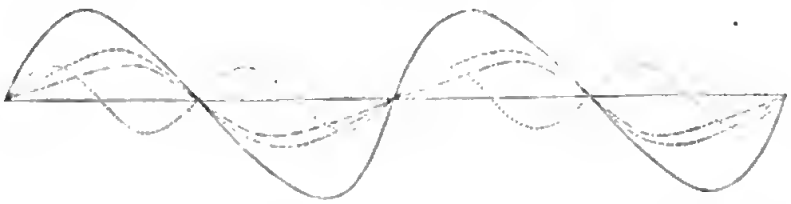
Fig. 62.



Punkt würde genau dieselbe Bewegung machen, wenn zu ihm statt des einen gegebenen Klanges zwei Klänge gleichzeitig fortgepflanzt würden, die sich durch die punktirte und gestrichelte Curve in der Figur darstellen, denn diese beiden Curven sind so gezeichnet, dass sie, nach dem obigen Principe zusammengesetzt, die ausgezogene Curve geben.

Mit demselben Rechte, womit man den gegebenen Klang in die zwei

Fig. 63.



obigen Componenten zerlegte, hätte man ihn aber auch in gewisse andere Componenten zerlegen können, z. B. in die drei Fig. 63 gezeichneten.

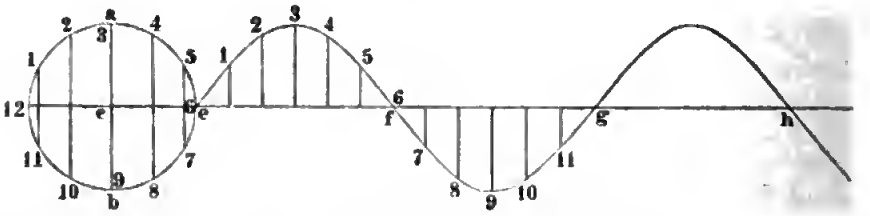
Die Ordinaten der punktirten, der gestrichelten und der so — · — · — gezogenen Curven gehen nämlich summirt die Ordinaten der ausgezogenen Curve.

Während also das Problem der Zusammensetzung mehrerer gegebener Klänge stets nur eine bestimmte Lösung hat, lässt sich das Problem der Zerlegung eines gegebenen Klanges in verschiedene Komponenten immer auf unendlich viele verschiedene Arten lösen. In der Natur der Sache liegt nur die eine Bestimmung, dass die Perioden aller Componenten aliquote Theile von der Periode der gegebenen Bewegung sind. Es ist ausserdem wohl zu beachten, dass die Zerlegung eines Klanges zunächst eine mathematische Fiction ist; die Zerlegung bedeutet eben nichts anderes, als dass sich stets statt einer Ursache mehrere Ursachen denken lassen, welche zusammenwirkend dieselbe Bewegung hervorbringen würden, welche durch die eine Ursache in Wirklichkeit hervorgebracht wird.

Durch Einführung von Nebenbedingungen kann man auch das Pro- 150
blem der Zerlegung eines Klanges in Componenten zu einem bestimmten machen. Besonders bedeutungsvoll wird die Zerlegung, wenn man als Nebenbedingung die stellt, dass alle Componenten eine und dieselbe bestimmte Form haben sollen und zwar diejenige, welche wir mit Helmholtz als die Form des „einfach pendelartigen" Schwingens bezeichnen wollen. Diese Form nimmt in der That unter allen den unzähligen möglichen Schwingungsformen eine ausgezeichnete Stelle ein. Das Gesetz, nach welchem sich irgend ein Punkt eines Pendels (bei kleinen Excursionen) hin- und herbewegt, ist nämlich vom Gesichtspunkte seiner physischen Ursachen, sowie vom Gesichtspunkte der mathematischen Darstellung das einfachste Gesetz einer periodischen Bewegung. Nach diesem Gesetze geschehen auch die Oscillationen mancher tönender Körper, z. B. der Stimmgabeln u. s. w. Die mathematische Darstellung dieses Gesetzes ist $x = a \sin(bt + c)$, wenn t die laufende Zeit, x die jeweilige Abweichung des schwingenden Theilchens von der Gleichgewichtslage, a, b und c constante Grössen bedeuten. Eine Anschauung vom pendelartigen Hin- und Herschwingen erhält man leicht, wenn man einen sichtbaren Punkt auf einer Kreislinie mit constanter Geschwindigkeit umlaufen lässt und ihn dann von einem in der Ebene der Kreisbahn selbst gelegenen Standpunkte aus betrachtet. Der Punkt scheint alsdann auf einer dem Durchmesser des Kreises gleichen Geraden bloss hin- und herzugehen, und zwar nach dem Gesetze des pendelartigen Schwingens. Eine das Gesetz des pendelartigen Schwingens darstellende Wellenlinie erhält man auf folgende Weise: Man zeichne, Fig. 64 (a. f. S.), einen Kreis, dessen Durchmesser die Amplitude der darzustellenden Schwingung misst. Seinen Umfang theilt man in eine gewisse gerade Anzahl von gleichen Theilen, z. B. in 12, wie in der Figur. Nun ziehe man durch zwei diametral gegenüberliegende Theilpunkte einen Durchmesser. Seine Verlängerung soll als Abscissenlinie dienen. Darauf schneidet man zunächst ein Stück ab, welches die Dauer der darzustellenden Schwingung repräsentirt, und dies theilt man in ebenso

viele gleiche Theile wie den Kreisumfang, und errichtet auf den Theilpunkten Perpendikel von derselben Länge wie die Perpendikel von den entsprechenden Theilpunkten des Kreisumfanges auf den Durchmesser.

Fig. 64.



Verbindet man die Endpunkte dieser Perpendikel durch einen stetigen Zug, so hat man die graphische Darstellung einer pendelartigen Schwingung.

Es braucht kaum besonders bemerkt zu werden, dass alle möglichen pendelartigen Schwingungen nur noch Unterschiede bezüglich der Intensität und Schwingungszahl zulassen. Dem entspricht beiläufig bemerkt die physiologische Thatsache, dass alle durch pendelartige Schwingungen hervorgerufene Schallempfindungen bezüglich des Timbres übereinstimmen. Sie machen einen ähnlichen Eindruck wie der Vocal U. Man zeichnet die Empfindung, welche eine pendelartige Schwingung hervorruft, vor anderen Klangempfindungen durch die Benennung Ton aus, und wir können diese Bezeichnung der Bequemlichkeit wegen auch auf den entsprechenden physikalischen Vorgang übertragen.

151 Unter Anwendung dieser Bezeichnungsweise können wir das Resultat unserer Betrachtungen so ausdrücken: Jeder Klang, seine Schwingungsform mag sein welche sie will, lässt sich auffassen als eine Summe von einfachen Tönen, und zwar nur auf eine bestimmte Art. Es lässt sich allemal eine bestimmte Reihe von Tönen (pendelartigen Oscillationen) von bestimmter Höhe (Schwingungszahl) und bestimmter Intensität (Schwingungsamplitude) angeben, welche gleichzeitig zu einem Punkte fortgepflanzt hier dieselbe Bewegung hervorbringen würden, die daselbst ein gegebener Klang (Oscillation von verwickelterer Periodicität) wirklich hervorbringt. So zerlegt sich beispielsweise der oben schon willkürlich auf zwei Arten zerlegte Klang (siehe die Fig. 62 und 63), wenn die Componenten einfache Töne (pendelartige Schwingungen) sein sollen, nur in der ganz bestimmten, durch Fig. 62 dargestellten Weise, wo die punktirte und die gestrichelte Curve die Componenten sind. Die gestrichelte Curve stellt einen Ton von der Schwingungszahl des gegebenen Klanges dar, die punktirte einen Ton von doppelter Schwingungszahl.

Die Töne, deren Summe einem gegebenen Klange äquivalent ist, nennt man seine Partialtöne. Es ist klar, dass die Schwingungszahlen der Partialtöne sämmtlich vielfache der Schwingungszahl des gegebenen Klanges sind. Nennen wir also diese n, so sind die Schwingungszahlen der Partialtöne der Reihe nach $1 \times n$, $2 \times n$, $3 \times n$ etc.; den ersten Partialton,

dessen Schwingungszahl $= 1 \times n$ ist, nennt man den Grundton des Klanges, die anderen seine Obertöne. Jedem dieser Partialtöne kommt im gegebenen Falle eine bestimmte Intensität zu, deren Werth auch möglicherweise $= 0$ sein kann.

Es lässt sich mathematisch zeigen, dass im Allgemeinen ein gegebener Klang vollkommen genau nur durch eine unendliche Reihe von Partialtönen dargestellt werden kann. Es lässt sich aber ferner zeigen, dass die Werthe der ferneren Glieder dieser Reihe von einem im einzelnen Falle angebbaren an so klein werden, dass sie auf die Summe keinen merklichen Einfluss üben. Mit beliebigem Grade der Annäherung lässt sich daher jeder gegebene Klang dennoch durch eine begrenzte Anzahl von Partialtönen darstellen.

Diese bestimmte Art der Zerlegung einer Schwingung von beliebiger Form in pendelartige Componenten, oder die Zerlegung eines Klanges in einfache Töne ist nicht mehr eine blosse mathematische Fiction, vielmehr können die Partialtöne unter Umständen zu reeller Wirksamkeit kommen. Dies geschieht z. B. im menschlichen Ohre. In welcher Weise das physikalisch möglich ist, soll im folgenden Kapitel gezeigt werden.

Zweites Kapitel.

Vom Mittönen.

Das Problem des Mittönens ist eigentlich im Wesen dasselbe wie das, 152
welches wir oben bei Gelegenheit der Wellenzeichner vor uns hatten. Da wir aber die mechanischen Probleme hier nicht in ihrer allgemeinsten Fassung mathematisch behandeln können, so müssen wir an dieser Stelle von besonderen neuen Betrachtungen ausgehen.

Es ist eine bekannte Erscheinung, dass irgend ein selbständiges Schwingens fähiger Körper in solches dadurch versetzt werden kann, dass sich zu ihm ein Klang fortpflanzt. Man kennt schon aus dem gewöhnlichen Leben zahlreiche Beispiele derart, dass z. B. Fensterscheiben bei

gewissen Klängen klirren. Man weiss, dass Sand auf eine gespannte Membran gestreut, aufhüpft, wenn in der Nähe gewisse Klänge angegeben werden. Aus einem Clavier ertönt bei aufgehobenen Dämpfern ein lauter dauernder Nachhall, wenn man hineinsingt. Selbst Stimmgabeln, auf geeigneten Resonanzkästen befestigt, gerathen unter Umständen in Schwingungen, wenn ein Klang in der Nachbarschaft erregt wird.

Es fragt sich, wie es möglich ist, dass durch die leisen Anstösse der Luft in einem Schallwellenzuge, die das leichteste Federchen nicht merklich in Bewegung versetzen, schwere Massen, wie z. B. die Zinken einer Stimmgabel, zu ausgiebigen Schwingungen gebracht werden können. Um die Möglichkeit der Anschauung näher zu bringen und zugleich auch einen ersten Einblick in die Bedingungen zu thun, unter denen der fragliche Vorgang statthat, wollen wir einen analogen Vorgang erörtern, den Helmholtz sehr zweckmässig in seiner Akustik zur Erläuterung des Mittönens gebraucht.

153 Es gelte eine schwere Kirchenglocke in weite hin- und hergehende Schwingungen zu versetzen. Selbst der stärkste Mann wird sie durch einen einmaligen Anzug am Strange zu keiner namhaften Excursion bringen. Nun ist aber die Glocke so befestigt, dass sie, einmal angestossen, ohne weitere Wirkung einer fremden Kraft viele Schwingungen hin und her ausführt, weil eben die durch den ersten Anstoss ihr ertheilte lebendige Kraft nur sehr langsam vom Luftwiderstande und der Axenreibung aufgezehrt wird. Jede folgende Schwingung steht hinter der vorhergehenden fast gar nicht an Amplitude zurück. Ein erster, wenn auch schwacher Anzug am Strange setzt die Glocke immerhin in eine wirkliche Bewegung, wenn dieselbe auch kaum mit Augen wahrnehmbar wäre. Die Glocke würde daher sich selbst überlassen eine Reihe sehr kleiner kaum merkbarer Pendelschwingungen ausführen, und sie wird sich insbesondere nach Verlauf einer gewissen Zeit, vom ersten Anzuge ans gerechnet, welche Zeit eben die Schwingungsdauer der Glocke ist, von selbst schon wieder in demselben Sinne bewegen, in welchem sie durch den ersten Anzug bewegt wurde. Der Strang wird also in diesem Zeitpunkte von selbst schon wieder herabsinken, freilich nur um ausserordentlich wenig. Geschieht nun in dieser Zeit ein neuer Anzug so stark wie der erste, so muss er die Bewegung der Glocke beschleunigen und sie wird also beim zweiten Hingange weiter kommen als beim ersten. Ueberlässt man dann abermals die Glocke sich selbst, bis sie wieder eine Schwingung vollendet hat, d. h. bis wieder der Strang von selbst schon zu sinken anfängt, und zieht jetzt von Neuem, so kommt sie beim dritten Hinschwung noch weiter u. s. f. So kann ein Knabe durch wiederholte Anzüge eine schwere Kirchenglocke in weite Schwingungen versetzen, wenn er nur allemal die Züge am Strange in solchen Zeitabschnitten macht, in welchen die Glocke von selbst schon in der Richtung geht, in welcher sie der Zug zu bewegen strebt, d. h. eben durch jeden Zug die Bewegung der Glocke beschleunigt. Am vollkommensten geschieht dies, wie aus der Beschreibung erhellt, wenn

die Züge am Strange in genau demselben Tempo erfolgen, wie die selbständigen Schwingungen der Glocke, d. h. wenn die Zahl der Züge in der Zeiteinheit der Schwingungszahl *) der Glocke genau gleich ist. Absolut nöthig ist dies jedoch nicht, man könnte auch allemal eine Schwingung der Glocke überschlagen. Man könnte nach dem ersten Anzuge warten, bis die Glocke hin- und her-, wieder hin- und wieder hergegangen wäre, und wenn sie jetzt zum dritten Male wieder hinginge, beschleunigte man sie durch den zweiten Zug. Dann liesse man sie wieder hin-, her-, hin-, hergehen, und wenn sie zum fünften Male hinginge, zöge man erst wieder u. s. w. Ebenso könnte man auch je zwei ganze Schwingungen zwischen zwei Zügen vorübergehen lassen. Wir können somit allgemein sagen: Wollen wir eine schwere Glocke durch regelmässig aufeinanderfolgende kleine Züge in grosse Schwingungen versetzen, so muss die Zeit zwischen je zwei Zügen der Schwingungsdauer der Glocke gleich oder ein Vielfaches davon sein, mit andern Worten, die Zahl von Zügen in der Zeiteinheit muss der Schwingungszahl der Glocke gleich oder ein aliquoter Theil davon sein. Folgen sich die Züge in einem andern Tempo, so wird es durchschnittlich ebenso oft vorkommen, dass der Zug die Bewegung der Glocke verzögert, als dass er sie beschleunigt, und es wird zu keiner ausgiebigen Bewegung kommen. Dies wird namentlich dann immer stattfinden, wenn die Zeit zwischen je zwei Zügen kleiner als die Schwingungsdauer der Glocke ist.

Ein anderes Beispiel derart kann man sich auf dem ersten besten Zimmerplatze leicht zur Anschauung bringen. Wenn ein liegender schlanker Tannenstamm etwas weit über seine Unterlage vorragt, so führt dieser Theil, einmal angestossen, regelmässige Schwingungen aus. Man kann ihn nun in solche von grosser Amplitude versetzen durch ganz leise Schläge mit einem leichten Stöckchen, wenn diese Schläge mit den eigenen Schwingungen des Balkens gleiches Tempo halten, oder die Zwischenzeit zwischen je zwei Schlägen ein Vielfaches der Schwingungsdauer des Balkens ist, während weit stärkere Schläge in anderem Tempo fast unwirksam sind.

Bis zu einem gewissen Punkte lassen sich die Ergebnisse dieser Be- 154
trachtungen geradezu auf das Mittönen elastischer Körper übertragen. Wir haben es dabei natürlich mit viel rascheren Schwingungen zu thun, und der ganze Vorgang lässt sich nicht mehr mit dem Auge verfolgen. Indessen ist es doch klar, dass bei Fortpflanzung eines Klanges die Luft vor dem elastischen Körper abwechselnd dichter und dünner ist und dass dies in ähnlicher Weise bewegend wirken muss, wie die wiederholten Züge am Glockenstrang. Der erste Stoss wird den Körper in eine unmerkliche Bewegung setzen. Ist nun aber derselbe so beschaffen, dass er (der Glocke analog), einmal angestossen, seine Bewegung lange Zeit fortsetzt, dann

*) Für die Schwingungszahl einer grossen Glocke würde man natürlich nicht die Secunde, sondern etwa die Minute als Zeiteinheit wählen.

würde er ohne fernere Stösse eine Reihe unmerklich kleiner Schwingungen ausführen, deren zweite der ersten an Grösse kaum nachsteht. Stimmt jetzt der erregende Klang an Höhe mit dem Eigenklang des betrachteten elastischen Körpers genau überein, dann wird ihn der zweite Luftstoss wieder in derselben Richtung schon von selbst bewegt antreffen, in welcher ihn der erste Stoss bewegte und in welcher ihn folglich der zweite auch zu bewegen strebt. Es wird demnach in diesem Falle eine Summirung der einzelnen Anstösse stattfinden, deren Resultat ein sehr merkliches Mittönen ist.

Es mag beiläufig bemerkt werden, dass, wenn der mittönende Körper selbst der Luft nur eine kleine Oberfläche bietet, wie z. B. eine gespannte Saite, dass dann in der Regel die Anregung zum Mittönen keine directe ist, die Luft setzt vielmehr zunächst den Resonanzboden in Bewegung, dieser den Befestigungspunkt, und dadurch kommt die Saite in ähnlicher Weise in Schwingungen, wie ein an einem Faden in der Hand gehaltenes Gewicht in grosse Pendelschwünge geräth, wenn man mit der Hand ganz kleine den Pendelschwüngen isochrone Bewegungen ausführt.

155 Jeder neue Luftstoss wird nun den mitschwingungsfähigen Körper auch dann immer beschleunigen können, wenn die Periode des erregenden Klanges ein Vielfaches ist von der Dauer der Eigenschwingungen jenes Körpers. Zahlreiche Beispiele lassen sich zur Bestätigung dieser Folgerungen beibringen. Wenn man auf einer Geige eine Saite stark anstreicht, so klingt die vollkommen gleich gestimmte Saite auf einer nahe befindlichen andern Geige mit. Man hebe von der auf $\bar{c}$ gestimmten Saite eines Claviers den Dämpfer ab, und schlage nun das c kräftig aber nur momentan an, so wird man den Klang $\bar{c}$ deutlich nachklingen hören, weil die darauf gestimmte Saite durch den Klang von doppelter Schwingungsdauer in merkliches Mitschwingen versetzt wurde. Ebenso klingt auf dem Clavier die $\bar{g}$-Saite deutlich auf den Klang c mit, wenn der Dämpfer von ihr gehoben ist, weil die Schwingungsdauer des Klanges c das Dreifache von der des Klanges $\bar{g}$ ist u. s. w.

156 Nach dem Gesagten scheint der Satz allgemein richtig: Ein des Klingens fähiger Körper wird unter sonst geeigneten Bedingungen allemal zum Mittönen kommen, wenn zu ihm ein Klang fortgepflanzt wird, dessen Schwingungsdauer ein Vielfaches von der Dauer seiner Eigenschwingungen ist, oder, was dasselbe sagt, wenn ein Klang zu ihm fortgepflanzt wird mit einer Schwingungszahl, von welcher die Schwingungszahl des Eigenklanges des Körpers ein Vielfaches ist, gleichgültig, welche Schwingungsform der erregende Klang hat. Dieser Satz ist aber nicht in voller Allgemeinheit richtig. Die analytische Mechanik zeigt vielmehr, dass eine auf die Schwingungsform bezügliche Beschränkung nöthig ist. Das lässt sich freilich nicht mehr mit der Anschauung verfolgen und durch Beispiele wie die obigen erläutern, wir müssen daher den streng richtigen Grundsatz der Theorie des Mittönens hier einfach auf Autorität annehmen,

da sein Beweis eben nur durch den höheren Calcül geliefert werden kann. Wir beschränken uns übrigens dabei zunächst auf solche mitschwingungsfähige Körper, welche bloss in einer Weise nach dem Pendelgesetze schwingen können, die also nach dem oben festgestellten Sprachgebrauche stets nur einen einfachen Ton geben. Solche Körper sind alle die als Ganzes — nicht aber durch Knotenflächen in Abtheilungen getheilt — unter dem Einfluss elastischer Kräfte hin- und hergehen, wie beispielsweise die Zinken einer Stimmgabel. In Bezug auf einen solchen Körper können wir nun den in Rede stehenden überaus wichtigen Grundsatz folgendermaassen aussprechen: Der Körper tönt mit einem Klang, von dessen Schwingungszahl die Schwingungszahl seines Eigentones ein Vielfaches ist, jedoch nur dann, wenn die Schwingungsform des Klanges so beschaffen ist, dass unter seinen Componenten oder Partialtönen der Eigenton des betrachteten Körpers in merklicher Stärke vorkommt Man sieht, dass dieser Satz, der sich durch Versuche vollkommen bestätigen lässt, der Zerlegung der Klänge in Partialtöne eine objective Bedeutung giebt, indem diese Partialtöne besondere mechanische Wirkungen hervorbringen.

Einige Beispiele mögen den Satz noch erläutern. Eine auf $\bar{c}$ ge- 157
stimmte Stimmgabel wird man niemals durch eine auf c abgestimmte Gabel zum starken Mittönen bringen können. Das c macht zwar gerade halb so viele Schwingungen als $\bar{c}$, aber die Gabel und die von ihr in Bewegung gesetzte Luft schwingt in einer Weise, dass die Zerlegung in pendelartige Componenten für die Componente $\bar{c}$ (sowie für alle Obertöne) den Werth Null verlangt. Dagegen liesse sich die auf $\bar{c}$ abgestimmte Gabel ganz wohl zum Mittönen bringen durch eine auf c gestimmte gestrichene Geigensaite. Diese schwingt nämlich halb so oft als dem Tone $\bar{c}$ entspricht in einer Form, deren Zerlegung der Componente $\bar{c}$ eine grosse Stärke zuschreibt. Erregt man dagegen eine gespannte auf c gestimmte Saite nicht durch Streichen in der Nähe des Steges, sondern durch Zupfen genau in der Mitte, so ist ihre Schwingungsform, wie sich mathematisch zeigen lässt, derart, dass zwar höhere Obertöne im Klange enthalten sind, nicht aber der Ton $\bar{c}$. Durch die auf diese Art angeregte Saite würde man also gleichfalls die auf $\bar{c}$ gestimmte Gabel nicht zum Mittönen bringen können. Nun ist zwar wohl der Klang einer gezupften Saite überhaupt zu schwach, um eine Stimmgabel in merkliches Mitschwingen zu versetzen, und ein negatives Resultat des beschriebenen Versuches würde daher noch nichts beweisen. Es giebt aber andere Prüfungsmittel, die auch in dem vorliegenden Falle unsern Satz aufs Entschiedenste bestätigen. Z. B. die Luftmasse in einer Hohlkugel mit einer Oeffnung geräth leicht in pendelartige Schwingungen von bestimmter Dauer, d. h. sie kann einen einfachen Ton von bestimmter Höhe angeben. Solche Kugeln, auf verschiedene Töne abgestimmt und der Oeffnung gegenüber

mit einem offenen flaschenhalsförmigen Ansatz versehen, bilden die von Helmholtz in die Akustik eingeführten Resonatoren. Setzt man den Ansatz eines solchen Resonators in das eine Ohr und verstopft das andere, so schmettert allemal der Eigenton des Resonators mit bedeutender Stärke ins Ohr, sowie ein Klang in der Nähe erzeugt wird, welcher jenen Eigenton als Partialton in einiger Stärke enthält. Wäre also beispielsweise der Resonator auf $\bar{c}$ abgestimmt und striche man eine c gebende Saite in der Nähe des Steges mit dem Bogen, so würde man $\bar{c}$ laut hören. Zupfte man dagegen die Saite genau in der Mitte, so würde die Luftmasse des Resonators in Ruhe bleiben und man würde $\bar{c}$ nicht hören, weil in diesem Falle der Klang c den Partialton $\bar{c}$ nicht enthält. Die Resonatoren sind daher sehr geeignete Mittel, die Klangfarben verschiedener Instrumente zu analysiren.

158 Stellen wir uns eine ganze Reihe von elastischen Körpern vor, die nur pendelartiger Schwingungen fähig sind und deren Eigentöne die ganze in der Musik gebräuchliche Scala von etwa sieben Octaven darstellen. In der Nähe dieses Apparates werde jetzt ein Klang erzeugt, dessen Höhe dem c entspricht und dessen Schwingungsform so beschaffen ist, dass er die fünf ersten Partialtöne in namhafter, jedoch mit wachsender Höhe abnehmender Stärke enthält. Dann werden nur die auf $c, \bar{c}, \bar{g}, \bar{\bar{c}}, \bar{\bar{e}}, \bar{\bar{f}}$ gestimmten Körper mittönen, und zwar je höher ihre Stimmung, desto schwächer. Wäre der erregende Klang c so beschaffen gewesen, dass gewisse Componenten darin fehlten, z. B. $\bar{c}$ und $\bar{\bar{c}}$, so würden auch die entsprechenden Körper unserer Reihe schweigen. Kurz die aus dem mittönenden Apparate kommende Gesammtbewegung wird eine resultirende Schwingung gehen, von derselben Form, wie die erregende war, da sie sich aus denselben Componenten in ähnlichem Verhältnisse zusammensetzt. Ein Ohr, das den Nachhall aus unserem Apparate vernimmt, hat daher nicht bloss den Eindruck von derselben Höhe, sondern auch den Eindruck von derselben Klangfarbe wie vom erregenden Klang.

Einen Apparat, wie den soeben bloss gedachten, haben wir annäherungsweise in jedem Claviere wirklich vor uns. Der Unterschied besteht hauptsächlich darin, dass die Saiten eines Claviers nicht ausschliesslich in pendelartige Schwingungen gerathen können. Dieser Unterschied ändert jedoch nicht viel am Erfolge. In der That können wir den soeben ausgedachten Versuch an einem Clavier leicht ausführen. Man hebe die Dämpfer von den Saiten ab und singe gegen den Resonanzboden kräftig einen deutlich articulirten Vocal in einer Höhe, welche der Stimmung einer Saite des Claviers möglichst genau entspricht. Der aus dem Clavier heraufkommende Nachhall zeigt alsdann aufs Frappanteste die Klangfarbe des hineingesungenen Vocales. Der Charakter eines bestimmten Vocales besteht eben nur in der Schwingungsform oder, was dasselbe sagt, in der Zusammensetzungsweise des Klanges aus seinen Partialtönen.

Digitized by Google

Das Clavier zerlegt diesen Klang durch Mittönen wirklich, und der Nachhall besteht aus denselben Componenten in demselben Verhältniss der Stärke, wie sie im erregenden Klange vorhanden waren. Der Nachhall hat also im vorliegenden Falle, wo das Timbre durch den Vocal bezeichnet wird, denselben Vocalcharakter wie der erregende Ton.

Beiläufig sei bemerkt, dass höchst wahrscheinlich das Corti'sche Organ der Schnecke ähnlich wirkt wie in dem soeben beschriebenen Versuche das Clavier, doch ist die weitere Ausführung dieser Hypothese Sache der Physiologie.

Schon das allgemeine Princip der Stetigkeit lässt vermuthen, dass 159
der oben aufgestellte Grundsatz der Lehre vom Mittönen nicht absolut richtig ist. In der That, wenn ein Körper sehr stark mittönt mit einem Klange, unter dessen Componenten der Eigenton des Körpers ist, sollte er gleich gänzlich schweigen bei einem Klange, unter dessen Componenten eine dem Eigentone des Körpers wenigstens unendlich nahe liegt? Diese Annahme in aller Schärfe würde der allgemeinen Erfahrung widersprechen, dass überall in der Natur einem unendlich kleinen Unterschied der Ursachen auch nur ein unendlich kleiner Unterschied der Wirkungen entspricht. So ist es denn auch hier in Wirklichkeit. Wenn der Partialton des erregenden Klanges nur sehr wenig vom Eigenton des mitschwingungsfähigen Körpers verschieden ist, so findet auch noch Erregung statt. Soll derselbe gänzlich schweigen, so muss der betreffende Partialton um ein gewisses endliches Intervall von seinem Eigenton differiren. Dies Intervall ist aber äusserst klein, wenn der fragliche Körper schwer in Bewegung zu setzen ist und, einmal in Bewegung gesetzt, lange nachtönt. Bei Stimmgabeln genügt z. B. schon eine vom feinsten Ohre gar nicht mehr auffasshare Differenz. Hat man zwei solche von genau gleicher Stimmung, die sich gegenseitig in Mittönen versetzen können, so hört die Möglichkeit schon auf, wenn man die eine durch ein kleines angeklebtes Wachsklümpchen verstimmt um einen Betrag, dass sie kaum eine Schwingung in der Secunde weniger macht.

Bei andern elastischen Körpern, die leichter in Bewegung zu setzen 160
sind, ist das Intervall, um welches ein Partialton des erregenden Klanges vom Eigenton des Körpers differiren darf, grösser. So z. B. ist eine gespannte Membran sehr leicht zum merklichen Mittönen zu bringen auch durch Klänge, die einen Partialton enthalten, welcher dem Tone der Membran nur einigermaassen nahe kommt. Körper, die leicht Bewegung von der Luft aufnehmen, geben die Bewegung auch leicht wieder an die Luft ab, und es sind daher solche, die, durch einen einmaligen Anstoss in Bewegung gesetzt, schnell wieder zur Ruhe kommen.

Ein des Tönens fähiger Körper kann aber, durch einmaligen Anstoss erregt, rasch verklingen auch aus einem andern Grunde, als weil er seine lebendige Kraft leicht an die umgebende Luft in Form von Schallschwingungen abgiebt. Der Grund des raschen Verklingens kann nämlich in der reichlichen Abgabe der lebendigen Kraft in anderer Form

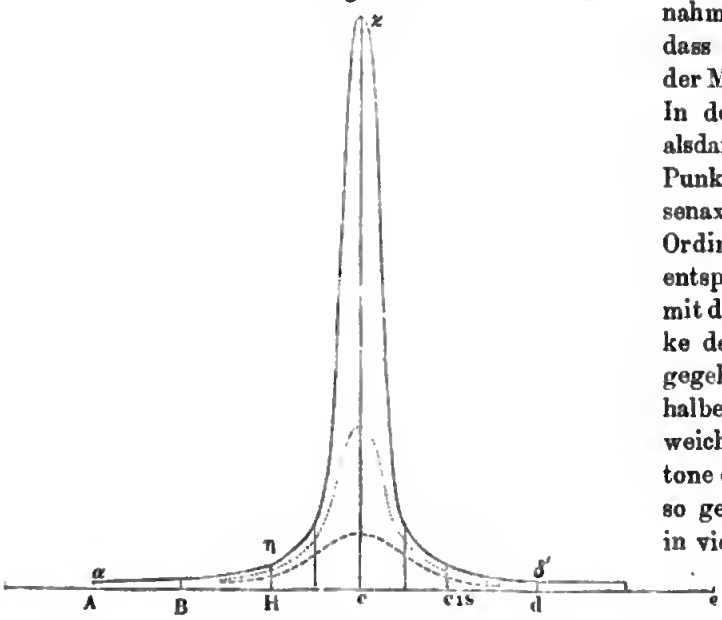
und an andere Körper als gerade die Luft bestehen. Denken wir uns beispielsweise eine Stimmgabel, die frei für sich sehr lange nachtönt, und stellen wir uns ferner mit einer Zinke derselben ein ziemlich masseloses Metallblättchen verbunden vor, das ihre Schwingungen nicht beträchtlich verzögerte, und nehmen wir endlich an dies sei in Oel oder eine noch klebrigere Flüssigkeit eingetaucht, so wird offenbar der Reibungswiderstand beim Hin- und Hergehen des Blättchens bald die lebendige Kraft der schwingenden Gabel aufzehren, und diese wird nicht mehr so lange nachtönen wie bei voller Freiheit. Die verlorene lebendige Kraft kommt hier nicht als Schall in der Luft zum Vorschein, sondern wohl als Wärme in dem Oel. Dem entsprechend ist die so gehemmte Gabel auch keineswegs geeigneter, lebendige Kraft von der Luft überhaupt aufzunehmen, aber der Unterschied ihrer Mitschwingungen mit ihrem Eigenton und mit benachbarten Tönen ist nicht mehr so enorm. Dieser mathematisch erweisbare Satz ist für die Physiologie des Hörens in mehrfacher Beziehung von der fundamentalsten Wichtigkeit. Wir wollen ihn daher durch einige anschauliche Betrachtungen noch näher erläutern.

161 Der mittönende Körper sei beispielsweise eine gespannte Membran. Eine solche nimmt bei ihrer grossen Oberfläche und kleinen Masse, wie schon oben bemerkt, leicht Schwingungen auf. Absolut in Ruhe wird eine Membran bei gar keinem Klange bleiben, wie denn überhaupt jede Masse von jeder bewegenden Kraft bewegt wird. Unser obiger Satz über das Mittönen ist insofern selbstverständlich dahin zu deuten, dass nur unter den bestimmten Bedingungen ein elastischer Körper in merkliche (hörbare) Schwingungen geräth. Irgend welche unmerkbare Bewegung kann theoretisch nie fehlen. Bei einer Membran ist aber diese Bewegung in der Regel sogar merkbar, der sie treffende Klang mag eine ganz beliebige Höhe haben. Wenn man auch gerade die Membran nicht laut mittönen hört, so kann man doch durch feinere Hülfsmittel bei jedem Klange ein gewisses Zittern daran bemerken. Wird nun ein Klang erregt, der einen dem Eigenton der Membran sehr nahe kommenden Partialton enthält, so geräth dieselbe in sehr beträchtliche Mitschwingungen, und wenn der Partialton dem Eigenton der Membran genau gleich ist, so ist das Mittönen der Membran ganz ausserordentlich stark.

Die Intensität der Mitschwingungen unserer Membran mit verschiedenen Tönen wird sich daher graphisch darstellen durch eine Curve etwa von der Fig. 65 gezeichneten Form. Auf der Abscissenaxe OX sollen die Höhen des erregenden Tones gemessen sein. Der Einfachheit wegen wollen wir nämlich annehmen, die Ursache der Erregung sei ein einfacher Ton, nicht ein zusammengesetzter Klang. Diesen Ton lassen wir bei unveränderter Stärke (welche $= 1$ gesetzt werden mag) die ganze auf der Abscissenaxe dargestellte Höhenscala durchlaufen. Die Ordinaten der Curve sind die Intensitätswerthe des Mitschwingens, in das unsere Membran geräth, wenn der erregende Ton bei der Intensität 1

die durch die Abscisse dargestellte Höhe hat. An die Abscissenaxe sind, um es anschaulicher zu machen, gleich die musikalischen Bezeichnungen bestimmter Punkte der Tonhöhenscala angeschrieben; es liegt der Figur die bestimmte Annahme zu Grunde, dass der Eigenton der Membran c ist. In der That muss alsdann diesem Punkte der Abscissenaxe der grösste Ordinatenwerth cx entsprechen. Wird mit derselben Stärke der Ton H angegeben, der einen halben Ton abweicht vom Eigentone der Membran, so geräth dieselbe in viel schwächere Mitschwingungen,

Fig. 65.



deren Intensität durch die Länge $H\eta$ dargestellt sein mag. Noch viel schwächer ist das Mitschwingen beim Angehen des Tones A in derselben Stärke, wie durch die Länge $A\alpha$ angedeutet ist. Ebenso schwingt die Membran auf den Ton d, wenn er in der Stärke 1 erklingt, nur mit in der Stärke $d\delta^1$. Mit zunehmendem Intervalle zwischen dem erregenden Tone und dem Eigenton der Membran nimmt die Stärke der Mitschwingungen Anfangs sehr rasch, weiterhin immer langsamer ab, wie die Figur sehen lässt.

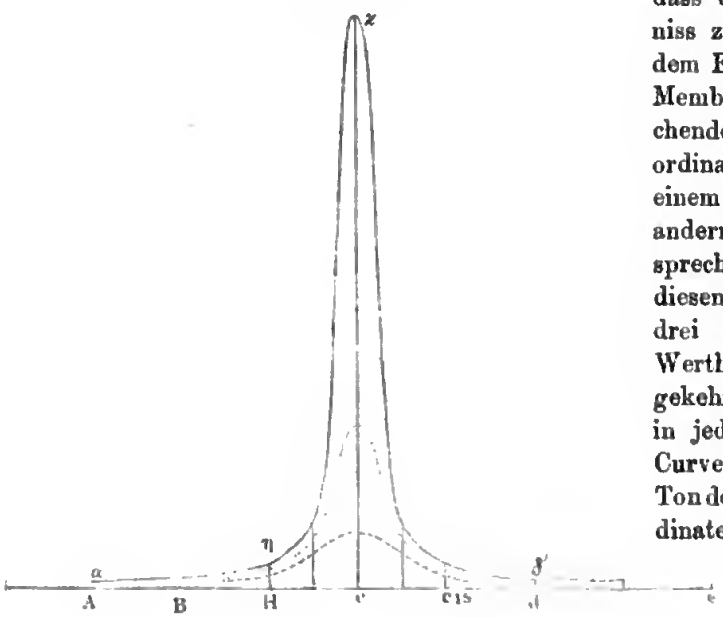
Stellen wir uns jetzt vor, die Membran, deren Mitschwingungen auf 162
Töne von gleicher Stärke, aber verschiedener Höhe durch die ausgezogene Curve, Fig. 65, dargestellt sind, werde durch irgend einen Widerstand in ihren Schwingungen überhaupt behindert. Dies könnte auf verschiedene Weise geschehen, z. B. es sei (ähnlich wie beim Paukenfelle des menschlichen Ohres) ein unbiegsamer Stab an der Membran befestigt, der ihre Schwingungen mitmachen muss. Dieser sei wieder mit anderen festen Körpern in Verbindung, deren Bewegungen durch Reibungswiderstände gehemmt sind. Wir wollen ferner annehmen, durch diese Verbindungen werde die Höhe des Eigentones der Membran nicht verändert, was freilich in Wirklichkeit immer der Fall sein wird, denn weil jetzt mehr Masse durch dieselben elastischen Kräfte in Bewegung zu setzen ist, werden die Schwingungen, auch wenn keine Widerstände wirksam wären,

von längerer Dauer sein; doch ist es ohne Zweifel erlaubt, für den gegenwärtigen Zweck davon abzusehen, weil die Widerstände die Schwingungsdauer nicht ändern. Die Membran soll also immer noch den Ton *c* angeben, aber sie wird jetzt, einmal angeschlagen, rascher verklingen als vorher, wo sie ganz frei schwang.

Man sieht sofort, dass die gedämpfte Membran unter allen Umständen in weniger ausgiebige Mitschwingungen geräth wird, als die freie. Werden also der Reihe nach wie oben die Töne *A*, *B*, *H*, *c*, *cis*, *d* etc. in der Nähe der Membran stets mit der Intensität 1 erregt, so schwingt bei jedem Tone die Membran weniger stark mit, als bei demselben Tone vorher. Wollten wir also wieder eine Curve verzeichnen, welche die Intensität der Mitschwingungen in ihrer Abhängigkeit von der Höhe des erregenden Tones darstellt, so wären deren Ordinaten sämmtlich kleiner, als die Ordinaten der obigen ausgezogenen Curve $\alpha\,\eta\,\varkappa\,\delta'$ etc. Aber die Verkleinerung der Ordinaten durch Widerstände geschieht nicht in gleichem Maasse. Die Ordinaten, deren Werthe vorher sehr gross waren, werden in viel höherem Maasse verkleinert, als die kleineren. Die Verkleinerung betrifft mit anderen Worten vorzugsweise die Ordinaten, welche den dem Eigenton der Membran benachbarten Tönen angehören. Die Ordinaten der punktirten Curve, Fig. 65, könnten also ungefähr die Intensität der Mitschwingung der gedämpften Membran darstellen, wenn die Abscissenpunkte die Höhen der immer in der Intensität 1 angegebenen erregenden Töne sind.

Wären die Widerstände gegen die Bewegungen der Membran noch grösser, so bekäme man eine Curve etwa wie die gestrichelte in Fig. 66.

Fig. 66.



Es ist ersichtlich, dass das Verhältniss zwischen der dem Eigenton der Membran entsprechenden Maximalordinate zu einer einem bestimmten andern Ton entsprechenden in diesen drei Curven drei verschiedene Werthe hat. Umgekehrt entspricht in jeder der drei Curven ein anderer Ton derjenigen Ordinate, deren Werth

ein gegebenes Verhältniss (z. B. 1 : 10) zur Maximalordinate hat. So z. B. ist für die ausgezogene Curve die zu *H* (und zu *Cis*) gehörige Ordinate schon kleiner als $^1/_{10}$ von der Maximalordinate. Dies heisst in Worten, die gedachte freie Membran tönt noch lange nicht den zehnten Theil so stark mit, wenn ein von ihrem Eigenton um einen halben Ton abstehender Ton erklingt, als wenn genau ihr Eigenton in derselben Stärke angegeben wird. Die im ersten Grade gehemmte Membran schwingt mit einem von ihrem Eigenton um einen halben entfernten Tone noch gerade $^1/_{10}$ so stark, wie mit ihrem eben so stark angegebenen Eigenton, in der punktirten Curve ist nämlich die zu *H* und zu *cis* gehörige Ordinate $= {}^1/_{10}$ von der zu *c* gehörigen. Nur schwingt die gehemmte Membran weder mit dem einen noch mit dem andern Tone so stark als die ungehemmte Membran, wenn sie von den Tönen in gleicher Stärke getroffen wird. Die im zweiten Grade gehemmte Curve schwingt mit einem von ihrem Eigenton um mehr als eine Terz abstehenden Tone $^1/_{10}$ so stark wie mit ihrem eigenen.

Der Hemmungs- oder, wie man auch zu sagen pflegt, Dämpfungsgrad 163
einer Membran oder überhaupt eines schwingungsfähigen Körpers wird um so grösser zu nennen sein, je früher nach einem einmaligen Anstoss die Schwingungsweite auf einen bestimmten Bruchtheil ihres ursprünglichen Werthes heruntersinkt. Man kann daher den Dämpfungsgrad eines tönenden Körpers durch eine Zahl bezeichnen, wenn man angiebt, die wievielte Schwingung des sich selbst überlassenen Körpers noch $^1/_{10}$ von der Amplitude der ersten besitzt. Die Zahl, welche dies angiebt, wäre dem Dämpfungsgrade umgekehrt proportional, d. h. je mehr der Körper gedämpft ist, desto kleiner ist die Zahl, desto weniger Schwingungen führt der Körper mit einer Intensität aus, welche den zehnten Theil der Intensität der Schwingung, von welcher an gezählt wird, übertrifft.

Hat man den Dämpfungsgrad in dem soeben definirten Maasse ausgedrückt, so lässt sich der Charakter der Curve vollständig mathematisch bestimmen, deren Ordinaten die Bedeutung wie in Fig. 66 haben, d. h. man kann angeben, in welchem Verhältniss die Intensität der Mitschwingungen des Körpers mit irgend einem erregenden Tone zur Intensität seiner Mitschwingungen mit seinem Eigenton steht, wenn beide Töne in gleicher Stärke erklingen.

Man kann also insbesondere z. B. das Intervall angeben, um welches ein Ton vom Eigenton des Körpers abstehen muss, wenn die Mitschwingungen auf jenen Ton zehn Mal schwächer sein sollen als die Mitschwingungen, mit dem in gleicher Stärke erklingenden Eigenton. Helmholtz hat den Werth dieses Intervalles für eine Reihe von angenommenen Werthen des Dämpfungsgrades numerisch berechnet. Die zusammengehörigen Werthe sind in nachstehender Tabelle zusammengestellt.

Differenz der Tonhöhe, durch welche die Intensität des Mitschwingens auf $^1/_{10}$ reducirt wird.	Zahl der Schwingungen, nach welcher die Intensität des ausklingenden Tons auf $^1/_{10}$ reducirt wird.
1. Ein achtel Ton	38,00
2. Ein viertel Ton	19,00
3. Ein halber Ton	9,50
4. Drei viertel Ton	6,33
5. Ein ganzer Ton	4,75
6. Fünf viertel Ton	3,80
7. Kleine Terz ($^3/_2$ Ton)	3,17
8. Sieben viertel Ton	2,71
9. Grosse Terz (2 Töne)	2,37

Für den dritten Dämpfungsgrad hat Helmholtz auch noch bestimmt, in welchem Verhältniss die Intensität des Mittönens zur maximalen Intensität des Mittönens steht für eine Reihe von anderen Intervallen zwischen dem erregenden Ton und dem Eigenton des Körpers. Die Bestimmungen sind in nachstehender Tabelle gegeben. Die maximale Intensität des Mittönens (mit dem Eigenton des Körpers) ist willkürlich gleich 100 gesetzt.

Differenz der Tonhöhe.	Intensität des Mitschwingens.
0,0	100
0,1	74
0,2	41
0,3	24
0,4	15
Halber Ton	10
0,6	7,2
0,7	5,4
0,8	4,2
0,9	3,3
Ganzer Ton	2,7

Man könnte nach dieser Tabelle die wirkliche Intensität des Mittönens des gedachten Körpers mit allen möglichen im Intervalle einer grossen Terz eingeschlossenen Tönen, die mit der Stärke 1 den Körper treffen, in absolutem Maasse bestimmen, wenn man für einen dieser Töne

Digitized by Google

die Intensität des Mittönens in absolutem Maasse gegeben hätte. Dieser Tabelle entsprechend ist übrigens die punktirte Curve. Fig. 66, verzeichnet, indem die Intensität des Mittönens mit dem Eigenton der Membran willkürlich durch die Länge der Ordinate über c dargestellt ist. Die ausgezogene Curve entspricht ebenso dem zweiten Dämpfungsgrade der obigen ersten Tabelle, und die gestrichelte Curve entspricht einem Dämpfungsgrade, der noch höher ist als der letzte der obigen Tabelle.

Es verdient ausdrücklich hervorgehoben zu werden, dass die durch 164
obige Tabellen dargestellten Beziehungen ganz unabhängig sind von der sonstigen Natur der tönenden Körper, dass sie eben lediglich vom Dämpfungsgrade, d. h. von der relativen Stärke der Widerstände im Verhältniss zu den ins Spiel kommenden bewegenden Kräften abhängen, von der sonstigen Beschaffenheit des tönenden Körpers hängt dagegen der absolute Werth der Intensität des Mittönens bei gegebener Intensität des erregenden Tones ab. Es wird gut sein, dies noch durch einige Beispiele anschaulich zu machen. Wir hielten uns in den bisherigen Erörterungen an das specielle Beispiel einer gespannten Membran und nahmen an, wenn dieselbe so beschaffen ist, dass sie beim Ausklingen noch 19 Schwingungen mit mehr als $^1/_{10}$ der ursprünglichen Stärke ausführt, so stellt die ausgezogene Curve in Fig. 66 die Stärke ihres Mittönens mit verschiedenen, in gleicher Intensität angegebenen Tönen dar. Vergleichen wir jetzt mit der Membran eine auf denselben Ton gestimmte Stimmgabel. Eine solche klingt bekanntlich, wenn sie ganz frei schwingt, sehr langsam aus und würde wohl einige hundert Schwingungen mit mehr als $^1/_{10}$ der ursprünglichen Stärke ausführen. Durch geeignete Verbindung mit anderen Körpern in der oben angedeuteten Weise würde sich aber die Gabel auf denselben Dämpfungsgrad wie unsere Membran bringen lassen, d. h. dass beim Ausklingen schon die 19te Schwingung nur noch $^1/_{10}$ der ursprünglichen Stärke besässe. Hätten wir dies bewerkstelligt, so würde aber auch das Verhalten der Gabel beim Mittönen insofern dem Verhalten der Membran gleich geworden sein, als nun die Gabel bei dem zwischen H und c in der Mitte liegenden Tone gerade $^1/_{10}$ so stark mittönte, wie beim Ton c. Dagegen könnten wir nun keineswegs die Stärke ihres Mittönens mit dem Tone c auch wieder durch die Ordinate $c\varkappa$ darstellen, wenn dieselbe Maasseinheit beibehalten wird. Vielmehr würde die Gabel, weil sie überall schwerer in Bewegung zu setzen ist, auch mit ihrem Eigenton viel schwächer mittönen als die Membran. Um also für die Gabel eine der Curve $\alpha\eta\varkappa\delta'$ etc. entsprechende Curve zu verzeichnen, müsste man die sämmtlichen Ordinaten jener Curve bedeutend verkleinern, aber alle in demselben Maasse, denn die entsprechenden Ordinaten müssen in der neuen für die gedämpfte Gabel gültigen Curve im selben Verhältnisse stehen, da diese Verhältnisse eben lediglich vom Dämpfungsgrade abhängen.

Die Physiologie des Hörens macht in zwei Punkten wichtige Anwendungen von den vorgetragenen Grundsätzen, einmal nämlich bezüglich

der Mitschwingungen des Paukenfelles mit äusseren Luftschwingungen und dann bezüglich der Mitschwingungen der Corti'schen Bögen mit Schwingungen des Labyrinthwassers.

Drittes Kapitel.

Von den Geräuschen in den Respirationswegen und Blutbahnen.

165 Es ist bekannt, dass die Physik bis jetzt über das Wesen der Geräusche noch nicht genügenden Aufschluss giebt; man wird daher von ihr auch nicht viel Detail über deren Entstehungsarten erwarten können. Nur wenige ganz allgemeine Sätze stehen fest, die dann auch als leitende Gesichtspunkte bei der Erforschung und praktischen Benutzung der in der Ueberschrift erwähnten Geräusche dienen können. Wir müssen uns hier um so mehr beschränken auf die kurze Darlegung dieser wenigen physikalischen Thatsachen, da ein Eingehen in Einzelheiten jedesfalls nicht so weit möglich ist, dass dadurch dem Medicin Studirenden das Studium specieller Werke über physikalische Diagnostik entbehrlich gemacht würde.

Durch die alltägliche Erfahrung sowohl, als durch eigens angestellte Experimente, ist bekannt: Alle Körper, ihr Aggregatzustand mag sein welcher er will, sind im Stande, durch geeignete Erschütterung in Bewegungszustände zu gerathen, welche, der Luft mitgetheilt und zum Ohre fortgepflanzt, als Geräusche empfunden werden. Jedoch geben gasförmige Körper am leichtesten Geräusche zu hören, feste Körper schon schwerer und Liquida sehr schwer, und nur unter ganz besonderen Verhältnissen, die im thierischen Körper sicherlich niemals gegeben sind. Insbesondere haben zunächst die sogenannten Herztöne, Geräusche, die, musikalischen Tönen oft sehr nahe stehend, bekanntlich jede Systole und Diastole des Herzens begleiten, nach den anerkanntesten Autoritäten*) ihre Ursache in der plötzlichen Anspannung der Atrioventricularklappen und der Semilunarklappen. Es ist auch durch physikalische Versuche ausserhalb des Körpers nachgewiesen, dass die plötzliche Anspannung einer elastischen Membran, auch wenn sie rings von einem Liquidum umgeben ist, ein Geräusch oder einen Ton hervorbringt.

Was ferner die Geräusche in den übrigen Theilen der Bluthahn betrifft, so haben wir kürzlich eine physikalische Untersuchung von Theodor Weber**) erhalten über die beim Strömen einer tropfbaren Flüssig-

---

*) Skoda, Ueber Auscultation und Percussion. Vierte Auflage. S. 173.
**) Archiv für physiol. Heilk. Jahrg. 14, Heft I.

keit in elastischen Röhren vorkommenden Schallerscheinungen. Durch die Resultate derselben, die ich im Folgenden der Hauptsache nach mittheilen werde, ist unter Anderem auch das bestätigt worden, was bereits früher auf ähnlichem Wege von Kiewisch*) gefunden war.

1. Die Geräusche entstehen, wie bereits oben angedeutet wurde, durch Schwingungen der Röhrenwand, nicht durch Reibung der Flüssigkeitstheilchen unter einander; die Flüssigkeit spielt nur die Rolle der erschütternden Körper, wie etwa ein Geigenbogen.

2. Röhre und Flüssigkeit mag beschaffen sein wie sie wollen; wenn man die Stromgeschwindigkeit immer mehr steigert, so entsteht zuletzt ein Geräusch, natürlich an allen Stellen, wenn die Röhre überall gleichartig ist.

3. In ein und derselben Röhre bringen dünnflüssige Liquida leichter (bei geringerer Geschwindigkeit) Geräusche hervor als zähflüssige, schwere leichter als leichte. Die untersuchten Flüssigkeiten folgten sich in dieser Beziehung daher in der Ordnung, dass am leichtesten Quecksilber Geräusche erzeugte, dann Wasser, Milch, verdünntes Blut und am allerschwersten reines Blut.

4. Rauhigkeiten an der inneren Röhrenfläche begünstigen die Entstehung eines Geräusches, so dass man es bereits bei einer geringeren Geschwindigkeit hört, als wenn die Röhre glatt wäre.

5. In dünnwandigen Röhren entstehen leichter Geräusche als in dickwandigen.

6. Bei gleichem Verhältnisse von Lumen und Wandstärke entstehen Geräusche leichter in weiten Röhren als in engen (wegen der grösseren Berührungsfläche).

7. Es bedarf einer viel grösseren Geschwindigkeit, um in starren Röhren (aus Glas oder Messing) Geräusche hervorzubringen, als in biegsamen (aus Kautschuk, Venenwand, Darmwand).

8. Am allerleichtesten entstehen Geräusche an solchen Stellen, wo der Strom aus einem engeren Theile seines Bettes in einen weiteren übergeht, und zwar ganz besonders dann, wenn er nicht central in die erweiterte Stelle eintritt, oder wenn er nicht in der Axe derselben verläuft, sondern schräg gegen ihre Wand gerichtet ist. Vermehrung oder Verminderung der Spannung scheint keinen namhaften Einfluss auf die hier betrachteten Erscheinungen zu haben.

Die Anwendungen auf Arterien- und Venengeräusche ergeben sich unmittelbar. Die besondere Häufigkeit eines Geräusches in der Jugularvene bei Anämischen findet hier auch in jedem Falle ihre Erklärung; denn ist, wie die Einen wollen, Dünnflüssigkeit des Blutes das Wesen der Anämie, so giebt uns die unter 3. angeführte Thatsache Aufschluss; besteht aber die Anämie in wirklicher Blutarmuth, so haben wir in Nr. 8. die Erklärung; denn es muss alsdann der Halstheil der Jugularvene zu-

*) Verhandl. der Würzburger physikalisch-medicinischen Gesellschaft. Bd. I.

sammenfallen und in den weiteren Brusttheil derselben eintreten, der ja vermöge seiner Lage und Umgebung nicht in entsprechendem Maasse zusammenfallen kann.

166 Dass im Respirationsorgane, wo beständig Luftmassen mit anderen Körpern in Berührung sich bewegen, die günstigsten Bedingungen zur Entstehung von Geräuschen gesetzt sind, ergiebt sich schon aus dem an die Spitze gestellten Satze, nach welchem Luft am leichtesten in schallende Bewegung geräth. Man sieht aber ferner auch sofort, dass hier die mannigfaltigsten Geräusche entstehen können, wo in der gesunden und kranken Lunge die Berührungsweisen der flüssigen und festen Körper mit dem vorbeistreichenden Luftstrom so überaus mannigfaltig sein können, und wo ferner noch bei dem Vorhandensein unzähliger Scheidewände und grösserer oder kleinerer, mehr oder weniger abgeschlossener Räume die einmal entstandenen Geräusche durch Reflexion und Resonanz in der mannigfaltigsten Weise modificirt werden müssen. Wollten wir uns in Betreff dieser normalen und krankhaften Athmungsgeräusche auf Einzelheiten einlassen, so würden wir uns in eine unerschöpfliche Casuistik verlieren, die selbst ein ganzes Buch füllte und in der That viele Bücher füllt.

Es könnte an dieser Stelle vielleicht noch eine physikalische Discussion des Instrumentes, mittelst dessen man in der Regel die soeben abgehandelten Geräusche beobachtet, erwartet werden — ich meine des Stethoskopes. Die Physik kann, so weit ich sehe, darüber nichts Anderes aussagen, als: im Allgemeinen wird jedesfalls die Schallintensität durch das Stethoskop geschwächt; die Modificationen der Form und Grösse innerhalb der üblichen Grenzen sind jedoch fast vollkommen gleichgültig. Hiermit stimmen die anerkannt ersten Autoritäten*) überein. Eine Modification, die kürzlich von L. Fick**) vorgeschlagen wurde, kommt mir in der That, von physikalischer Seite angesehen, empfehlenswerth vor, nämlich die, statt eine Platte ans Ohr zu legen, das konisch zugespitzte Rohr in den Gehörgang zu stecken. Dadurch wird offenbar der vollständige Abschluss des den Schall fortpflanzenden Luftraumes sehr erleichtert.

In allerneuester Zeit ist von Rudolf König***), dem bekannten Verfertiger akustischer Apparate, ein neues Stethoskop construirt, das allerdings mehr als das blosse Ohr zu leisten scheint. Ich habe mich durch eigene Anschauung und Prüfung von der Vortrefflichkeit des Instrumentes überzeugt. Es besteht aus folgenden Theilen: Ueber einen Holzring von etwa 5 Centimeter Durchmesser sind zwei Kautschuklamellen gespannt, so dass gleichsam eine flache Trommel entsteht. Die Luft im Innern derselben wird etwas verdichtet, so dass sich die beiden Kautschukblätter

*) Skoda l. c. S. 25 ff. **) Müller's Archiv 1855. ***) Pogg. Annal. 1864, Heft VII.

etwas gespannt vorwölben und die Trommel eine linsenartige Gestalt annimmt. Dies Stück ist fest eingesetzt in die offene Basis einer hohlen messingenen Halbkugel, so dass es dieselbe vollständig schliesst. Vom Pole der Halbkugel geht ein starker, beinahe armslanger Kautschukschlauch aus, der am andern Ende ein geeignetes Ansatzstück von Horn hat, das in den Gehörgang des Auscultirenden eingesetzt (nicht mit jener physikalisch unbegreiflichen Platte angelegt) wird. Die Luft des Gehörganges steht also durch den Kautschukschlauch in Communication mit der Luft im Innern der durch die vorhin beschriebene Linse geschlossenen Halbkugel. Die freie Fläche der Linse wird nun auf den zu auscultirenden Theil leicht angedrückt, während, wie gesagt, das Ansatzstück des Kautschukschlauches im Ohre des Auscultirenden steckt. Es geht schon aus dieser kurzen Beschreibung deutlich hervor, dass das neue Stethoskop vor dem bisher gebräuchlichen jedesfalls viel voraus hat in der Bequemlichkeit des Gebrauches, ganz abgesehen von den unvergleichlich überlegenen akustischen Leistungen. Vermöge der Biegsamkeit des langen Kautschukschlauches kann man die ganze Brust eines Kranken Punkt für Punkt durch auscultiren, ohne das Ohr von der Stelle zu bringen. Auch kann man ganz bequem seine eigenen Herztöne oder Respirationsgeräusche auscultiren, was gewiss die beste Uebung für den Anfänger bilden dürfte.

In Betreff der Percussionsgeräusche scheinen nach Skoda's Ver- 167
suchen folgende Sätze festzustehen: 1. Wird eine Luftmasse durch Anstoss an ihre feste Umgebung in Schallschwingungen versetzt, so ist der Schall um so heller (resp. lauter), je dünner die Schicht fester Substanz ist, durch welche die unmittelbare Erschütterung fortgepflanzt werden muss. Ist gar kein abgeschlossener Luftraum unter der unmittelbar gestossenen Stelle, so ist der Schall ganz gedämpft, kaum hörbar, was auch nach dem oben aufgestellten Principe zu vermuthen war, wonach in festen Körpern nicht so leicht Schallschwingungen entstehen als in gasförmigen. 2. Je grösser die durch den Stoss an die Wand erschütterte Luftmasse ist, desto voller klingt der Schall. Ich sehe von physikalischer Seite nichts, was dieser von Skoda aufgestellten Unterscheidung eingewandt werden könnte, obwohl sie von vielen Aerzten gänzlich verlassen ist. 3. Der Schall einer in biegsame Wände eingeschlossenen Luftmasse klingt tympanitisch, wenn dieselben wenig, nicht tympanitisch, wenn sie stark gespannt sind. Die Höhe eines dem Percussionsschalle etwa beigemengten musikalischen Tones scheint nach Skoda überall nicht sehr beachtenswerth, und stellt er darüber keine besonderen Regeln auf. Ueber einzelne besondere Modificationen des Percussionsschalles können wir uns hier aus den bereits mehrfach angegebenen Gründen nicht verbreiten.

FÜNFTER ABSCHNITT.

WÄRMELEHRE.

Erstes Kapitel.

Verbrennungswärme.

168 Die ergiebigste irdische Quelle der Wärme geben chemische Processe und besonders diejenigen, welche wir Verbrennungen nennen. Unter Anderem stammt auch die thierische Wärme aus dieser Quelle. Wenn wir die in der Einleitung (s. S. 5) angedeutete Anschauung vom Wesen der Wärme zu Grunde legen, können wir uns von der Wärmeerzeugung durch chemische Processe eine anschauliche Vorstellung machen, aus welcher die Grundgesetze dieses Vorganges unmittelbar abzuleiten sind.

Denken wir uns zwei Atome verschiedener Stoffe, die sich gegenseitig stark anziehen, d. h. die starke chemische Verwandtschaft zu einander haben, z. B. ein Wasserstoffatom und ein Sauerstoffatom. Folgen diese beiden Massen dem Zuge ihrer Anziehung und nähern sich einander, so werden sie nach Maassgabe der anziehenden Kraft und des durchlaufenen Raumes Geschwindigkeiten erlangen, wie ein Stein, welcher sich dem Anziehungscentrum der Erde nähert. Die so frei werdende lebendige Kraft wird nun im Allgemeinen nicht (wie beim fallenden Steine) in sichtbarer Bewegung merklich ausgedehnter Massen erscheinen. Unter den gewöhnlichen Bedingungen chemischer Verbindungen wird vielmehr die frei werdende lebendige Kraft die Form kleiner Oscillationen der ponderabelen Atome und ihrer Aetherhüllen annehmen, oder allenfalls die Form jener fortschreitenden Bewegung der Moleküle innerhalb der Masse, die wir als das Wesen des luftförmigen Aggregatzustandes bezeichnet haben. Alle diese Bewegungen sind aber nicht als solche wahrnehmbar,

sondern sie gehen sich nur mittelbar zu erkennen durch die Wirkungen, deren Ursache man mit dem Namen der Wärme bezeichnet hat. Es ist somit klar, wie durch die chemische Verbindung zweier einander anziehender Atome „Wärme“ frei werden muss, die übrigens während und nach dem chemischen Processe durch Strahlung und Leitung auf andere Körper übertragen werden kann.

Es ist ferner ersichtlich, dass bei der Verbindung eines Sauerstoffatomes mit einem Wasserstoffatom stets dieselbe Wärmemenge frei werden muss. In der That ist ja eine bestimmte Wärmemenge ein bestimmtes Maass lebendiger Kraft. Es muss aber dasselbe Maass lebendiger Kraft frei werden allemal, wenn zwei einander anziehende Körper von derselben anfänglichen Distanz zu derselben schliesslichen Distanz unter dem Einfluss ihrer anziehenden Kräfte gelangen, vorausgesetzt, dass die Intensität der anziehenden Kräfte allemal dieselbe ist, wenn also z. B. allemal ein Wasserstoff- und ein Sauerstoffatom betrachtet werden. Die eine Bedingung, dass nämlich das Atompaar von einer bestimmten Anfangsdistanz ausgeht, ist bei der chemischen Verbindung für die Entstehung einer bestimmten Wärmemenge in Wirklichkeit nicht einmal erforderlich. Die chemischen Anziehungskräfte nämlich, welche die Atome — wie wir uns vorzustellen haben — mit grosser Heftigkeit gegeneinander fahren machen und sie so in jene heftigen Schwingungen versetzen, die wir Wärme nennen, wirken mit merklicher Stärke nur in unmerklich kleinen Abständen, sowie einmal der Abstand merklich wird, kann man die Intensität der Anziehung ganz aus der Rechnung lassen. Man kann diesen Sachverhalt im Sinne der S. 9 definirten Bezeichnungsweise auch so ausdrücken: Durch Annäherung zweier Atome von noch so grosser chemischer Verwandtschaft wird der im System vorhandene Vorrath von Spannkräften nicht merklich gemindert, wenn diese Annäherung ganz im Bereiche messbarer Entfernungen liegt. Wenn ich z. B. ein Wasserstoffatom und ein Sauerstoffatom von 1 Meter Entfernung auf 1 Millimeter Entfernung bringe, so bleibt der Spannkraftsvorrath dieser Zusammenstellung ungemindert und wird daher bei dieser Annäherung keine lebendige Kraft (keine Wärme) frei. Die bei der Verbindung zweier Atome erzeugte Wärme muss also immer dieselbe sein, mag die ursprüngliche Entfernung derselben gross oder klein gewesen sein, wofern nur schliesslich die Entfernung *denselben* (unmerklich kleinen) Werth hat. Diese letztere Bedingung erfüllt sich nun bei chemischen Verbindungen immer von selbst, denn wir dürfen annehmen, dass im Moleküle der Verbindung die beiden Atome unter sonst gleichen Bedingungen immer in derselben mittleren Entfernung sind.

Was von einem einzelnen Atompaar gesagt worden, gilt natürlich 169
von jeder beliebigen Anzahl gleichartiger, d. h. von gleichen angebbaren Massen. Wir können also z. B. sagen, bei der Verbindung von 1 Gramm Wasserstoff mit der entsprechenden Menge, d. h. mit 8 Gramm Sauerstoff zu Wasser, wird stets dieselbe Wärmemenge frei, selbstverständlich ist

dabei vorauszusetzen, dass nicht andere Wirkungen bei dem Vorgange ausgeübt werden, auf welche ein Theil der lebendigen Kraft verwandt wird, dass mit anderen Worten die ganze frei werdende lebendige Kraft als Wärme erscheint.

So lässt sich für jeden verbrennlichen Körper eine bestimmte Zahl, die „Verbrennungswärme", bestimmen, die angiebt, wie viel Wärmeeinheiten erzeugt werden, wenn eine Gewichtseinheit des Körpers verbrennt. Als Wärmeeinheit gilt diejenige Wärmemenge, welche einer Gewichtseinheit Wasser zugeführt werden muss, um seine Temperatur von 0^0 auf 1^0 C. zu erhöhen. Die Zahl, welche die Verbrennungswärme misst, ist daher unabhängig von der Wahl der Gewichtseinheit, vorausgesetzt, dass man nur zur Messung der Menge des Körpers und zur Bestimmung der Wärmeeinheit dieselbe Gewichtseinheit benutzt.

170 Das Maass von lebendiger Kraft, welches wir soeben als Verbrennungswärme definirt haben, lässt sich nicht immer auf eine so einfache Anschauung zurückführen, wie wir sie vorhin an einem einzelnen Atompaare entwickelten. Einerseits ist zur Verbrennung mancher Stoffe mehr als ein Atom Sauerstoff erforderlich, z. B. zur Verbrennung des Kohlenstoffes zu Kohlensäure. In einem solchen Falle hätten wir in einer Zusammenstellung von drei Atomen den Verlust an Spannkräften zu bestimmen. Andererseits zeigt sich aber in der Verbrennungswärme nicht immer die gesammte lebendige Kraft, welche bei der Annäherung der einzelnen Sauerstoffatome an die einzelnen Atome des verbrannten Stoffes gebildet wird. Die Verbrennung des reinen Kohlenstoffes kann uns dafür schon als Beispiel dienen. Bei diesem Processe ist nämlich die Annäherung der Kohlenstoff- und Sauerstoffatome verbunden mit einer Entfernung der Kohlenstoffatome voneinander, denn das Product der Verbrennung ist gasförmig, es muss also ein Theil der lebendigen Kraft zur Ueberwindung der gegenseitigen Anziehung der Kohlenstoffatome unter sich verwandt werden. Die Verbrennungswärme des Kohlenstoffes ist demnach die lebendige Kraft, die durch die Verbindung entsteht, vermindert, um die Wärmemenge, welche nöthig wäre, um die Gewichtseinheit Kohlenstoffes in Dampf zu verwandeln. Wäre es möglich, den Kohlenstoff in luftförmigem Aggregatzustande darzustellen und so zu verbrennen, so würde man also offenbar eine höhere Verbrennungswärme erhalten, als die Verbrennung des festen Kohlenstoffes ergiebt.

Aehnliche Betrachtungen sind anzustellen, um von der Verbrennungswärme zusammengesetzter Körper Rechenschaft zu geben, wenn das zusammengesetzte Atom nicht als solches die Verbindung mit dem Sauerstoff eingeht, sondern seine Bestandtheile einzeln. Verbrennt beispielsweise eine Verbindung von Kohlenstoff und Wasserstoff zu Kohlensäure und Wasser, so wird ein Theil der entwickelten lebendigen Kraft verwandt werden müssen zur Ueberwindung der Anziehung zwischen Kohlenstoff und Wasserstoff, die ja eben durch die gedachte Verbrennung voneinander getrennt werden. Ist der Kohlenwasserstoff flüssig oder fest,

so geht noch ein anderer Theil der lebendigen Kraft darauf zu, die Bestandtheile in den luftförmigen Aggregatzustand zu bringen, in welchem die Verbrennungsproducte auftreten. Schon aus diesem einen Beispiele geht mit Evidenz hervor, dass sich die Verbrennungswärme einer Verbindung keineswegs aus der Verbrennungswärme der Bestandtheile berechnen lässt, was man früher allgemein annahm. Diese irrige Annahme, von Dulong zuerst entwickelt, ist unter dem Namen des Dulong'schen Gesetzes bekannt. Danach müsste z. B. die Verbrennungswärme aller nach dem einfachen Aeqnivalentverhältnisse (1 : 6) zusammengesetzter Kohlenwasserstoffe 11849 betragen, da eine Gewichtseinheit Wasserstoff 34462 nnd 6 Gewichtseinheiten Kohlenstoff 48480 Wärmeeinheiten hei der Verhrennnng liefern. Also müssten 7 Gewichtseinheiten der Verbindung 82942 und eine Gewichtseinheit eben 11849 Wärmeeinheiten hei der Verhrennnng liefern. Dies ist aber nicht der Fall. Zwar muss im Ganzen diee Maass von lehendiger Kraft entstehen, aber ein Theil davon kommt nicht als Wärme znm Vorschein, sondern wird während der Verhrennnng zur Trennung des Wasserstoffes vom Kohlenstoffe verwandt. Dieser Theil ist um so grösser, je inniger die Verbindung des Kohlenstoffes mit dem Wasserstoffe war. So gieht es heispielsweise einen flüssigen Kohlenwasserstoff, Metamylen (C_{40} H_{40}), der die Bestandtheile im einfachen Aequivalentverhältnisse enthält nnd dessen Verhrennungswärme = 10928 statt 11849 ist.

Noch verwickelter gestaltet sich die Betrachtung, wenn die verhren- 171
nende Verhindung unter ihren Bestandtheilen bereits Sauerstoff enthält. Vom Standpunkte des Dulong'schen Gesetzes erschien anch dieser Fall höchst einfach. Man dachte sich nämlich den in der Verhindung enthaltenen Sauerstoff hereits verhunden mit der äquivalenten Menge desjenigen Bestandtheils, zu dem der Sauerstoff die grösste Verwandtschaft hat. Diese Menge des betreffenden Bestandtheils liess man ganz ans der Rechnung. Man berechnete nun, wie viel Wärme hei der Verhrennnng des Restes der Bestandtheile gebildet wird, und glaubte damit die Verhrennungswärme der ganzen Verbindung zu hahen. Diese Annahme ist aber, wie schon ans der vorigen Betrachtung hervorgeht, theoretisch nicht gerechtfertigt, nnd sie ist anch dnrch die Erfahrung widerlegt. Znr weiteren Erläuterung der Sache wollen wir ein hestimmtes Beispiel betrachten. Denken wir uns einen Körper (aus der Gruppe der Kohlehydrate), der aus Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff im einfachen Aeqnivalentverhältnisse (6 : 1 : 8) zusammengesetzt wäre. 15 Gewichtseinhciten davon würden zu ihrer Verhrennung 16 Gewichtseinheiten Sanerstoff hrauchen, und wir wollen uns fragen, wie viel Wärme dabei frei wird. Nach dem Dulong'schen Gesetze wäre diese Frage leicht zn heantworten. Die eine Gewichtseinheit Wasserstoff sähe man an als hereits mit den 8 Gewichtseinheiten Sauerstoff zu Wasser verhunden. Die Bildung von Wasser trüge mithin gar nicht zur Verhrennungswärme bei. Die 6 Gewichtseinheiten Kohlenstoff gähen aber bei ihrer Verhindung mit Sanerstoff zn Kohlensänre

$6 \times 8080 = 48480$ Wärmeeinheiten, eben so viel Wärmeeinheiten müssten also die 15 Gewichtseinheiten unseres Kohlebydrates liefern, die Gewichtseinheit müsste also den funfzehnten Tbeil dieser Wärme liefern oder die Verbrennungswärme dieses Stoffes wäre $\frac{6}{15}$ von der des Kohlenstoffes, d. h. $= 3232$. Es ist nun aber offenbar nicht zulässig, den Wasserstoff in unserem Körper mit dem Sauerstoffe schon so eng verbunden anzusehen, wie er es im Wasser ist, und es wird also bei der Bildung von Wasser aus dem Kohlebydrat jedesfalls noch Wärme frei, wir wollen sie mit A bezeicbnen. Andererseits muss freilicb bei der Verbrennung des fraglicben Stoffes der Kohlenstoff ganz aus seiner bisberigen Verbindung gelöst werden, und dies kostet ein Quantum lebendiger Kraft, das wir mit B bezeichnen wollen. Die Verbrennungswärme des gedachten Kohlehydrats wird also sein $3232 + A - B$. Bei unserer gäuzlichen Unkenntniss über die Lagerung der Atome in den chemischen Verbindungen können wir nun durcbaus nicht zum Voraus wissen, ob die Wärmemenge A grösser oder kleiuer als B ist, also auch nicht, oh die wahre Verbrennungswärme grösser oder kleiner sein wird als der Werth, welcher sich nacb dem Dulong'schen Gesetze berechnet. Allerdings lässt sich in unserem Beispiele vermuthen, dass $A > B$ ist, weil die Verbrennungswärme des Wasserstoffes so enorm gross ist. Zur Gewisshcit kann man aber nur durch experimentelle Bestimmung der Verbrennungswärme der Verbindungen kommen. Das Experiment bestätigt übrigens im vorlicgenden Falle die ohige Vermnthung, indem sich die Verhrennungswärme des Zuckers z. B. viel grösser berausstellt, als nach Dulong's Gesetz zu berechnen wäre.

172 Als nothwendige Folgerung aus dem Principe der Erhaltung der Kraft kann nocb folgender Satz aufgestellt werden: Wenn eine Verbrennung auf verschiedenen Wegen möglich ist, so ist die dabei gebildete Wärmemenge von dem Wege unabhängig; sie bängt lediglich ab von den Anfangs- nnd Endzuständen der Körper, durchaus nicht von den Zwischenstufen, welche die Körper durchlaufen. Dieser Satz ist für die Lebre von der thierischen Wärme von ausserordentlicher Bedeutung, wie sich aus den Beispielen sogleicb ergeben wird, die zur Erläuterung des Satzes beigebracht werden sollen. Um zunächst ein allereinfachstes Beispiel zu hilden, denken wir uns eine Gewichtseinheit Kohlenstoff einmal verbrannt direct zu Kohlensäure, dann aber denken wir uns eine Gewichtseinheit Kohlenstoff anfänglich hloss zu Kohlenoxyd oxydirt und hernacb dieses Gas durch Aufnahme eines weiteren Atoms Sauerstoff zu Koblensäure verbrannt. Das Princip der Erhaltnng der Kraft fordert: die bei dem letzten aus zwei getrennten Acten bestehenden Processe gebildete Wärmemenge ist gleich der Wärmemenge, welche beim erstgedachten Processe in einem Acte gebildet wird, d. h. die Wärmcmenge, welcbe hei Verhrennung einer Gewichtseinheit Kohlenstoff zu $3^2/_3$ Gewichtseinheiten Kohlensäure entsteht, ist gleich einer Summe, deren erster Summand die Wärmemenge ist, die bei Oxydation einer Gewichtseinheit Kohle zu Kohlenoxyd

entsteht, deren zweiter Summand die Wärmemenge ist, welche entsteht, wenn sich $2^1/_3$ Gewichtseinheiten Kohlenoxyd mit $1^1/_3$ Gewichtseinheiten Sauerstoff zu $3^2/_3$ Gewichtseinheiten Kohlensäure verbindet. Es wird offenbar durch Anwendung dieses Principes möglich, die bei gewissen Processen gebildete Wärmemenge zu bestimmen, die sich experimentell gar nicht bestimmen lässt. Z. B. können wir ermitteln, wie viel Wärme bei Oxydation einer Gewichtseinheit Kohle zu Kohlenoxyd gebildet werden muss. Man braucht nur von der Verbrennungswärme der Kohle zu Kohlensäure diejenige (experimentell bestimmbare) Wärmemenge abzuziehen, die bei Verbrennung von $2^1/_3$ Gewichtseinheiten Kohlenoxyd frei wird.

Als zweites Beispiel mag uns der Zucker dienen. Verbrennen wir 173
eine Gewichtseinheit Zucker in heller Flamme zu Kohlensäure und Wasser. Dabei wird eine gewisse Wärmemenge frei, wir wollen sie Z nennen. Wir können aber die Gewichtseinheit Zucker auch auf eine andere Weise in Kohlensäure und Wasser verwandeln. Wir lassen nämlich den Zucker zuerst gähren und verbrennen hernach den gebildeten Alkohol. Bei der Gährung einer Gewichtseinheit Zucker wird nun eine gewisse Wärmemenge (G) frei werden und bei der Verbrennung der aus der Gewichtseinheit Zucker gebildeten Alkoholmenge wird wieder eine gewisse Wärmemenge (A) frei werden. Unser Princip verlangt, dass $Z = G + A$ ist. Von dieser Gleichung könnten wir nun wieder Gebrauch machen zur Berechnung der schwer bestimmbaren Gährungswärme, wenn wir die Verbrennungswärme des Zuckers und des Alkohols bestimmt hätten. Aus der letzteren könnte man nämlich zunächst A leicht berechnen, indem ja die Chemie lehrt, wie viel Alkohol aus einer Gewichtseinheit Zucker entstehen kann. Die Differenz $Z - A$ ist nun die Gährungswärme G. Beiläufig mag hier bemerkt sein, dass der experimentell bestimmte Werth der Verbrennungswärme des Zuckers auch einen schlagenden Beweis gegen die Richtigkeit des Dulong'schen Gesetzes liefert. Ein Gramm Traubenzucker ($C_{12}H_{14}O_{14}$) giebt 0,455 Gramm Alkohol und diese erzeugt bei ihrer Verbrennung 3268 Wärmeeinheiten. Nach Dulong's Gesetz sollte aber ein Gramm Traubenzucker direct vollständig verbrannt nur 2938 Wärmeeinheiten liefern, da es nur $\frac{4}{11}$ Gramm Kohlenstoff enthält. Die wahre Verbrennungswärme des Traubenzuckers muss aber doch offenbar den Werth 3268 noch um den ganzen Betrag der Gährungswärme übertreffen.

Aehnliche Betrachtungen wie über die Verbrennung des Zuckers las- 174
sen sich anstellen über die Verbrennung der verwickelten eiweissartigen Verbindungen. Wenn diese bei hoher Temperatur und genügender Sauerstoffzufuhr geschieht, so sind die Endproducte Kohlensäure, Wasser und Ammoniak. Die Wärmemenge, welche auf diese Weise von einem Gramm Eiweiss geliefert wird, wollen wir mit E bezeichnen. Im thierischen Organismus schreitet die Oxydation der Eiweisskörper nicht bis zu diesem

Punkte vor, nur ein Theil des darin enthaltenen Kohlenstoffes und Wasserstoffes tritt in der Form von Kohlensäure und Wasser aus der Verbindung, ein anderer Theil dieser Stoffe bleibt mit Stickstoff und Sauerstoff zu complicirteren Molekülen verbunden, unter denen insbesondere der Harnstoff wichtig ist. Bei dieser unvollständigen Verbrennung kann daher nicht jedes Gramm Eiweiss die Wärmemenge E entbinden. Offenbar muss aber diese Wärmemenge wieder herauskommen, wenn man zu der bei der unvollkommenen Verbrennung erzeugten Wärmemenge (sie mag T genannt werden) diejenige hinzufügt, welche noch entsteht, wenn man die von einem Gramm Eiweiss als Harnstoff etc. zurückbleibenden Reste auch noch vollständig zu Kohlensäure, Wasser und Ammoniak verbrennt. Bezeichnen wir diese letztere Wärmemenge, die sich leicht experimentell bestimmen liesse, mit H, so haben wir die Gleichung $E = T + H$ oder $T = E - H$. Man könnte also durch Rechnung finden, wie viel Wärme bei der Umsetzung jedes Grammes Eiweiss im Thierkörper entstehen muss, wenn man die Verbrennungswärme des Eiweisses (E) kennte und ausserdem wüsste, wie viel Wärme (H) entsteht bei der vollständigen Verbrennung des aus einem Gramm Eiweiss stammenden Harnstoffes etc.

175 Es wurde im Vorhergehenden immer nur der specielle Fall der Oxydation als Wärmequelle betrachtet, aber es giebt, wie sich von selbst versteht und wie auch Eingangs angedeutet ist, noch eine grosse Anzahl anderer chemischer Processe, bei denen Wärme entstehen muss. Man kann ganz im Allgemeinen sagen, Wärme wird bei allen chemischen Processen frei, bei welchen der Spannkraftsvorrath vermindert wird. Dies giebt jedoch keine anschauliche Vorstellung. Eine solche erhält man eher durch den freilich nicht vollkommen bestimmten und erschöpfenden Ausdruck: Wärme wird bei allen den chemischen Processen frei, bei welchen sich Stoffe verbinden, die grosse chemische Verwandtschaft zueinander haben. So wird z. B. sehr viel Wärme frei, wenn sich Wasserstoff mit Chlor verbindet, oder wenn sich ein Metall mit Chlor oder mit Brom oder mit sonst einem elektronegativen Element verbindet. Ferner wird Wärme frei, wenn sich ein basisches Metalloxyd mit einer Säure zu einem Salze verbindet.

Bei allen Verbindungen gelten natürlich auch die Gesetze, welche oben für den speciellen Fall der Oxydationen entwickelt wurden. Es wird namentlich ganz allgemein für jede Gewichtseinheit eines in die bestimmte Verbindung eingehenden Stoffes eine und dieselbe Wärmemenge frei. Ferner: Die Wärmemenge, welche bei einem zusammengesetzten Processe frei wird, ist gleich der Summe der Wärmemengen, welche bei den einzelnen Stadien des Processes entstehen würden, wenn man dieselben getrennt vor sich gehen liesse. Um dies zweite wichtige Gesetz an noch einem Beispiele zu erläutern, nehmen wir an, wir hätten 1 Gramm Zink in verdünnter Schwefelsäure gelöst, so dass Zinkvitriollösung entstanden wäre. Hierbei sei eine Wärmemenge $= W$ frei geworden. Der fragliche Process besteht aus folgenden Einzelprocessen: Erstens, es hat sich

1 Gramm Zink mit der äquivalenten Menge Sauerstoff zu Zinkoxyd verbunden. Zweitens ist aber der Sauerstoff von Wasser geliefert worden, es musste also eine äquivalente Menge Wasser zersetzt werden. Drittens, das gebildete Zinkoxyd hat sich mit Schwefelsäure verbunden. Beim ersten und beim dritten dieser Processe wird Wärme gebildet, beim zweiten wird Wärme verbraucht. Unser Gesetz sagt also aus, dass $W = Z - A + V$ sein muss, wenn wir die Verbrennungswärme des Zinkes mit Z bezeichnen; wenn wir ferner A diejenige Wärmemenge nennen, welche bei Verbrennung einer zu 1 Gramm Zink äquivalenten Wasserstoffmenge frei wird, welche mithin zur Zersetzung der entsprechenden Wassermenge verbraucht wird; wenn wir endlich unter V diejenige Wärmemenge verstehen, die bei Verbindung einer 1 Gramm Zink enthaltenden Zinkoxydmenge mit Schwefelsäure frei wird. Die vorstehende Gleichung, deren Richtigkeit a priori gewiss ist, kann benutzt werden, um die Grösse Z zu berechnen, welche nicht so leicht direct zu beobachten ist. Die Wärmemenge W kann nämlich sehr leicht durch kalorimetrische Versuche ermittelt werden. Ebenso ist die Grösse V leicht direct zu bestimmen und die Grösse A hat man, wenn man die Verbrennungswärme des Wasserstoffes kennt. Auf die Wärmewirkungen bei Aenderung der Aggregatzustände braucht in dieser Betrachtung keine Rücksicht genommen zu werden, weil, wenn die Theilprocesse einzeln vor sich gehen, dieselben Aenderungen der Aggregatzustände eintreten, wie beim Gesammtprocesse.

Es giebt übrigens auch Verbindungen, bei deren Entstehung nicht 176
Wärme frei, sondern gebunden wird. Diese Verbindungen müssen dann Composizioni
bei ihrer Trennung in die Bestandtheile freie Wärme liefern. Eine solche endotermiche
Verbindung wird sich natürlich nicht leicht direct aus ihren Bestandtheilen
bilden, dagegen wird sie leicht bei irgend einer molekularen Erschütterung in ihre Bestandtheile zerfallen. Es scheint auf den ersten Blick schwierig, sich eine Vorstellung zu bilden, die von diesem Verhalten Rechenschaft giebt. Fassen wir ein concretes Beispiel ins Auge. Das Stickstoffoxydul (NO) ist z. B. eine Verbindung der fraglichen Art. Die Existenz dieser Verbindung ist der augenscheinliche Beweis dafür, dass ein Sauerstoffatom und ein Stickstoffatom einander anziehen, und es scheint daher, es müsse beim Entstehen dieser Verbindung auch Wärme, d. h. lebendige Kraft, frei werden, da ja Entstehen der Verbindung nichts anderes bedeutet, als dass die Anziehung in einer gegenseitgen Annäherung zur Wirkung kommt. Nun hat man sich aber nach den neuerdings gefundenen merkwürdigen Thatsachen vorzustellen, dass ein Molekül freien Sauerstoffes aus zwei Atomen (einem Ozon- und einem Antozonatom) besteht, die zwar an sich gleichartig, aber mit einem elektrischen Gegensatze behaftet sind. Diese müssen sich erst von einander trennen, wenn das eine derselben sich mit einem Stickstoffatom verbinden soll. Die Bildung eines Moleküles Stickoxydul besteht also aus zwei Processen, deren einer die Scheidung des Sauerstoffmoleküls lebendige Kraft kostet, deren anderer die Verbindung des einen Sauerstoffatomes mit dem Stickstoffatome allerdings

nnzweifelhaft lebendige Kraft, d. h. Wärme, frei macht. Aber offenbar ist das letztere Quantum von Wärme kleiner, als das, welches zur Trennung des Sauerstoffmoleküles verbraucht wird, daher wird im Ganzen zur Bildung des Stickoxydulmoleküles Wärme verbraucht, und umgekehrt, bei seiner Spaltung wird Wärme frei, weil hei diesem Processe allemal die abgespaltenen Sauerstoffatome sich wieder paarweise zu gewöhnlichen Sanerstoffmolekülen verbinden.

Numerische Angaben über die bei verschiedenen Processen gebildeten Wärmemengen finden sich im zweiten Bande, sowie in anderen ausführlichen Lehrbüchern der Physik.

Zweites Kapitel.

Vom mechanischen Aequivalent der Wärme.

177 Wir sind hier von vorn herein von einer Vorstellung über das Wesen der Wärme ausgegangen, welche dieselhe nur als eine besondere Form der Bewegung erscheinen lässt, so dass ein gewisses Quantum von Wärme nur ein anderer Ausdruck für ein gewisses Quantum von lebendiger Kraft ist. Auf dem Standpunkte dieser Anschauungsweise kann man von vornherein nicht erwarten, dass die gesammte in der Welt vorhandene Wärmemenge eine constante Grösse sei. Vielmehr ist klar, dass der Wärmevorrath abnehmen muss, wenn entweder der Vorrath an lebendiger Kraft in anderen Formen (z. B. Massenbewegung) oder der Vorrath an gethaner Arbeit (Spannkraftsvorrath nach Helmholtz) zunimmt, und dass der Wärmevorrath zunehmen muss, wenn der Vorrath an gethaner Arbeit oder an lebendigen Kräften in anderen Formen kleiner wird. Denn das Princip der Erhaltung der Kraft fordert eben, dass die Gesammtsnmme des Vorrathes an Spannkräften nnd lebendiger Kraft eine constante Grösse ist, nicht aber, dass jeder einzelne Posten in dieser Snmme constant ist.

Man spricht daher von Verwandlung der Wärme in Arbeit und umgekehrt. Die im vorigen Kapitel betrachtete Entstehung der Wärme bei chemischen Processen ist eigentlich schon ein solcher Fall einer Verwandlnng von Arbeit in Wärme, denn die chemische Spannkraft zwischen den unverbundenen Elementen kann angesehen werden — nnd wir haben es in der Darstellung gethan — als eine vorräthige Arbeitsgrösse, die bei der Annäherung der Elemente in der Verbindung verbraucht wird; so wie ein hoch oben schwebendes Gewicht eine Arbeitsgrösse repräsentirt, welche verbrancht wird, wenn das Gewicht herabsteigt. Gewöhnlich meint man aber mit dem Ausdrucke „Verwandlnng der Wärme in Arbeit“ oder „von Arbeit in Wärme“ dass durch Verbranch von Wärme, eine

Arbeit im Sinne der technischen Mechanik geleistet wurde, respective dass durch Verwendung von Arbeit in diesem Sinne Wärme erzeugt wurde, mit anderen Worten, dass durch Verbrauch von Wärme Lasten gehoben (oder Massen bewegt) sind und umgekehrt. Die Lehre von den Vorgängen dieser Art, dio ursprünglich von Mayer in Heilbronn begründet ist, hat in neuerer Zeit dnrch die Untersuchungen von Joule, Clausius und Anderen einen hohen Grad von Ausbildung erlangt. Man pflegt diese Lehre gegenwärtig die mechanische Wärmetheorie zu nennon. Ihre Grundsätze sind znr Beurtheilung physiologischer Vorgänge von ausserordentlicher Wichtigkeit.

178 Der erste Grundsatz der mechanischen Wärmetheorie ist der Grundsatz der Aequivalenz von Wärme und Arbeit. Er ist nur ein besonderer Fall des allgemeineren Grundsatzes der Erhaltung der Kraft. Der Satz der Aequivalenz von Wärme nnd Arbeit lässt sich so fassen: Es kann durch Verbrauch von Wärme Arbeit geleistet, und es kann durch Aufwand von Arbeit Wärme erzeugt werden, wobei stets die Grösse der einen der Grösse der andern proportional ist. Es muss sich daher eine Zahl angeben lassen, welche ansdrückt, wie viel Arbeitseinheiten durch Verbrauch einer Wärmeeinheit geleistet werden können, oder umgekehrt, wie viel Arbeitseinheiten aufgewandt werden müssen, um eine Wärmeeinheit zu erzeugen. Diese Zahl, das „mechanische Aequivalent der Wärme" genannt, muss, wofern die Voraussetzungen dor mechanischen Wärmetheorie richtig sind, eine und dieselbe sein, der Vorgang, durch welchen Wärme in Arbeit oder Arbeit in Wärme verwandelt wurde, mag sein welcher er will. Man hat nun hei verschiedenen derartigen Vorgängen das mechanische Aequivalent der Wärme experimentell zu bestimmen gesucht, und es ist klar, dass die Uebereinstimmung der auf verschiedenen Wegen gefundenen Werthe untereinander eine Bestätigung für die Richtigkeit der Voraussetzungen der mechanischen Wärmetheorie ist. Es sei gleich hier bemerkt, dass in der That die verschiedensten Versuchsweisen sehr annähernd gleiche Werthe für die gesuchte Zahl ergeben haben, deren Mittel ungefähr 430 ist, wenn wir unter Wärmeeinheit diejenige Wärmemenge verstehen, welche erforderlich ist, um ein Kilogramm Wasser von 0^{0} auf 1^{0} der hunderttheiligen Scala zu erwärmen und unter der Arbeitseinheit die Arbeit von 1 Kilogrammmeter. Es versteht sich von selbst, dass die Zahl eine andere werden würde, wenn man andere Einheiten der Wärme und Arbeit wählte.

179 Der in Rede stehende Grundsatz wird selbst anschaulicher und klarer werden, wenn wir einige der Verfahrungsweisen betrachten, die man zur Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme angewandt hat. Soll eine solche Verfahrungsweise ein zuverlässiges Ergebniss liefern, so muss dahei vor Allem folgender Umstand berücksichtigt werden. Wenn die Wärme unter Vermittelung von Zustandsänderungen eines Körpers Arbeit leistet, so geschieht dies in der Regel nach zwei Richtungen hin gleichzeitig, einmal nämlich überwindet die Wärme äussere Kräfte, welche

in messharer Grösse auf den Körper einwirken (eine drückende Last etc.) zu gleicher Zeit aber muss sie auch die Kräfte überwinden, welche zwischen den Theilchen des Körpers selbst wirksam sind. Der erstere Theil der Arbeit, die „äussere", ist im gegebenen Falle leicht numerisch zu bestimmen. Die Ueberwindung der inneren Molekularkräfte ist aber ebenfalls eine Arbeitsleistung der Wärme, deren Betrag nicht ausgewerthet werden kann, da wir die überwundenen Kräfte gar nicht kennen. Der Gesammtbetrag der von der Wärme geleisteten Arbeit ist also keineswegs in allen Fällen wirklich zu ermitteln, und es sind daher nicht alle Fälle, wo Wärme in Arbeit verwandelt wird, geeignet, das mechanische Aequivalent der Wärme zu bestimmen. Wollen wir umgekehrt das mechanische Aequivalent der Wärme bei einem Processe ermitteln, wo Wärme durch Arbeit entsteht, so muss ein Fall ausgewählt werden, wo von der verbrauchten Arbeit keinerlei andere Wirkungen ausgeübt werden, wie etwa bleibende Aenderungen der ins Spiel kommenden Körper oder heftige Bewegungen ganzer Massen etc. Es würde also beispielsweise principiell falsch sein, wollte man das mechanische Aequivalent der Wärme berechnen aus der beim Hämmern eines Eisenstückes mit Aufwand einer bestimmten Arbeit erzeugten Wärme, denn hier rührt offenbar ein Theil der entstandenen Wärme gar nicht her von der äusseren Arbeit, sondern von der durch die bleibende Verdichtung des Eisens verlorenen inneren Arbeit.

180 Ein Vorgang dagegen, welcher sich zur Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme eignet, ist die Reibung von Flüssigkeiten, denn hier darf man sicherlich die bleibenden Veränderungen der angewandten Körper getrost aus der Rechnung lassen. Joule hat in der That zweierlei Bestimmungen des mechanischen Aequivalentes der Wärme auf Messung der bei Reibung von Flüssigkeiten erzeugten Wärmemenge gegründet. Die eine ist folgendermassen ausgeführt: Ein Schaufelrad kann sich in einem gegen Wärmeverlust möglichst geschützten Wasserbehälter drehen. Es wird in Bewegung gesetzt unter Vermittelung von Schnüren durch ein sinkendes Gewicht von bekannter Grösse, etwa wie die Räder einer schwarzwälder Uhr. Ist nun in einem Versuche dies Gewicht um eine gemessene Anzahl von Längeneinheiten gesunken, so weiss man wie viel Arbeit verwandt worden ist, indem man diese Anzahl von Längeneinheiten multiplicirt mit der Anzahl von Gewichtseinheiten, welche das sinkende Gewicht beträgt. Um bestimmte Vorstellungen zu haben, wollen wir annehmen, das Gewicht betrüge 50 Kilogramm und es wäre um $2{,}76^{m}$ gesunken. Die verbrauchte Arbeit wäre alsdann 138 Kilogrammmeter. Wäre diese Arbeit auf das Gewicht selbst verwandt worden, d. h. wäre dasselbe frei gefallen durch den Raum von $2{,}76^{m}$, so hätte es eine bedeutende lebendige Kraft erlangt. Es wäre nämlich den Fallgesetzen gemäss mit einer Geschwindigkeit von mehr als 7^{m} unten angekommen. Beim Sinken an der Schnur unseres Apparates kam aber das Gewicht mit kaum merklicher Geschwindigkeit unten an, so dass man

seine erlangte lebendige Kraft ganz aus der Rechnung lassen kann. Die verbrauchte Arbeit ist demnach hier offenbar nicht zur Bewegung des Gewichtes selbst verwandt worden, sie ist vielmehr unter Vermittelung der Maschinentheile, und zwar insbesondere unter Vermittelung der Reibung des Wassers an dem rasch gedrehten Schaufelrade zur Erwärmung des Wassers in dem Behälter verwandt. Ein daselbst aufgestelltes Thermometer giebt hiervon Rechenschaft. Sofern nun hier durch die verbrauchte Arbeit eben gar keine andere merkliche Wirkung ausgeübt ist, als die Erwärmung des Wassers, so kann man die erzeugte Wärmemenge, die nach den Principien der Calorimetrie zu bestimmen ist, der verbrauchten Arbeit äquivalent setzen. Joule fand auf diese Weise durch Versuche mit Wasser, dass die Wärmeeinheit, d. h. diejenige Wärmemenge, welche dazu gehört 1 Kilogramm Wasser von 0° auf 1° der hundertheiligen Scala zu erwärmen, äquivalent ist einer Arbeit von 425 Kilogrammmetern. Versuche derselben Art, in welchen nur Quecksilber an die Stelle von Wasser gesetzt war, ergaben fast genau dieselbe Zahl, nämlich 426 Kilogrammmeter. Die kleine Abweichung ist offenbar die Folge der unvermeidlichen Versuchsfehler.

Für die Physiologie von besonderem Interesse sind die Versuche 181
Joule's über Wärmeerzeugung durch Reibung von Flüssigkeiten beim Strömen in Röhren, denn diese Art der Wärmeerzeugung findet im Blutgefässsystem der Thiere fortwährend Statt. Leider hat Joule die fraglichen Versuche nie ausführlich veröffentlicht *), sondern er hat nur das numerische Endergebniss, das von den vorerwähnten nicht viel abweicht, gelegentlich mitgetheilt. Wir können daher die Verfahrungsweise Joule's nicht angeben, sondern nur die Principien, nach denen bei solchen Versuchen überhaupt zu verfahren wäre. Vor Allem wäre also die beim Strömen in gegebener Zeit aufgewandte Arbeit zu bestimmen. Dies könnte in ähnlicher Weise geschehen, wie wir weiter oben (s. S. 122 u. flgd.) die Herzarbeit bestimmt haben. Man hätte nämlich erstens den Druck am Anfange der Strombahn zu messen und als Höhe einer Säule von der strömenden Flüssigkeit selbst (in Meters) auszudrücken. Diese Längengrösse, multiplicirt mit dem Gewichte der während der gewählten Beobachtungszeit vorübergeströmten Flüssigkeitsmenge, drückt die am Röhrenanfange auf den Strom verwendete Arbeit aus. Davon ist aber abzuziehen die Arbeit, welche am Ende der Stromhahn von der Flüssigkeit geleistet wird. Sie berechnet sich ebenso als Product der am Ende der Röhre herrschenden Druckhöhe in das Gewicht der vorbeigeströmten Flüssigkeitsmenge. Die verlorene Arbeit ist also das Gewicht der vorbeigeströmten Flüssigkeitsmenge multiplicirt mit der Differenz des Druckes zu Anfang und zu Ende des Rohres. Diese Arbeit ist für die Bewegung der Flüssigkeit verloren, da

*) Im zweiten Bande sowie auch in anderen Lehrbüchern der Physik befindet sich die irrthümliche Angabe, dass die fragliche Untersuchung Joule's im 23. Bande des Philosophical magazin stehe.

sie dieselbe nicht beschleunigt hat. Sie hat nur die Widerstände überwunden, muss also in Form von Wärme zum Vorschein kommen. Um das mechanische Aequivalent der Wärme zu berechnen, müsste daher zweitens noch die während der Beobachtungszeit in der Strombahn gebildete Wärmemenge gemessen werden. Dies ist principiell sehr einfach und leicht. Denken wir uns nämlich, der ganze Apparat, die zufliessende Wassermasse und die ganze Umgebung hätten anfänglich dieselbe Temperatur. Dann wird eben vermöge der Verwandlung von Arbeit in Wärme, das Wasser sich beim Strömen erwärmen. Ein Theil der gebildeten Wärme wird unterwegs vom Stromrohre aus schon wieder an die Umgebung abgegeben werden, ein anderer Theil wird dem Wasser verbleiben, so dass es schliesslich eine höhere Temperatur hat, als beim Zufliessen. Diese beiden Wärmemengen wären zu addiren und ihre Summe wäre das Aequivalent der verlorenen Arbeit. Es scheint leicht, die beiden genannten Wärmemengen zu bestimmen, allein bei näherer Ueberlegung bieten sich doch mancherlei Schwierigkeiten. Wie Joule dieselben überwunden hat, können wir leider nicht angeben und wollen daher nicht auf nähere Details eintreten.

Schlagen wir die zur Erhaltung des Aortenkreislaufes im menschlichen Körper nöthige Arbeit so an, wie es oben geschehen ist, so kämen auf 24 Stunden über 40000 Kilogrammmeter, was nach den im vorigen Paragraphen angegebenen Zahlen einer Wärmemenge von beinahe 100 Einheiten äquivalent ist. Es würden also durch die blosse Reibung des Blutes in den Bahnen des Körperkreislaufes täglich beinahe 100 Wärmeeinheiten frei, d. h. eine Wärmemenge, die genügte, die Temperatur des Körpers um mehr als einen Grad zu erhöhen.

182 Zu sehr nahe gleichen Werthen des mechanischen Aequivalents der Wärme ist man gekommen durch Beobachtung von Vorgängen, in welchen umgekehrt durch Verbrauch von Wärme Arbeit geleistet wird. Man muss aber alsdann, wie oben schon hervorgehoben wurde, einen Fall auswählen, in welchem die ganze geleistete Arbeit als mechanische im engeren Sinne des Wortes, d. h. als äussere Arbeit der Messung zugänglich wird, und in welchem nicht ein namhafter Bruchtheil der geleisteten Arbeit in der Zustandsänderung des Körpers selbst besteht, der die Umsetzung der Wärme in Arbeit vermittelt. Am einfachsten gelangt man zu diesem Ziele, wenn man mit Hülfe eines vollkommenen Gases Wärme in Arbeit verwandelt. Es ist nämlich eine wohlerwiesene Thatsache, dass bei den Zustandsänderungen der Gase gar keine inneren Kräfte ins Spiel kommen. Dieser Sachverhalt wurde schon im Eingange in den hypothetischen Ausdruck gebracht, dass die Gasmoleküle weder anziehende noch abstossende merkliche Wirkungen aufeinander ausüben. Insbesondere ist durch eigene Versuche (von Joule) erwiesen, dass es bei der Ausdehnung eines Gases keine Arbeit kostet, die Gasmoleküle voneinander zu entfernen, dass vielmehr dazu nur insofern Arbeit erforderlich ist, als dabei ein äusserer Widerstand überwunden wird. Hieraf ist nun die einfachste Methode, das mechanische Aequivalent der Wärme zu bestimmen, gegründet.

Man braucht nämlich nur zu ermitteln, wie viel mehr Wärme es kostet, eine gegebene Gasmasse um eine bestimmte Anzahl von Graden zu erwärmen, während sie sich, einen äusseren Widerstand überwindend, ausdehnt, als sie um dieselbe Anzahl von Graden zu erwärmen, ohne dass sie sich ausdehnen kann. Jenes Mehr von Wärme, das bei jener Art der Erwärmung verbraucht wird, ist äquivalent der dabei geleisteten Arbeit und diese ist leicht anzugeben, da sie eben bloss in der Ueberwindung des äusseren leicht messbaren Widerstandes gegen die Ausdehnung entsteht, denn die Entfernung der Gasmoleküle voneinander erfordert, wie gesagt, keinen Kraftaufwand. Ein Beispiel in Zahlen wird die Sache anschaulich machen. Denken wir uns 1,293 Kilogramm atmosphärischer Luft. Sie nehmen bei 0° C. und einer Atmosphäre (= 760^{mm} Quecksilber) Spannung den Raum von 1 Cubikmeter ein. Denken wir uns jetzt erstens diese Luftmenge unter den gedachten Bedingungen in ein Gefäss mit starren Wänden eingeschlossen, so dass es sein Volum nicht ändern kann, und von 0° auf 100° erwärmt. Die so erwärmte Luft hat nunmehr eine höhere Spannung, was übrigens für unsern gegenwärtigen Zweck ohne Interesse ist. Zu dieser Erwärmung gehören $100 \times 1{,}293 \times 0{,}1686 = 21{,}9$ Wärmeeinheiten. Die specifische Wärme der Luft für constantes Volum, d. h. die Wärmemenge, welche nötbig ist 1 Kilogrm. Luft bei constantem Volum um 1° zu erwärmen, ist nämlich = 0,1686. Jetzt denken wir uns zweitens die 1,293 Kilogrm. Luft bei 0° und einer Atmosphäre Spannung eingeschlossen in ein 1 Cubikmeter haltendes Gefäss, welches jedoch eine bewegliche Wand hat Es sei beispielsweise cylindrisch, und die eine bewegliche Wand sei die eine kreisförmige Grundfläche mit 1 □Meter Oberfläche. Der Cylinder muss mithin anfangs eine Höhe von 1 Meter haben. Auf dieser Oberfläche laste fortwährend der atmosphärische Druck, er kommt für 1 □Meter einem Gewichte von 10330 Kilogramm gleich. Nun führen wir der eingeschlossenen Luft Wärme zu. Sie wird sich jetzt, da die eine Wand des Cylinders beweglich ist, ausdehnen, und zwar so, dass stets bei der jeweiligen Temperatur ihre Spannung den 10330 Kilogrammen Gleichgewicht hält. Es wird sich alsdann finden, dass der Luft unter diesen Umständen $100 \times 1{,}293 \times 0{,}2377 = 30{,}7$ Wärmeeinheiten zugeführt werden müssen, um ihre Temperatur von 0° auf 100° zu steigern, denn die specifische Wärme der Luft für constanten Druck ist = 0,2377. Da wir nun aus dem ersten Versuche wissen, dass die blosse Erwärmung von 1,293 Kilogrm. Luft von 0° auf 100° nur 21,9 Wärmeeinheiten kostet, so muss das Mehr von Wärme, d. h. $30{,}7 - 21{,}9 = 8{,}8$ Einheiten, beim zweiten Versuche in Arbeit verwandelt sein Es gilt also jetzt die dabei geleistete Arbeit in der gewöhnlichen Arbeitseinheit auszudrücken. Zu diesem Zwecke brauchen wir nur noch den Ausdehnungscoefficienten der Luft zu kennen. Er ist bekanntlich $= \frac{1}{271}$, d. h. irgend eine Luftmasse dehnt sich durch Temperaturerhöhung um 1° C. unter constant bleibendem Drucke um den

271 sten Theil desjenigen Volums aus, welchen diese Luftmasse unter demselben Drucke bei 0° einnimmt. Unsere 1,293 Kilogrm. Luft werden also am Ende des zweiten Versuches statt 1 Cubikmeter $1 + \frac{100}{271}$ Cubikmeter einnehmen. Die Luft hat also bei ihrer Erwärmung die bewegliche Wand des Cylinders um $\frac{100}{271}$ Meter verschoben, und da dieser Verschiebung eine Kraft von 10330 Kilogrammen entgegenwirkte, hat sie eine Arbeit geleistet von $\frac{100}{271} \times 10330 = 3811$ Kilogrammmetern. Diese Arbeit ist also äquivalent 8,8 Wärmeeinheiten, d. h. einer Wärmeeinheit sind $\frac{3811}{8,8} = 433$ Kilogrammmeter äquivalent, ein Resultat, das von den auf umgekehrtem Wege erzielten wenig verschieden ist.

183 Am sichersten von jedem principiellen Einwand würde ein Versuch zur Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme dann sein, wenn man den Körper, durch dessen Vermittelung Wärme in Arbeit oder Arbeit in Wärme verwandelt wird, zu Ende wieder genau in seinen Anfangszustand zurückbrächte, wenn man ihn — wie es Clausius passend bezeichnet — einen Kreisprocess durchmachen liesse. In einem solchen Falle könnte natürlich das Bedenken gar nicht erhoben werden, dass allfällig ein Theil der verschwundenen Wärme oder der verbrauchten Arbeit zur Zustandsänderung des fraglichen Körpers verwandt worden sei. Zwar sind bis jetzt noch keine wirklichen experimentellen Bestimmungen des mechanischen Aequivalentes der Wärme auf derartige Kreisprocesse gegründet worden. Ihre Betrachtung ist aber theoretisch so wichtig, dass wir noch einen Augenblick dabei verweilen wollen.

Ein höchst einfacher Kreisprocess ist z. B. folgender, wir denken uns eine Gasmasse, eingeschlossen in einer für Wärme absolut undurchdringlichen Hülle. Sie hat zu Anfang eine Temperatur t_0 und ein Volum v_0. Sie wird unter diesen Umständen einen gewissen Druck p_0 ausüben. Jetzt bringen wir, indem wir einen Theil der Hülle wegnehmen, an dieser Stelle einen Körper A mit dem Gase in Berührung, der ein unerschöpfliches und absolut gut leitendes Wärmemagazin von der Temperatur t_0 darstellt. In Wirklichkeit ist dies zwar nicht herzustellen, aber man kann es sich doch denken; auch würde wohl in der That eine grosse Metallmasse, die dem Gase eine recht grosse Berührungsfläche bietet, einigermaassen den an den Körper A gestellten Anforderungen genügen. Indem wir uns gleichzeitig einen Theil der die Gasmasse umschliessenden Wände beweglich denken (etwa wie einen Kolben in einem Cylinder), wird sich jetzt das Gas ausdehnen. Der dabei eintretende Wärmeverlust wird dem Gase in jedem Augenblicke durch den Körper A ersetzt, das Gas behält also trotz der Ausdehnung seine Temperatur t_0 bei, dagegen sinkt seine Spannung, gemäss dem Mariotte'schen Gesetze, mit der Zunahme des Volums.

Wir brechen jetzt in einem willkürlich gewählten Augenblicke diesen Act ab, indem wir den Körper A wegnehmen und an seine Stelle wieder eine für Wärme undurchdringliche Partie der Hülle einsetzen. Die Ausdehnung des Gases lassen wir noch weiter fortschreiten. Da aber jetzt der durch arbeitende Ausdehnung des Gases bedingte Wärmeverlust nicht mehr von anderswoher ersetzt wird, so wird sich in diesem zweiten Acte das Gas abkühlen. Die Abkühlung sei fortgeschritten bis zur Temperatur t_1 (die also niedriger sein muss als t_0, übrigens aber willkürlich gewählt werden darf). Die Spannung des Gases war in diesem zweiten Acte noch tiefer gesunken. Jetzt lassen wir einen dritten Act beginnen, indem wir ein unendlich geräumiges und absolut leitendes Wärmereservoir B von der Temperatur t_1 mit dem Gase in Berührung setzen. Gleichzeitig drücken wir das Gas durch äusseren Kraftaufwand zusammen. Es steigt die Spannung des Gases und es wird Wärme gebildet; diese aber wird jeden Augenblick von dem Körper B aufgenommen, so dass eine Steigerung der Temperatur über t_1 hinaus nicht zu Stande kommen kann. Diesen dritten Act dürfen wir nun nicht in einem willkürlich gewählten Augenblicke abbrechen, sondern in einem ganz bestimmten, der so zu wählen ist, dass, wenn wir den gleich zu beschreibenden vierten Act vornehmen, das Gas wieder mit dem Volum v_0 auf die Temperatur t_0 kommt. Der vierte Act besteht aber darin, dass wir den Körper B entfernen, die Hülle des Gases wieder für Wärme undurchdringlich machen und es durch äusseren Kraftaufwand auf das Anfangsvolum v_0 zusammendrücken. Da bei diesem Acte keine Wärme nach aussen geleitet werden kann, so wird sich die Temperatur von t_1 an steigern, und man kann es selbstverständlich durch Verfügung über den Umfang des dritten Actes allemal so einrichten, dass die Erwärmung gerade in dem Augenblicke den Grad t_0 erreicht, wenn das Volum wieder v_0 geworden ist, dann ist also auch der Druck wieder p_0. Wir haben also jetzt das Gas einen Kreisprocess durchmachen lassen.

Bei dem beschriebenen Processe hat sich nun in der Gasmasse selbst schliesslich gar nichts verändert, da es eben ein Kreisprocess war. Zu Ende wie zu Anfang nimmt die Gasmenge das Volum v_0 ein, hat die Temperatur t_0 und übt mithin wieder den Druck p_0 aus. Ausserhalb aber sind bleibende Veränderungen eingetreten. Es ist nämlich erstens im Ganzen äussere Arbeit geleistet worden, da die Ausdehnung der Gasmasse durchweg mit höherem Drucke erfolgte, als die Zusammendrückung. Die letztere hat also nicht soviel Arbeit gekostet, als bei der Ausdehnung geliefert worden ist. Durch geeignete Veranstaltungen wäre es also möglich gewesen, dass irgend eine Last am Ende unseres Kreisprocesses höher läge, als am Anfang, dass also eine in Kilogrammmeter ausdrückbare Arbeit geleistet wäre. Zweitens hat der Körper A Wärme verloren und der Körper B hat Wärme gewonnen. Die von A verloreue Wärmemenge muss offenbar grösser sein, als die von B gewonnene. Es muss mit anderen Worten im Ganzen Wärme verschwunden sein, denn sonst wäre die Arbeit aus Nichts

entstanden. Es wird sogar offenbar ganz bestimmt der Ueberschuss der von A abgegebenen Wärmemenge über die von B empfangene, d. h. die gänzlich verschwundene, Wärmemenge genau gleich dem Aequivalent der geleisteten Arbeit sein. Die übrige von A abgegebene Wärmemenge ist einfach während des Processes von A auf B übergegangen, d. h. sie ist übergegangen von einem wärmeren auf einen kälteren Körper. Dies war bei dem Kreisprocesse nicht zu vermeiden, denn wir sahen ja den Körper B, dessen Temperatur t_1 war, während des dritten Actes Wärme aufnehmen, die offenbar nicht aus dem Wärmevorrathe der Gasmasse stammen kann, da dieser am Ende des Processes noch gerade so gross war, wie zu Anfang. Diese Wärmemenge muss also auch von dem Körper A stammen, dessen Temperatur t_0 höher als t_1 war.

184 So sind wir denn auf den zweiten Grundsatz der mechanischen Wärmelehre geführt worden, der von Clausius zuerst ausgesprochen und begründet worden ist. Wir können ihn allgemein zunächst so ausdrücken: Wenn bei einem Kreisprocesse ein gewisses Quantum Wärme in Arbeit verwandelt worden ist, so muss nothwendig gleichzeitig ein gewisses anderes Quantum von Wärme von einem wärmern auf einen kälteren Körper übertragen sein. Das zweite Wärmequantum kann jede beliebige Grösse haben, die einen gewissen im gegebenen Falle angebbaren Werth übersteigt. Dieses Minimum von Wärme, was mindestens von einem wärmeren Körper auf einen kälteren übergehen muss, wenn ein gegebenes Wärmequantum durch einen Kreisprocess in Arbeit verwandelt werden soll, hängt von verschiedenen Umständen ab, erstens von der in Arbeit zu verwandelnden Wärmemenge selbst, zweitens von der Temperatur, bei welcher diese Verwandlung geschieht, drittens von den Temperaturen der Hülfskörper, zwischen welchen der Wärmeübergang geschieht. Den allgemeinen Charakter der fraglichen Abhängigkeit können wir so ausdrücken: Es muss um so mehr Wärme mindestens aus einem wärmeren Körper A zu einem kälteren Körper B übergehen, erstens je mehr Wärme in Arbeit verwandelt werden soll, zweitens bei je niederer Temperatur diese Verwandlung geschieht, drittens je niedriger die Temperatur von A und je höher die Temperatur von B ist*).

Es versteht sich ganz von selbst, dass eben nur das Minimum der

---

*) Eine einfache mathematische Formel fasst diese drei Sätze zusammen und giebt auch noch den Zusammenhang der in Rede stehenden Grössen bestimmt quantitativ an. Diese Formel ist $Q\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)=\frac{Q'}{T'}$, wo Q die Wärmemenge bedeutet, welche mindestens vom wärmeren Körper A, dessen absolute Temperatur T_1 ist, auf den kälteren Körper B von der absoluten Temperatur T_2 übertragen werden muss, wenn die Wärmemenge Q' bei der absoluten Temperatur T' in Arbeit verwandelt werden soll. Unter absoluter Temperatur ist bekanntlich zu verstehen die Temperatur, gerechnet vom absoluten Nullpunkt, der bei -271^0 der 100theiligen Scala liegt.

Wärme, das mindestens von A nach B übergehen muss, eine bestimmte Grösse sein kann; denn bei dem allgemeinen Bestreben der Wärme, ganz von selbst von wärmeren auf kältere Körper überzugehen, kann bei jedem Processe noch nebenher ein ganz beliebiges Quantum von Wärme diesen Weg gehen, ohne zur Erzeugung der Arbeit beizutragen. In allen wirklich ausführbaren Processen greift dieser nutzlose Wärmeübergang stets unvermeidlich Platz. So geht bei einer Dampfmaschine stets viel mehr Wärme vom Herd auf kältere Körper über, als an und für sich nothwendig wäre, um die Erzeugung der geleisteten Arbeit aus Wärme zu ermöglichen.

Wenn in einem Kreisprocesse wirklich nur das absolut nothwendige 185
Minimum des Wärmeüberganges stattfinden soll, dann muss es so eingerichtet sein, wie wir oben fingirten. Es muss namentlich das Wärmereservoir, welches die Wärme an den sich ausdehnenden Körper liefert, und das Wärmereservoir, welches die bei der Zusammendrückung jenes Körpers entstehende Wärme aufnimmt, genau die jeweilige Temperatur dieses Körpers selbst haben. Wenn diese Bedingung erfüllt ist, dann ist der Kreisprocess „umkehrbar". In der That hätten wir den ganzen oben beschriebenen Process auch in entgegengesetzter Richtung durchmachen können. Wir hätten nämlich die Gasmasse zuerst ohne Wärmezufuhr sich ausdehnen lassen müssen, bis sie zur Temperatur t_1 abgekühlt gewesen wäre, hierauf in Berührung mit B sich weiter ausdehnen lassen. Hierauf hätten wir sie ohne Wärmeentziehung zusammendrücken müssen, bis sie auf die Temperatur t_0 gekommen wäre, und dann in Berührung mit dem Körper A zum ursprünglichen Volum zusammendrücken. Hätten wir den Process so gemacht, so hätte die Zusammendrückung des Gases mehr Arbeit gekostet, als seine Ausdehnung leistete. Es wäre demnach jetzt im Ganzen äussere Arbeit verbraucht worden. Andererseits hätte aber der Körper B Wärme abgegeben, der Körper A Wärme aufgenommen. Es wäre also bei diesem Processe Wärme von einem kälteren Körper (B) zu einem wärmeren (A) übergegangen.

Dies ist die Kehrseite des oben aufgestellten zweiten Grundsatzes der mechanischen Wärmelehre. Man kann den Satz so formuliren: Wenn Wärme von einem kälteren auf einen wärmeren Körper übertragen werden soll, so muss eine gewisse Arbeit verwandt werden; und es lässt sich auch ganz bestimmt angeben, wie gross diese mindestens sein muss, um eine gegebene Wärmemenge von einem Körper, dessen Temperatur gegeben ist, auf einen andern, dessen höhere Temperatur ebenfalls gegeben ist, überzuführen. Oder es lässt sich angeben, wie viel Wärme höchstens vom kälteren auf den wärmeren Körper durch eine gegebene Arbeit gebracht werden kann. Dass bei dem Processe weniger Wärme als dies Maximum vom kälteren zum wärmeren Körper übergeben könne, versteht sich wiederum von selbst, da ja von der durch Arbeit übergeführten Wärme ein Theil wieder auf den kälteren Körper von selbst zurückgegangen sein kann.

186 Die vorstehenden Folgerungen können auch noch von einem andern Gesichtspunkte aus gezogen werden, der mehr auf das innere Wesen des Herganges gerichtet ist. Wir können vor Allem einen Grundsatz hervorhehen, der an sich einleuchtend und auch oheu schon eigentlich stillschweigend voransgesetzt ist: die Kraft, mit welcher die Wärme einen der Ausdehnnng des warmen Körpers entgegenstehenden Widerstand zu überwinden strebt, ist um so grösser, je höher die Temperatur des Körpers ist, der Widerstand mag hestehen iu dem vou anssen wirkeuden Drucke fremder Körper oder in der Anziehung der Theilchen des warmen Körpers zu einander oder in beiden zugleich. Erfolgt daher ein bestimmtes Maass von Ausdehnung bei höherer Temperatur, so kann dahei mehr Arbeit geleistet werden, als wenn dasselbe Maass von Ausdehnung bei niederer Temperatur erfolgt. Ebenso wird zu einer bestimmten Zusammendrückung bei höherer Temperatur mehr Arbeit erfordert als hei niederer.

Hieraus geht hervor, wenn ein Kreisprocess äussere Arbeit zur Folge haben soll, muss er nothweudig so eingerichtet sein, dass die Ausdehnnngen hei höhcrer Temperatur stattfinden als dic Zusammendrückungen, denn nnr so ist es möglich, dass die (bei den Ausdehnungen) *geleistete* Arheit grösser ist als die (zu den Zusammendrückungen) *verhrauchte*, da ja das Maass der sämmtlichen Ausdehnungen dem der sämmtlichen Zusammendrückungen hei einem *Kreisprocesse* gleich sein muss. Es ist fernerhin ohne Weiteres klar, dass mindestens eine der schliesslich geleisteten äusseren Arbeit äqnivalente Wärmemenge dem Körper während der Ausdehnungen vou aussen her zugeführt sein muss. Es ist aber auch klar, dass der Körper hei den Zusammendrückuugeu nothwendig Wärme nach aussen ahgeben muss, denn wäre dies nicht der Fall, so müsste in jedem Augenhlicke der Zusammendrückungen die Temperatur des Körpers mindestens ehen so hoch sein als in einem entsprechenden Augenhlicke der Dehnungen, was der Voraussetzung widerspricht. Es folgt daher, dass der Körper während der Dehnungen *mehr* Wärme anfgenommen haben muss, als jene der schliesslich geleisteten äusseren Arheit äqnivaleute Menge, denn sonst enthielte ja der Körper schliesslich weniger Wärme als Anfangs, was der Voranssetzung eines *Kreisprocesses* widersprechen würde. Es mus also während eines Kreisprocesses, der Arheit znr Folge hat, uothwendig ein gewisses Quantum von Wärme von dem die Arheit vermittelnden Körper während der Ausdehnungen von anssen anfgenommen und während der Znsammendrückungen nach aussen ahgegeben sein.

Wir fügen nnn als zweiten Grundsatz den hinzu: *Wärme kann überhaupt nur aus einem wärmeren Körper in einen kälteren übergehen.* In der That, wie sollten auch die Molekularbewegungen eines Aggregates beschleunigt werden durch Bewegungsaustausch mit einem andern Aggregate, dessen Molekularbewegungen selbst keine grössere Geschwindigkeit hesässen. Solcher Bewegungsaustausch ist aher das,

Digitized by Google

was man Wärmeleitung nennt. Sie kann also nur stattfinden von einem Körper höherer Temperatur (mit schnelleren Molekularbewegungen), zu einem Körper niederer Temperatur (mit langsameren Molekularbewegungen). Dahingegen ist es selbstverständlich, dass die Molekularbewegungen in einem Körper jederzeit beschleunigt werden können durch Aufwand mechanischer Arbeit, sie mögen schon an sich noch so schnell sein, d. h. es kann bei jeder beliebigen Temperatur Arbeit in Wärme verwandelt werden.

Der soeben entwickelte Grundsatz ergiebt für unseren Kreisprocess die Folgerung: die während der Ausdehnungen von aussen her aufzunehmende Wärme muss von einem Körper (A) geliefert werden, dessen Temperatur mindestens so hoch ist, als die Temperatur des die Arbeit vermittelnden Körpers während seiner Ausdehnungen ist; und die während der Zusammendrückungen nach aussen abzugebende Wärme kann nur abgegeben werden an einen Körper (B), dessen Temperatur höchstens so hoch sein darf, als die Temperatur des vermittelnden Körpers zur Zeit seiner Zusammendrückungen. Da nun diese letztere Temperatur niedriger ist, als jene bei den Ausdehnungen, so muss die Temperatur des Körpers A, der die Wärme liefert, nothwendig höher sein, als die Temperatur des Körpers B, der die Wärme aufnimmt, d. h. es muss bei einem Kreisprocesse, der äussere Arbeit zur Folge hat, Wärme aus einem Körper (A) höherer Temperatur zu einem Körper (B) niederer Temperatur übergehen.

Wenn man den Process in umgekehrter Richtung vor sich gehen lässt, so giebt umgekehrt — wie man leicht sieht — der kältere Körper Wärme her und der wärmere Körper A nimmt Wärme auf. Es wird aber alsdann zu den Zusammendrückungen des vermittelnden Körpers, weil sie jetzt bei höheren Temperaturen erfolgen, mehr äussere Arbeit verbraucht, als bei den Ausdehnungen geleistet wird. Das Endresultat des ganzen Kreisprocesses ist also ein Verbrauch von äusserer Arbeit. Man überzeugt sich demnach auch so wieder ganz allgemein, dass durch Verwendung äusserer Arbeit, d. h. durch Verwandlung von äusserer Arbeit, in Wärme bei einem Kreisprocesse eine gewisse Wärmemenge von einem kälteren Körper auf einen wärmeren übergeführt werden kann. Dies ist kein Widerspruch gegen unseren Grundsatz, dass keine Wärme von einem kälteren zu einem wärmeren Körper übergehen könne, denn der Uebergang ist in unserem gegenwärtigen Falle kein directer. Genauer gesprochen wird ja die Wärme, welche auf den wärmeren Körper übergeht, erst in dem Augenblicke des Ueberganges durch Arbeit erzeugt*).

*) Für diejenigen Leser, welchen die mathematische Zeichensprache geläufig ist, will ich die vorstehend nur ungefähr angedeuteten Sätze in strengerer Form entwickeln. Ich werde mich dabei wesentlich an den von Clausius in seinen berühmten Abhandlungen über mechanische Wärmetheorie anschliessen. Ich werde jedoch einen Satz, den Clausius als Folgerung aus seinen Betrachtungen erscheinen lässt, als Voraussetzung gebrauchen. Dieser Satz lautet dahin, dass die

187 Das Princip der Aequivalenz von Wärme und Arbeit kann auch in solchen Fällen angewandt werden, wo andere bewegende Agentien als nur eben freie Wärme und mechanische Druckkräfte im Spiel sind, inso-

---

wahre specifische Wärme eines Körpers eine von seiner Temperatur und seinem Aggregatzustande unabhängige Constante ist, und zwar wäre der Werth dieser Constanten gleich der specifischen Wärme des Körpers im vollkommenen Gaszustande bei constantem Volum. Erschiene die specifische Wärme des Körpers in anderen Zuständen grösser, so hätte man sich vorzustellen, dass ein Theil der Wärme, die ihm bei einer gegebenen Temperaturhöhung zugeführt werden muss, zu „innerer" Arbeit verwandt sei. Allerdings ist es misslich, einen solchen Satz, der den bisher in der Physik geläufigen Vorstellungen schnurstracks widerspricht, einer grundlegenden Betrachtung zur Voraussetzung zu geben. Da dieselbe aber dadurch an Einfachheit und Uebersichtlichkeit ausserordentlich gewinnt, so dürfte sie doch vielleicht manchem Leser willkommen sein. Ueberdies ist die ganze Deduction wenigstens für den Fall vollkommener Gase ganz streng. Wenn das Axiom zulässig ist, dass die bewegende Kraft der Wärme der absoluten Temperatur proportional ist, dann muss es für jeden Körper eine gewisse Function seines Volums geben, deren Differential für eine unendlich kleine Zustandsänderung des Körpers, multiplicirt mit der dabei statthabenden absoluten Temperatur und einem constanten Factor, die bei dieser unendlich kleinen Zustandsänderung geleistete (äussere und innere) Arbeit darstellt. Ein negatives Vorzeichen entspricht natürlich einer verbrauchten Arbeit. Wir wollen diese Function die „Disgregation" nennen und mit Z bezeichnen. Man bemerkt, dass das Differential der Disgregation etwas Analoges ist wie die unendlich kleine Wegstrecke, längs welcher eine Kraft wirkt; denn nach unserem Axiom ist ja die absolute Temperatur, multiplicirt mit dem constanten Factor, die hier in Betracht kommende Kraft. Für den Fall eines permanenten Gases ist die Function Z leicht darstellbar. Hier wird bei einer Zustandsänderung lediglich äussere Arbeit geleistet, welche $= p\,dv$ ist, wo p den äusseren Druck bedeutet; man hat also $k\,T.dZ = p\,dv$, wenn wir die absolute Temperatur mit T bezeichnen. Nun ist aber bekanntlich $p = R\,\frac{T}{v}$, wo R eine gewisse Constante bezeichnet, und man hat also $k\,dZ = R\,\frac{dv}{v}$, d. h. $Z = Const.\,log\,v$.

Es muss also für ein beliebiges unendlich kleines Stadium einer Zustandsänderung irgend eines Körpers die Gleichung gelten $k\,T.dZ = dL$, wenn wir mit dL die in diesem Stadium geleistete unendlich kleine Arbeit bezeichnen. dL können wir aber ausdrücken durch die Wärmemenge dQ, welche bei dieser Zustandsänderung verschwindet; wir brauchen sie bloss mit dem mechanischen Aequivalent der Wärme, das mit a bezeichnet sein mag, zu multipliciren. Es ist daher $k\,T\,dZ = a\,dQ$ oder $\frac{k}{a}\,dZ = \frac{dQ}{T}$. Nach den gemachten Annahmen ist jede in Arbeit verwandelte Wärmemenge positiv, jede aus Arbeit entstandene Wärmemenge negativ zu rechnen. Es handle sich nun um einen Kreisprocess, dann ist offenbar die Summe aller dZ der Null gleich, d. h. $\int dZ = 0$, wenn die Integration über den ganzen Verlauf des Kreisprocesses ausgedehnt wird, mithin ist ebenso $\int \frac{dQ}{T} = 0$.

Nun sei der Kreisprocess ein umkehrbarer. Er muss alsdann aus abwechselnd auf einander folgenden (endlichen oder unendlich kleinen) Stadien von zweierlei Arten bestehen. In einem Stadium der einen Art ändert der Körper seine Temperatur nicht, indem ihm jedes in Arbeit verwandelte Wärmedifferential sofort aus-

fern die Wärmeeinheit einmal als bequemstes Maass aller Kraftvorräthe (lebendiger und Spannkräfte) eingeführt ist. Ein für die Physiologie besonders interessanter Fall derart ist die galvanische Kette, sei es für

---

einer unerschöpflichen Wärmequelle von gleicher Temperatur ersetzt (resp. entzogen) wird. In einem Stadium der zweiten Art bestreitet der Körper den Verlust an Wärme, die in Arbeit verwandelt wird, lediglich aus seinem eigenen Vorrath. In einem solchen Stadium ist also $T = cQ$, wo c eine Constante, Q die gesammte im Körper enthaltene Wärmemenge ist. Für ein einzelnes solches Stadium ist also $\int_{Q_n}^{Q_{n+1}} \frac{dQ}{T} = \frac{1}{c}\int_{Q_n}^{Q_{n+1}} \frac{dQ}{Q} = log\, Q_{n+1} - log\, Q_n$. Im Anfange des nächstfolgenden Stadiums dieser zweiten Art ist aber offenbar $Q = Q_{n+1}$, denn das zwischenliegende Stadium der ersten Art ändert nichts an T und mithin an Q. Das über das fragliche Stadium ausgedehnte Integral ist also $log\, Q_{n+2} - log\, Q_{n+1}$. Man sieht leicht, dass die Summe aller Integrale, welche sich auf Stadien der zweiten Art beziehen, sein muss:

$$- log\, Q_n + log\, Q_{n+1} - log\, Q_{n+1} + log\, Q_{n+2} \ldots - log\, Q_{n+m-1} + log\, Q_{n+m},$$

wenn im Ganzen m solcher Stadien vorkommen. Es folgt aber aus dem Begriffe des Kreisprocesses, dass alsdann $Q_{n+m} = Q_n$ ist, und folglich ist die Summe dieser Integrale $= 0$. Es muss demnach die Summe aller der Integrale, welche sich auf Stadien der ersten Art beziehen, ebenfalls für sich gleich Null sein. Während dieser Stadien wird aber alle in Arbeit verwandelte Wärme von aussen aufgenommen (resp. alle aus Arbeit entstandene Wärme nach aussen abgegeben), und es wird andererseits nur während dieser Stadien der ersten Art Wärme von aussen aufgenommen. Die Wärmedifferentiale, sofern sie sich auf diese Stadien beziehen, können wir daher geradezu ansehen als die Differentiale der mit anderen Körpern ausgetauschten Wärme, und zwar bedeutet das + Zeichen eine Wärmeaufnahme, das — Zeichen Wärmeabgabe. Es gilt demnach für jeden umkehrbaren Kreisprocess die Gleichung $\int \frac{dQ}{T} = 0$, wenn unter dQ die unendlich kleine Wärmemenge verstanden wird, welche in einem Element des Processes bei der Temperatur T aufgenommen (resp. abgegeben) wird. Diese Gleichung ist aber der Clausius'sche Satz.

Beachten wir, dass während eines Stadiums der ersten Art die Temperatur constant bleibt, so ergiebt sich, dass die Gleichung $\int \frac{dQ}{T} = 0$, unbeschadet der Allgemeinheit, auch so geschrieben werden kann: $\sum_{n=1}^{n=m} \left(\frac{Q_n}{T_n}\right)$, wenn unter Q_n die während des $n$ten Stadiums der ersten Art aufgenommene Wärme bedeutet und T_n die während dieses Stadiums herrschende absolute Temperatur, und wenn m Stadien der ersten Art im Processe vorkommen. Mit dieser Gleichung muss zugleich noch die bestehen $\sum_{n=1}^{n=m} (Q_n) = \frac{L}{a}$, wo L die im ganzen Kreisprocesse geleistete Arbeit bedeutet und a das mechanische Aequivalent der Wärme (= 430 Kilogrammmeter). Einzelne Fälle lassen sich jetzt leicht übersehen. In dem S. 188 behandelten Falle kommen z. B. zwei Stadien der ersten Art, sei nun T_0 die absolute Temperatur des Körpers A und Q_0 die von ihm auf die Gasmenge übertragene Wärme, sei ferner T_1 die absolute Temperatur des Körpers B, und Q_1 die an ihn von der Gasmenge übergegangene Wärme. Mit Berücksichtigung der getroffenen Verabredung über die Zeichen hätten wir also zu setzen

sich, sei es in Verbindung mit elektromagnetischen Bewegungsmaschinen. Dieser Fall ist in neuerer Zeit von Favre und Silbermann auch zur experimentellen Bestätigung des Principes der Erhaltung der Kraft angewandt worden.

Eine Gewichtseinheit Zink in verdünnter Schwefelsäure lösen, heisst den Spannkraftsvorrath um ein gewisses Quantum vermindern. Es muss also bei diesem Processe ein entsprechendes Quantum lebendiger Kraft (Wärme) erzeugt werden, resp. an einer andern Stelle des Raumes ein entsprechender Spannkraftsvorrath angehäuft werden. Nimmt man die Lösung des Zinkes ohne Weiteres in einem Gefässe vor, so wird die dem verbrauchten Spannkraftsvorrath äquivalente Wärmemenge ganz an Ort und Stelle frei.

Anders gestaltet sich die Sache, wenn wir das Zink während seiner Auflösung die Rolle des positiven Metalles in einer galvanischen Kette spielen lassen. Es sei eine Daniell'sche Kette. Dann kommt erstens noch ein neuer chemischer Process hinzu, nämlich es wird eine der gelösten Zinkmenge äquivalente Kupfermenge niedergeschlagen. Wir können aber leicht, wenn die Verbrennungswärme der beiden Metalle u. s. w. bekannt ist, berechnen, welches Wärmequantum dem zusammengesetzten Processe entspricht. Wir wissen nun, dass in einer geschlossenen galvanischen Kette in der gesammten Strombahn überall Wärme frei wird, diese ganze Wärme muss offenbar der verlorenen chemischen Spannkraft entsprechen. Jetzt kann also nicht die gesammte Wärme an Ort und Stelle, wo die chemischen Processe stattfinden, frei werden, sondern ein Theil davon wird im Schliessungsdrahte frei. Das Verhältniss beider Theile kann willkürlich abgeändert werden, da die im Leitungsdrahte entstehende Wärme ceteris paribus dem Widerstande in demselben proportional ist. Wenn daher viel Widerstand im Leitungsdrahte ist, so muss ein grosser Bruchtheil der gesammten Wärme in demselben frei werden und dafür weniger an Ort und Stelle der chemischen Processe. Ist dagegen der Widerstand im Schliessungsdraht nur klein, so wird verhältnissmässig wenig Wärme in ihm frei und viel in den Zellen der Kette. Diese Folgerung der Theorie ist genau quantitativ durch Versuche bestätigt.

188 Schaltet man in den Schliessungsbogen der Kette Wasser zwischen Platinelektroden ein, so wird es zersetzt, d. h. ein neuer Spannkraftsvorrath angehäuft. Nach dem Principe der Erhaltung der Kraft kann alsdann überhaupt nicht eine dem Zinkverbrauch entsprechende Wärmemenge im ganzen Apparate frei werden, sondern es muss so viel davon in Ausfall kommen, als sich durch Verbrennung des freigewordenen Wasserstoffes

---

$$\frac{Q_0}{T_0} - \frac{Q_1}{T_1} = 0 \text{ oder } Q_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right) = \frac{Q_0 - Q_1}{T_0};$$

$Q_0 - Q_1$ ist aber in der That die bei der Temperatur T_0 bleibend in Arbeit verwandelte Wärmemenge, so dass sich die in der Anmerkung Seite 190 gegebene Gleichung bestätigt.

wieder erzeugen liesse. Auch diese Folgerung ist experimentell genau bestätigt.

Endlich können wir auch den Strom unserer galvanischen Kette durch elektromagnetische Vorrichtungen senden, welche im Stande sind, mechanische Arbeit zu verrichten, d. h. Gewichte zu heben oder dergleichen. Drücken wir hier die bei einem gewissen Zinkverbrauch geleistete Arbeit in der äquivalenten Wärmemenge aus und addiren sie zu der gesammten im Apparate als solche frei werdenden Wärmemenge, so muss genau die Wärmemenge herauskommen, welche an Ort und Stelle entstehen würde, wenn wir die in der galvanischen Kette vorgegangenen chemischen Processe ohne Stromerzeugung vorgehen liessen. Mit anderen Worten, wenn unter Vermittelung eines galvanischen Stromes Arbeit geleistet wird, so wird in dem Apparate nicht ganz so viel Wärme frei, als den chemischen Processen in der galvanischen Kette entspricht, sondern so viel weniger, als das Aequivalent der geleisteten Arbeit beträgt. Man könnte demnach einen Versuch dieser Art wiederum benutzen, um das mechanische Aequivalent der Wärme zu bestimmen. Man braucht nur den Zinkverbrauch in der Kette zu ermitteln, daraus die entsprechende Verbrennungswärme zu berechnen; ferner die gesammte frei werdende Wärme calorimetrisch zu bestimmen. Sie findet sich kleiner als die berechnete Verbrennungswärme. Die Differenz muss der in der betrachteten Zeit gethanen Arbeit äquivalent sein. Dividirt man also die Anzahl von Kilogrammmetern, welche die geleistete Arbeit beträgt, durch die Anzahl von Wärmeeinheiten, welche die gefundene Differenz beträgt, so hat man eine neue Bestimmung des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit. Solche Bestimmungen sind in der That ausgeführt und sie ergeben Zahlen, die nur sehr wenig von den anderen Bestimmungen des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit abweichen.

Drittes Kapitel.

Physikalische Principien der thierischen Wärmeökonomie.

Die Wärmeökonomie des thierischen Körpers ist offenbar eines der 189
wichtigsten und interessantesten Probleme der Physiologie. Das theoretische Interesse liegt hauptsächlich in der Frage, ob der thierische Körper wie die unorganische Natur dem Gesetze der Erhaltung der Kraft unterworfen ist, d. h. in besonderer Anwendung, ob die chemischen Processe im thierischen Körper gerade so viel Wärme erzeugen, wie sie ausserhalb desselben vorgenommen erzeugen würden. Es könnte scheinen, als wäre diese Frage experimenteller Entscheidung gar nicht zugänglich, weil wir nicht im Stande sind, ausserhalb des thierischen Körpers genau

dieselben chemischen Processe vorgehen zu lassen, welche sich in ihm ereignen. Das hindert uns aber keineswegs, da es für die Wärmebildung (wie S. 178 u. flgd. gezeigt ist) durchaus nicht auf den Hergang während des Processes, sondern nur auf die Endproducte ankommt. Wir haben sogar oben schon absichtlich das Beispiel des Eiweisses gewählt, um das Princip klar zu machen, und es ergab sich, dass die Wärmemenge, welche ein Gramm Eiweiss bei vollständiger Verbrennung liefert, vermindert um die Wärmemenge, welche bei vollständiger Verbrennung der halbverbrannt aus dem Thierkörper ausscheidenden Reste jenes Grammes Eiweiss entsteht, diejenige Wärmemenge darstellt, welche durch Zersetzung jenes Grammes Eiweiss im Thierkörper frei werden muss unter Voraussetzung der Gültigkeit des Principes der Erhaltung der Kraft, d. h. unter der Voraussetzung, dass im Thierkörper die Beschaffenheit jedes Atomes unverändert bleibt. Wir können jene Betrachtung verallgemeinern und sagen: Denken wir uns einen Thierkörper während einer gewissen Zeit lebend und so dass er selbst zu Ende genau in demselben Zustande ist wie zu Anfang, dann muss er — unter Voraussetzung des Principes der Erhaltung der Kraft — ein Quantum von lebendiger Kraft erzeugen, welches einfach zu berechnen ist, indem man von der vollständigen Verbrennungswärme der während der betrachteten Zeit eingeführten Ingesta (Nahrungsmittel) die Wärme abzieht, welche noch entstehen kann durch vollständige Verbrennung der während jener Zeit gelieferten Egesta. Diesen Satz experimentell zu bestätigen, ist noch nicht gelungen. Um überhaupt darauf ausgehen zu können, muss man sich vor Allem eben in der Wärmeökonomie des Thierkörpers genau zurechtfinden.

190 Die Fragen der thierischen Wärmeökonomie haben aber auch die grösste Wichtigkeit für die praktische Anwendung der Physiologie auf Medicin. In der That kann es nicht fehlen, dass die Wärmeökonomie des Körpers, die ja in alle Processe eingreift, bei Krankheiten mehr oder weniger bedeutende Modificationen erleidet. Die Temperatur des gesammten Körpers sowie seiner einzelnen Theile ist daher in neuerer Zeit namentlich ein Gegenstand besonderer Aufmerksamkeit der Aerzte geworden. Die Bedeutung dieser Temperaturen kann aber nicht richtig gewürdigt werden ohne die genaueste Kenntniss von den physikalischen Principien der thierischen Wärmeökonomie.

Auf dem durch das vorige Kapitel gewonnenen Standpunkte erweitert sich uns die Wärmeökonomie sofort zu einer allgemeinen Kraftökonomie, denn sichtlich liefert der thierische Körper lebendige Kraft nicht ausschliesslich in Form von Wärme, sondern oft auch in Form von mechanischer Arbeit.

Um die hier aufzuwerfenden Fragen möglichst klar und in ihrem Zusammenhange zu übersehen, dürfte es kein besseres Mittel geben, als wenn wir die Kraftökonomie eines einfacheren Apparates im Einzelnen betrachten, der darin mit dem Thierkörper analog ist, dass er in gleichmässig fortlaufendem Processe fortwährend aus chemischer Spannkraft

(durch Verbrennung) Wärme und mechanische Arbeit erzeugt. Es liegen zwei Beispiele derart nahe, zwischen denen wir die Wahl haben, erstens eine arbeitende elektromagnetische Maschine und zweitens eine Dampfmaschine. Die erstere Vorrichtung hat vielleicht grössere innere Aehnlichkeit mit den thierischen Muskeln bezüglich der Art und Weise der mechanischen Arbeitsleistung. In der That wird dieselbe im Muskel möglicherweise auch geradezu durch elektrische Kräfte vermittelt. Wir wollen aber gleichwohl das Beispiel der Dampfmaschine wählen, weil hier die Aehnlichkeit mit dem thierischen Haushalte in der ganzen Anordnung der Processe eine höchst augenfällige ist und fast jeder einzelne für die Wärmeökonomie des Thieres wichtige Vorgang sein Entsprechendes in der Dampfmaschine findet. Ueberdies ist die Dampfmaschine eine jedermann aus täglicher Anschauung geläufige Vorstellung.

Stellen wir uns also jetzt ein Haus vor, in welchem sich eine Dampf- 191
maschine befindet. Um einen Fall leicht messbarer mechanischer Arbeit vor uns zu haben, soll die Dampfmaschine Wasser aus einem Schachte pumpen. Man braucht alsdann nur die in der Zeiteinheit gepumpte Wassermenge in Kilogrammen ausgedrückt zu multipliciren mit der in Metern ausgedrückten Tiefe des Schachtes, um die während der Zeiteinheit geleistete Arbeit in Kilogrammmeters ausgedrückt zu erhalten.

Das ganze Haus mit der Dampfmaschine darin soll uns den Thierleib repräsentiren. Betrachten wir einen längeren Zeitraum — etwa ein Jahr —, an dessen Ende das Haus genau in demselben Zustande wie am Anfang ist. — Diese Voraussetzung schliesst schon ein, dass während der Zeit genau eben so viel Stoff im Ganzen aus dem Hause hinausgeschafft als hineingekommen ist. Fragen wir nun im Einzelnen, was ist hineinund was ist herausgekommen? Hineingekommen ist atmosphärische Luft, Wasser, Holz (wenn solches zur Heizung verwandt wird), Fette zum Schmieren und Eisen, resp. andere Metalle zur Reparatur abgenutzter Maschinentheile. Ausgegeben ist atmosphärische Luft, Wasserdampf, Kohlensäure, andere Gase (Producte unvollständiger Holzverbrennung), flüssiges Wasser, unverbrannte oder halbverbrannte Reste des Holzes nebst Asche in fester Form, endlich die Erzeugnisse der Abnutzung von den Maschinentheilen*) und ihrer Schmiere, hauptsächlich in Metalloxyden und Oxydationsproducten der Fette bestehend. Die gesammten Ausgaben müssen nun den gesammten Einnahmen genau gleich sein, aber offenbar sind in den ersteren die Stoffe anders gruppirt als in den letzteren. Der Sauerstoff vor Allem dringt als freier Gemengtheil der atmosphärischen Luft durch Thür-, Fenster- und andere Oeffnungen in das Gebäude ein,

*) Bei einer Stoff- und Kraftbilanz der Dampfmaschine vom technischen Gesichtspunkte würde man vielleicht diesen Posten aus der Rechnung lassen. Ich nehme ihn aber auf wegen einer höchst lehrreichen Analogie mit dem Muskelsystem.

aber nur ein Tbeil davon gebt als solcher (meist durch den Kamin) wieder davon. Ein Theil des ins Gebäude frei eingetretenen Sauerstoffes verbindet sich im Inneren desselben mit anderen Stoffen und geht als Bestandtbeil chemischer Verbindungen wieder hinaus. Die massenhafteste auf diese Weise entstehende Verbindung des Sauerstoffes ist wohl meist Kohlensäure, zu welcher das im Feuerraum der Maschine und auf etwa sonst noch im Gebände vorhandenen Herden verbrennende Holz den Kohlenstoff liefert. Eine zweite Verbindnng, in welche von jenem Sauerstoff vielleicht ein Tbeil eingeht, ist Wasser, sofern in den als Brennmaterial dienenden Verbindungen nicht schon Wasserstoff und Sauerstoff in äqnivalenter Menge vorbanden siud. Dann können sich auf den Feuerstätten unseres Gehändes aucb nocb andere Verbrennungsproducte (brenzliche Oele etc.) auf Kosten des frei eingetretenen Sauerstoffes bilden. Endlicb aber gelangt ein Theil des frei eingetretenen Sauerstoffes zu den Maschinentbeilen und ihrer Schmiere und oxydirt die Metalle und Fette. So haben wir, die Scbicksale des Sauerstoffs verfolgend, schon die wesentlicben cbemischen Umgruppirungen der Atome kennen gelernt, welcbe in dem Gebände stattfinden und aus den Ingestis die Egesta macben. Der freie Stickstoff der Atmosphäre und das Wasser erleiden beim Durchpassiren dnrch unser Gebäude ksine chemische Aenderung.

Die chemischen Processe, welche wir in dem Mascbinenbause vorgeben sahen, sind so beschaffen, dass ihr Gesammtergebniss eine Verminderung des Vorratbes an chemischen Spannkräften darstellt, dass also lebendige Kraft (als Wärme im Allgemeinen angebbar) dabei frei werden muss. Der bestimmte Betrag dieser lebendigen Kraft könnte ganz direct experimentell gefnnden werden, wenn man eine der im Maschinenbause verbrannten gleiche Menge Holz, Metall, Fett im Calorimeter zu denselben Endproducten verbrsnnen liesse. Man könnte aber diese Wärmemenge nach den weiter oben aufgestellten Principien aucb indirect bestimmen, indem man zuerst hestimmte, wie viel Wärme die vollständige Verbrennung aller brennbaren Ingesta zn möglichst hoch oxydirten Endprodncten liefert nnd von dieser Wärmemenge diejenige abzöge, welche man erbielte, wenn man die nnvollständig verbrannten Egesta des Maschinenhauses — den Raucb, die halhverbrannten Holzabfälle, die theilweise oxydirten Metallabfälle etc. — nocb vollständig verbrennt. Beide Bestimmungsweisen würden ohne Zweifel genan zu demselben Werthe führen. Der so gefnndene Betrag von lebendiger Kraft muss nun während der Beobacbtungszeit von dem Maschinenhause ganz nacb aussen abgegeben werden, da ja der Voraussetznng nach das Haus und die Maschine selbst am Ende jener Zeit ancb hinsichtlich der Temperatur und Bewegung genan in demselben Znstande sein soll wie zu Anfang.

192 Die Uebertragung lebendiger Kraft von dem Maschinenhause nach aussen geschieht nun auf sehr verschiedenen Wegen und in sehr verschiedenen Formen. 1. Es wird fortwährend von der gesammten Oberfläche des Hauses freie Wärme als solche an die Umgebung, die Luft und den Erd-

hoden, dnrch Strahlung und Leitung abgegehen; 2. sind die festen und flüssigen Egesta regelmässig wärmer als die Ingesta, mit ihnen verlässt also ein Theil der innerhalh erzeugten Wärme das Haus; 3. nimmt der Strom der unverbrauchten Lnft eine gewisse Wärmemenge aus dem Hause mit, denn die Luft entweicht aus dem Schornstein mit sehr hoher Temperatur, und auch aus anderen Oeffnungen austretende Luft ist wohl meist wärmer als die eintretende Lnft; auch die durch die Verhrennnng entstehenden Gase und der Rauch entweichen mit höherer Temperatnr als mit welcher die Ingesta eingeführt werden; 4. verlässt ein Theil der gehildeten Wärme das Haus als sogenannte latente Wärme, denn eine gewisse Menge Wasser, die in flüssiger Form eingeführt wnrde, entweicht als Dampf, und man weiss, dass die Verwandlung des Wassers in Dampf, ganz ahgesehen von etwaiger Temperaturerhöhung, Wärme kostet. Beiläufig hemerkt, hraucht die latente Wärme der gasförmigen Kohlensäure nicht in Rechnung gehracht zu werden, da sie eigentlich schon in der Verhrennungswärme der Kohlensäure in Ahzug gehracht ist; 5. endlich wird ein Theil der im Hanse entwickelten lehendigen Kraft auf ausserhalh geleistete Arheit verwandt, indem wir annahmen, die Dampfmaschine hehe Wasser ans einem Schacht. Diesen Posten können wir leicht zu den ührigen gleichartigen summirhar machen, indem wir die zunächst in Meterkilogrammen gemessene Arbeitsgrösse durch Division mit dem mechanischen Aequivalente der Wärme (= 430 Meterkilogramm) in Wärmeeinheiten ausdrücken. Es ist gut zu bemerken, dass dieser fünfte Posten in mancheu Fällen gar nicht in Rechnung gehracht zu werden hrauchte. Hätten wir eine Spinnerei als Beispiel gewählt, so wäre durch die Maschine gar keine mechanische Wirkung ausserhalh des Hauses ansgeüht worden, vielmehr hätte die mechanische Leistung nur bestanden in Ueherwindung von Widerständen innerhalh des Hauses, der Widerstände nämlich, die sich der Drehnng der Spindeln entgegensetzen. Dahei wird aher die in der Maschine zunächst in Arbeit verwandelte Wärme wieder vollständig in freie Wärme zurückverwandelt, welche dann unter den vier ührigen Posten erscheinen müsste.

Jeder dieser anfgezählten fünf Posten ist nun principiell messhar, wenn auch die Ausführung der Messung auf kaum zu überwindende Schwierigkeiten stossen sollte, nnd das Princip der Erhaltung der Kraft verlangt, dass die Snmme gleich ist jener Wärmemenge, welche die im Hause während der Beohachtungszeit verlaufenden chemischen Processe erzengen können.

Bis ins Einzelne analog gestaltet sich die Stoff- und Kraftbilanz des 193
Thierkörpers. Es hrancht kanm erwähnt zu werden, dass wir den Luftstrom, der dnrch Fenster und Thüren ins Maschinengehäude eintritt nnd es grösstentheils durch den Schornstein verlässt, mit dem Respirationsluftstrom des Thieres vergleichen; dieser freilich kommt und geht durch dieselhe Oeffnung und kann daher nicht stetig sein; dass wir ferner das ins Maschinenhaus hineingetragene Wasser, Holz, Reparaturmetall und

Schmiere vergleichen mit Trank und Speise des Thieres, dass wir endlich das ausgegossene Wasser und die weggeworfenen Abfälle des Brennmaterials nnd der abgenutzten Maschinentheile vergleichen mit Harn, Schweiss nnd Koth des Thieres. Die Abgabe lebendiger Kraft vertheilt sich auch hier auf dieselben fünf Posten, wie in unserm Beispiel. 1. Gieht der Thierkörper durch Leitung und Strahlnng freie Wärme an die Umgebung ab; 2. sind die festen nud flüssigen Egesta (Koth und Harn) regelmässig wärmer als die Ingesta; 3. nimmt die Exspirationsluft, welche wie der Luftstrom aus dem Schornstein der Maschine die gasförmigen Verbrennungsproducte führt, mehr Wärme nach aussen mit, als die Inspirationsluft in den Körper mit hineinbrachte; 4. verlässt ein Theil des flüssig aufgenommenen Wassers den Thierleib in Gasform (durch Lungen nnd Haut); 5. endlich leistet der Thierleih vermöge seiner Muskeln mechanische Arheit. Dies geschieht zwar immer und nothwendig mindestens von Seiten der Respirations- und Herzmuskulatur; gleichwohl aber hraucht nicht nothwendig dieser fünfte Posten nnter den Kraftansgahen des Thierleihes vorznkommen. So z. B. wird gerade die Arheit des Herzens und der Respirationsmuskulatur ganz verwandt zur Ueberwindnng von Widerständen im Inneren des Leihes (wie die Arbeit der Maschine in einer Spinnerei) nnd wird daher hier schon in Wärme zurückverwandelt. Diese lebendige Kraft erscheint also schon in einer oder mehreren der vier ersten Rubriken. Aher selbst Arbeit der Extremitätenmuskulatur kann wieder in Wärme zurückverwandelt werden. Wenn wir z. B. auf wagerechtem Wege gehen oder lanfen, so wird die Arbeit der Beinmnskeln nur zur Ueherwindung von Widerständen, z. B. des Luftwiderstandes, verwandt und kommt also höchstens noch an der Körperoberfläche als Wärme zum Vorschein. Wenn wir dagegen eine wahre äussere Arheit verrichten, z. B. eine Last (sei es auch nur die Last des eigenen Körpers) vom Erdmittelpunkt entfernen, oder äusseren Körpern Geschwindigkeiten ertheilen durch Wnrf oder dergleichen, dann kommt das entsprechende Quantum von lebendiger Kraft nicht als Wärme im oder am thierischen Körper znm Vorschein, nnd es muss dafür ein eigener Posten in der Kraftansgahenrechnung aufgestellt werden. Da dieser Punkt, wie es scheint, Missverständnissen sehr ausgesetzt ist, so dürfte es nicht überflüssig sein, denselben hier noch durch andere Ausdrucksweise und durch Beispiele näher zu erläntern. Dass wirklich äussere Arbeit geleistet worden ist, hedentet, dass die Zusammenziehungen der Muskeln Ursache sind von einer solchen Veränderung in der Znsammenstellung oder den Zuständen der äusseren Körperwelt, denen sich irgend eine Kraft widersetzt. Nur in einem solchen Falle wird die lehendige Kraft, welche der durch die vegetativen Processe verlorenen Spannkraft äquivalent ist, nicht ganz in Form von (freier nnd latenter) Wärme ausgegehen. Nur in einem solchen Falle muss daher unter den Kraftausgaben ein Posten mechanischer Arbeit auftreten. Bei der in Rede stehenden Betrachtnng ist ührigens die Masse des eigenen Leibes von der gesammten Körperwelt nicht auszu-

schliessen. Wird z. B. durch Muskelarbeit die Last des eigenen Körpers der Schwere entgegen auf einen Berg geschafft, so ist äussere Arbeit geleistet, deren Betrag leicht zu finden ist. Wird dagegen die eigene Körpermasse nur auf wagerechtem Boden fortgeschafft, so ist, wie oben bemerkt, keine äussere Arbeit geleistet, weil sich keine äussere Kraft dieser Veränderung in der Zusammenstellung der Körper widersetzt. Hebt man ein Gewicht in die Höhe und wird seine Verbindung mit dem Körper nach der Hebung gelöst, so ist äussere Arbeit geleistet. Setzt man dagegen das Gewicht hernach wieder nieder, indem man seinen beschleunigten Fall durch Muskelspannung in ein langsames Niedersinken verwandelt, so ist schliesslich keine äussere Arbeit geleistet, und man darf nicht erwarten, dass dieser Act einen Ausfall an der als Wärme zum Vorschein kommenden lebendigen Kraft bedingt.

Noch eine Analogie des Thierleibes mit der Dampfmaschine verdient 194
ausdrücklich hervorgehoben zu werden, die meines Wissens noch nirgend klar ausgesprochen ist, obwohl bereits längst vorliegende Thatsachen zu ihrer vollständigen Begründung genügen. Es wurden oben unter den festen Ingestis des Maschinenhauses absichtlich zwei Classen unterschieden, das Brennmaterial und das Material zum Ersatz abgenutzter Maschinentheile. Ganz dieselbe Eintheilung können wir bei den Nahrungsstoffen der höheren Thiere machen. Hier spielen offenbar die Eiweisskörper die Rolle des Ersatzmaterials für die abgenutzten Maschinentheile (Gewebselemente), die Fette und Kohlenhydrate dagegen die Rolle des Brennmateriales. Schon vor längerer Zeit ist bekanntlich von Liebig diese Eintheilung der Nahrungsstoffe in plastische und Respirationsmittel, wie er es bezeichnete, aufgestellt und geistreich entwickelt worden. Sie hat aber den Angriffen nicht Stich halten können, weil sie in ihrer damaligen Form physikalische Vorstellungen in sich aufnahm, die durch neuere Forschungen beseitigt sind. Gegenwärtig können wir nun diese Eintheilung fest begründen und zwar in einer noch viel eigentlicheren und zugleich allgemeineren Bedeutung, als sie vielleicht ursprünglich von Liebig gemeint war. Für uns ist nämlich das Heizmaterial der Stoff, dessen Oxydation nicht bloss freie Wärme, sondern auch die lebendige Kraft liefert, welche mittelst der Muskeln als mechanische Arbeit sichtbar wird, und gerade hierauf ist es bei unserer Analogie ganz besonders abgesehen. Andererseits versteht es sich aber auf unserem Standpunkt ganz von selbst, dass auch bei der zerstörenden Oxydation der Gewebetheile, deren Ersatz auf Kosten der eiweissartigen Nahrungsstoffe geschieht, Wärme frei wird gerade so gut, wie auch in einer Dampfmaschine bei der Oxydation und Abreibung metallener Maschinentheile Wärme frei wird, nach Maassgabe des Betrages dieser Processe.

Es gilt also, von allgemein zugestandenen Wahrheiten abgesehen, hier zu zeigen, dass in den Muskeln durch Verbrennung stickstofffreier Verbindungen (Fette und zuckerartiger Stoffe) und nicht wesentlich durch Verbrennung der Proteinstoffe dieses Gewebes die als mechanische Arbeit

erscheinende Kraft erzeugt wird. Um Missverständnissen vorzubeugen, sei hier ausdrücklich bemerkt, dass wir die Möglichkeit nicht ausschliessen wollen, jene stickstofffreien Verbindungen könnten in letzter Linie von eiweissartigen Ingestis herstammen; so mag es sich vielleicht auch wirklich bei ausnahmsweise eiweissreicher Nahrung verhalten. In der That liegt diese Möglichkeit auf der Hand, da es eine bekannte Thatsache der Chemie ist, dass unter den Zersetzungsproducten eiweissartiger Körper in und ausser dem Thierleibe jene stickstofflosen Verbindungen (Fette und Zucker) auftreten können. Es wäre aber eine Verschwendung der Natur, wenn — die Richtigkeit unserer Behauptung vorausgesetzt — regelmässig die kostbaren Proteinstoffe verwandt würden zu einem Zwecke, zu dem die weit leichter zu beschaffenden Kohlehydrate ausreichen; ebenso wie wir es eine Verschwendung nennen würden, wenn ein Fabrikant es sich einfallen liesse, seine Maschine mit Eisen statt mit Kohle oder Holz zu heizen, was ja keineswegs unmöglich wäre.

195 Gegen unseren Satz wird man vor Allem die Einwendung hören, dass stets nur so überaus kleine Mengen jener stickstofflosen Verbindungen, die eine so wichtige Rolle bei der Function spielen sollen, im Muskel zu finden sind, während die eiweissartigen Verbindungen seinen Bestand vorwiegend ausmachen. Wer indessen hieraus schliessen wollte, dass die Verbrennung der eiweissartigen Verbindungen im Muskel die Kraft erzeugen müsse, der würde sich desselben Fehlschlusses schuldig machen, wie einer, der nach rein chemischen Gesichtspunkten eine Locomotive *) untersucht hätte und nun aus dem Befunde von 1000 Centnern Eisen neben etwa $^1/_2$ Centner Kohlen, die gerade verbrennend auf dem Roste liegen, schliessen wollte: die Kraftwirkung der Locomotive muss von der Verbrennung des Eisens herrühren. Diesem Fehlschluss würde der nicht ausgesetzt sein, welcher beobachtete, was die Locomotive während einer bestimmten Zeit verbraucht oder welche Producte sie während derselben liefert, wenn sie entweder arbeitet oder fortwährend wenigstens zur Arbeit bereit geheizt dasteht. Er würde bald merken, sie liefert viel Verbrennungsproducte der Kohle und wenig Verbrennungsproducte des Eisens und ebenso verbraucht sie viel Kohle und nur sehr wenig Eisen. Er würde ferner insbesondere bemerken, dass die Locomotive in dem Maasse mehr Verbrennungsproducte der Kohle liefert, als sie mehr arbeitet, dass dagegen die Menge des verbrannten oder sonst abgenutzten Eisens keineswegs mit der geleisteten Arbeit gleichen Schritt hält. In der That sind die metallischen Theile der Maschine in Ruhe zerstörenden Einflüssen nahezu ebenso ausgesetzt wie bei der Arbeit, und sollte sie durch stetige Reparatur in brauchbarem Zustande erhalten werden, so würde wahrscheinlich für die ruhende (nur immer geheizt zur Arbeit bereit gehaltene) Maschine nicht viel weniger Eisen etwa im Laufe eines Jahres verbraucht

*) Der Tender mit dem Kohlenvorrath gehört nicht dazu, er entspricht dem Nahrungsvorrath des Thieres.

werden wie für die arbeitende. Genau analog verhält es sich aber beim Muskel. Sehen wir zunächst nach den Verbrennungsproducten, die er liefert. Unter den Verbrennungsproducten eiweissartiger Verbindungen muss nothwendig irgend eines sein, das den Stickstoff enthält. Wo es sich um namhafte Mengen handelt, kann dies nur der Harnstoff sein. Wer also annimmt, dass die Entwickelung der Muskelkraft auf der Verbrennung eiweissartiger Körper beruht, muss erwarten, dass mit bedeutender mechanischer Arbeitsleistung eine entsprechende Steigerung der Harnstoffausfuhr aus dem Körper einhergeht. Nun ist aber durch zahlreiche Untersuchungen das Gegentheil erwiesen. Anhaltende gewaltige Muskelarbeit vermehrt die Harnstoffausfuhr in kaum merklichem Maasse. Andererseits ist aber durch die schönen Untersuchungen Edward Smith's festgestellt, dass bei angestrengter Muskelarbeit die Kohlensäureausfuhr aus dem Körper den zehnfachen Betrag der im Schlafe stattfindenden erreichen kann. Es ist gewiss nicht gewagt, hieraus zu schliessen, dass die Muskelarbeit sich knüpft an Verbrennungen solcher Körper, unter deren Verbrennungsproducten sich zwar Kohlensäure, aber kein Harnstoff befindet, d. h. Fette und Kohlenhydrate. Unsere Behauptung könnte durch folgenden Versuch möglicherweise über allen Zweifel erhoben werden. Man müsste eine sehr grosse und bestimmbare äussere Arbeit leisten, z. B. Besteigung eines hohen Berges, und gleichzeitig die gelieferte Harnstoffmenge bestimmen. Hieraus könnte die Menge des verbrannten Eiweisses berechnet werden. Wenn es sich nun fände, dass die Verbrennungswärme dieses Eiweisses weniger betrüge als das Aequivalent der geleisteten Arbeit, dann wäre offenbar unser Satz streng erwiesen.

Sehen wir andererseits nach den Ersatzstoffen, so findet sich, dass angestrengte Muskelarbeit das absolute Bedürfniss eiweissartiger Nahrungsstoffe keineswegs bedeutend steigert. Gerade die Menschenclassen, welche am meisten mechanische Arbeit leisten, geniessen durchschnittlich am wenigsten eiweissreiche Nahrung, vielmehr herrschen darin die stickstofflosen Verbindungen entschieden vor. Noch auffallender ist es bei manchen pflanzenfressenden Säugethieren. Hier ist höchst wahrscheinlich oft das Aequivalent der geleisteten Muskelarbeit eine grössere Wärmemenge, als die Verbrennungswärme des gesammten in der Nahrung aufgenommenen Eiweisses.

So sehen wir denn im Muskel einen aus eiweissartigen Stoffen aufgebauten Apparat, in welchem zur Krafterzeugung Fette oder Kohlehydrate verbrennen. Damit tritt die geistreiche Lehre Virchow's in ein neues Licht, der die nutritive und functionelle Thätigkeit des Muskels (und anderer Gewebe) streng von einander unterscheidet. Jene wäre eben aufzufassen als Wiederherstellung des abgenutzten oder Aufbau eines neuen Apparates.

Schliesslich wollen wir den Vergleich zwischen dem Thierleib und 196
der Dampfmaschine noch mit Rücksicht auf einen Punkt durchführen. Für beide Apparate lässt sich die Frage aufwerfen, wie viel von der Ver-

brennungswärme der Ingesta in mechanische Arbeit verwandelt werden kann. Für die Dampfmaschine ist dies eigentlich die Frage nach dem ökonomischen Werthe derselben. Man wird ihn nämlich offenbar um so höher anschlagen, ein je grösserer Bruchtheil der Verbrennungswärme in mechanische Arbeit umgesetzt werden kann, denn einen um so grösseren Effect wird man mit einer gegebenen Menge Brennmaterials durch sie erzielen können. Bei den gegenwärtig üblichen Einrichtungen gilt es als theoretisches Ideal, dass der achte Theil der dem Wasser des Kessels mitgetheilten Wärme in Arbeit verwandelt werde, $^7/_8$ gehen unvermeidlich als freie Wärme unbenutzt davon. In der Praxis wird bei Weitem noch nicht dieses Ideal erreicht, man ist schon sehr zufrieden, wenn nur $^1/_{12}$ der auf dem Herde erzeugten Wärme in Arbeit verwandelt wird. Der menschliche Körper ist in dieser Beziehung der Dampfmaschine sehr wahrscheinlich bei Weitem überlegen. Es kann hier vielleicht bis zu $^1/_5$ von der Verbrennungswärme der Nahrungsmittel in Arbeit verwandelt werden. Helmholtz hat dies aus folgender Betrachtung geschlossen: Man darf nach den Beträgen der ausgehauchten Kohlensäure, wie sie Edward Smith gefunden hat, vermuthen, dass die chemischen Processe im menschlichen Körper im wachen, aber ruhenden Zustande während einer Stunde soviel Wärme erzeugen, dass damit die Temperatur des Körpers um 1,2° C. gesteigert werden könnte. Dieser Vermuthung liegt nur noch die Annahme zu Grunde, dass Kohlensäureaushauchung und Wärmebildung beim Menschen ungefähr im selben Verhältnisse stehen, wie bei den von Dulong und Despretz calorimetrisch untersuchten Thieren. Aus den Versuchen von E. Smith geht nun ferner hervor, dass 5mal mehr Kohlensäure als im ruhenden (und 10mal mehr als im schlafenden) Zustande ausgeschieden wird, wenn die Muskeln eine äussere Arbeit derart leisten, dass dadurch der Körper während einer Stunde um 571 Meter gehoben würde. Nimmt man an, dass auch hierbei Kohlensäureausscheidung und Wärmebildung noch im selben Verhältnisse stehen, so würde durch die Arbeitsleistung von der gedachten Intensität auch die Wärmebildung auf den 5fachen Betrag gesteigert sein, d. h. es würde jetzt während einer Stunde eine Wärmemenge gebildet, welche genügte, die Temperatur des Körpers um etwa 6° zu steigern. Die äussere Arbeit, den Körper auf die Höhe von 571 Meter zu heben, entspricht aber einer Wärmemenge, die seine Temperatur um nahezu 1,3° steigern könnte, die also mehr als $^1/_5$ von der ganzen in der Stunde gebildeten Verbrennungswärme ausmacht.

197 In der vorstehenden Betrachtung ist der menschliche oder thierische Körper als Ganzes aufgefasst und bloss nach der Arbeit gefragt, welche er an äusseren Objecten leisten kann, und nach ihrem Verhältniss zu der Wärme, die als freie schliesslich in ihm zum Vorschein kommt. Man kann aber auch jeden einzelnen Muskel für sich mit einer Maschine vergleichen und fragen, wie verhält sich seine Arbeitsleistung zu den in dem Muskel selbst verlorenen Spannkräften, d. h. zu der Wärmemenge, welche erzeugt werden würde, wenn die im Muskel selbst während der

Arbeit vorgehenden chemischen Processe ohne Arbeit vor sich gingen. Bei dieser Betrachtnng kämen dann die chemischen Processe nicht in Rechnung, die etwa in anderen Gewehen des Körpers im Blute oder sonst wo statthaben. Wofern der Betrag dieser Processe nicht überall verschwindend klein ist gegen den Betrag der Processe im arbeitenden Muskel, so muss sich hier das Resultat noch viel günstiger stellen, d. h. es muss ein noch viel grösserer Bruchtheil der im arbeitenden Muskel erzeugten Verbrennnngswärme in Arbeit verwandelt werden.

Zur annähernden Beantwortnng der jetzt aufgeworfenen Frage scheint Material gegeben zu sein in den neuerdings veröffentlichten schönen Versuchen Heidenhain's *). Derselbe hat nämlich die Temperaturerhöhung gemessen, welche ein Muskel durch einige (meist drei) rasch nacheinander ausgeführte Zuckungen an seiner Oberfläche erleidet. Zugleich ist die Belastung angegeben und die Höhe, zu welcher sie geworfen wnrde. Man weiss also, welche Arbeit der Muskel geleistet hat. Freilich ist die vom Mnskel an der Last geleistete Arbeit beim Herabfallen derselben von ihr wiederum am Muskel geleistet worden. Es musste daher die gesammte verlorene chemische Spannkraft schliesslich als Wärme erscheinen, aber man kann doch nun aus den Datis berechnen, welcher Theil davon zeitweise in die Form von mechanischer Arbeit verwandelt gewesen ist. Der absolute Werth der gesammten erzeugten Wärmemenge ist zwar aus Heidenhain's Daten nicht mit Sicherheit zu entnehmen. Es fehlt dazu vor Allem die Angabe der Wärmecapacität des zum Versuche angewandten Muskels. Eine angenäherte Vorstellung kann man sich davon jedooh verschaffen, wenn man annimmt, dass die Wärmecapacität eines Froschgastrocnemius durchschnittlich etwa der von 0,5 Grm. Wasser gleichkommt. Ausserdem muss man noch, um rechnen zu können, annehmen, dass die Temperaturerhöhung des Mnskels dnrch und durch dieselhe war, wie die an der Berührungsstelle des Muskels mit dsr Thermosäule beobachtete. Rechnen wir unter diesen Voraussetzungen zwei Versuche Heidenhain's **) durch, die an demselben Muskel angestellt waren. Bei 10 Grm. Belastung leistete der Muskel in drei Zuckungen eine Arbeit von 0,000114 Meterkilogramm, diese ist äquivalont 0,00000026 Wärmeeinheiten. Dsr Muskel zeigte dabei eine Temperaturerhöhung von 0,0035° C. (6 Scalentheile der Boussole). Dazu gehören 0,00000175 Wärmeeinheiten, d. h. etwa das 7fache von dem Aequivalent der geleisteten Arbeit. Hätte man also in dem Versnche durch Anhalten des Gewichtes auf der Höhe dafür gesorgt, dass dasselbe nicht seinerseits wieder am Muskel gearbeitet hätte, so wäre zu erwarten gewesen, dass etwa $^6/_7$ von der nach Heidenhain's Versuchsweise beobachteten Wärme erschienen wären. Derselhe Muskel leistete, mit 300 Gramm belastet, in drei Znckungen 0,001275 Meterkilogramm Arbeit, die

*) Mechanische Leistung, Wärmeentwicklung und Stoffumsatz bei der Muskelthätigkeit. Leipzig 1864.

**) A. a. O. S. 85, Versuch IX. No. 1 u. 6.

ungefähr 0,0000029 Wärmeeinheiten äquivalent sind. Dabei zeigte er jetzt eine Temperaturerhöhung von 0,0070°, die 0,0000035 Wärmeeinheiten entspricht. Diese Wärmemenge ist, wie man sieht, nur sehr wenig grösser als das Aequivalent der geleisteten Arbeit. Sind alle hier gemachten Voraussetzungen richtig, so hätte man sich also darauf gefasst zu machen, dass in einem arbeitenden Muskel so gut wie gar keine freie Wärme entsteht, wenn man durch irgend eine geeignete Veranstaltung verhindert, dass die von ihm geleistete Arbeit in Wärme zurückverwandelt wird, was eben in Heidenhain's Versuchen, wie gesagt, ausnahmslos der Fall war. Es scheint also der Satz gefolgert werden zu können, dass von den verlorenen chemischen Spannkräften um so mehr in Arbeit und um so weniger in freie Wärme umgesetzt wird, je stärker der Muskel belastet ist. Natürlich kann über diese merkwürdigen Ergebnisse nur durch neue Versuche endgültig entschieden werden; das vorstehend durchgeführte Rechnungsbeispiel dürfte indessen wenigstens einstweilen dazu dienen können, die Grundbegriffe dieses schwierigen Gebietes deutlicher und anschaulicher zu machen *).

198 Fassen wir noch einmal die vorhin angeführte, aus den Untersuchungen von E. Smith hervorgehende Thatsache ins Auge, dass der gesammte Verbrennungsprocess im Thierkörper durch namhafte Muskelarbeit in so kolossalem Maasse gesteigert wird. Angesichts dieser Thatsache wird man sich kaum der Vermuthung erwehren können, dass der Stoffumsatz im Körper überall fast ausschliesslich in den arbeitenden Muskeln stattfindet, dass vielleicht nebenher in den ruhenden Muskeln ein mässiger chemischer Process verläuft, um sie fortwährend zur Arbeit bereit, gleichsam geheizt zu halten, dass endlich die übrigen Gewebe nur einen sehr unbedeutenden Beitrag zum gesammten Stoffumsatz liefern.

Soll diese Vermuthung richtig sein, so müsste die Wärmemenge, welche bei vollständiger Ruhe der Extremitätenmuskeln erzeugt wird, zum überwiegend grössten Theil aus den Muskeln stammen, die während des ganzen Lebens in Thätigkeit sind, nämlich aus dem Herzen und den Inspiratoren. Sehen wir zu, ob sich die quantitativen Beträge der Wärme und der betreffenden Arbeitsleistung einigermaassen mit dieser Annahme vertragen. Ueberschlagen wir zunächst, wie viel Arbeit die Inspiratoren bei mittlerer Stärke des Athemprocesses während einer Stunde leisten. Nehmen wir an, es werde bei jedem Athemzuge der Thorax um 600 Cubikcentimeter ausgedehnt. Rechnen wir davon $^2/_3$ auf die Bewegung des Zwerchfelles und $^1/_3$ auf Bewegung der äusseren Thoraxwand. Die Oberfläche des Zwerchfelles schätzt Donders auf 350 Quadratcentimeter, es müsste sich also um 0,0114 Meter verschieben, wenn dadurch der Brustraum um 400 Cubikcentimeter erweitert werden soll. Das Zwerchfell

*) Auf meine Veranlassung hat M. Dufour die angedeutete Diskussion der Heidenhain'schen Versuche noch weiter verfolgt, wobei sich höchst auffällige Resultate ergaben, die derselbe in seiner Inauguralabhandlung veröffentlichen wird.

und es entstehe darin jede Minute 1,87 Wärmeeinheit *), d. h. eine Wärmemenge, welche genügt, die Temperatur von 1,87 Kilogramm Wasser von 0° auf 1° zu erwärmen. Nehmen wir ferner an, die Temperatur der umgebenden Luft sei constant = 20°. Ferner setzen wir den Durchfeuchtungsgrad, Blutreichthum und die Wärmeleitungsfähigkeit der Haut, sowie die Respirationsfrequenz etc. constant voraus. Es sei endlich im Anfang der betrachteten Zeit die Temperatur des Körpers = 35°. Wären alle die angedeuteten Bedingungen der Wärmeabgabe vollständig bekannt, so würden wir angeben können, wie viel Wärme in der ersten Minute ausgegeben werden muss. Wir würden namentlich angeben können, wie viel Wärme durch die Haut hindurchgeht, auf deren äusserer Seite die Temperatur 20°, auf deren innerer Seite die Temperatur 35° ist. Beiläufig bemerkt, ist dies ohne Zweifel der Hauptposten der Wärmeausgabe, er beträgt nach Helmholtz's Ueberschlag etwa 77 Proc. der Gesammtausgabe. Wir wollen nun annehmen, es zeigte sich, dass unter den vorausgesetzten Bedingungen in der ersten Minute nur 1,27 Wärmeeinheiten den Körper verlassen könnten. Dann würden also 0,60 Einheiten im Körper zurückgehalten. Dadurch würde, die Wärmecapacität der Körpersubstanz der des Wassers gleich gesetzt, die Temperatur im Innern um 0,01°, d. h. von 35 auf 35,01 steigen. Die Wärmemenge nun, welche die Haut von Innen nach Aussen während der Zeiteinheit (hier Minute) durchsetzt, wächst mit der Differenz zwischen den Temperaturen innen und aussen. Haben wir also jetzt in der zweiten Minute die Differenz 35,01 — 20 = 15,01 statt der Differenz 35 — 20 = 15, so wird etwas mehr Wärme die Haut passiren können als während der ersten Minute. Auch wird durch die kleine Erhöhung der Bluttemperatur die Wärmeabgabe auf der Lungenoberfläche durch Leitung und Verdunstung ein wenig gefördert, doch dürfte dies kaum in Betracht kommen. Jedesfalls aber sieht man, dass schon in der zweiten Minute etwas mehr Wärme abgegeben werden muss als in der ersten, d. h. etwas mehr als 1,27 Einheiten. Voraussichtlich aber noch lange keine 1,87 Einheiten. Wenn also in der zweiten Minute, wie vorausgesetzt wird, wiederum 1,87 Wärmeeinheiten erzeugt werden, so muss abermals etwas davon im Körper zurückbleiben, und zwar wohl wiederum nahezu 0,60 Einheiten. Am Ende der zweiten Minute ist also die Temperatur noch etwas höher als am Ende der ersten. So geht es nun fort. Am Ende jeder folgenden Minute ist die Temperatur des Körpers ein wenig höher, als am Ende der vorhergehenden, und gerade darum wird dann in der darauf folgenden Minute etwas mehr Wärme abgegeben. So wird also nothwendig nach einer gewissen Anzahl von Minuten eine Temperatur erreicht sein, bei welcher unter den gegebenen Ableitungsbedingungen genau 1,87 Wärmeeinheiten in der Minute abgegeben werden. Sei dies beispielsweise die

*) Diese Zahl beruht auf einer überschlägigen Rechnung von Helmholtz, jedoch auf einer andern als der weiter oben benutzten. Auf den absoluten Werth der Zahl wollen wir indessen kein Gewicht legen.

hat bei dieser Verschiebung (gleichfalls nach Donders' Schätzung) einen Druck von 38,7 Kilogramm zu überwinden, also geschieht dabei eine Arbeit von 38,7 × 0,0114 = 0,44 Meterkilogramm. Die äussere Oberfläche des Brustkorbes schätzt Donders auf 2000 Quadratcentimeter und den daranf lastenden Druck zu 194,4 Kilogramm. Soll also durch Zurückweichen dieser Wand das Volum noch um weitere 200 Cubikcentimeter vermehrt werden, so muss das Zurückweichen 0,001 betragen und die Arbeit ist = 194,4 × 0,001 = 0,1944 Meterkilogramm. Die ganze Arbeit eines Athemzuges betrüge also 0,63 Meterkilogramm. Rechnen wir auf die Stunde 900 Athemzüge, so hätten wir per Stunde eine Respirationsarbeit von 567 Meterkilogramm. Die Arbeit des linken Herzens schlugen wir oben (S. 127) per Stunde zu 1680 Meterkilogramm an. Die Arbeit des rechten Herzens dürfte vielleicht beiläufig halb so gross sein, = 840 Meterkilogramm. Die gesammte mechanische Arbeit der Respiration und des Blutkreislaufes betrüge hiernach ungefähr 3087 Meterkilogramm, was nahezu 7,2 Wärmeeinheiten äquivalent ist. Diese Wärmemenge muss erstlich ganz im Körper als solche zum Vorschein kommen, denn die Arbeit der Respiration und des Blutkreislaufes wird durch Widerstände im Inneren des Körpers aufgezehrt, ohne dass dadurch irgend eine Veränderung in der Aussenwelt hervorgebracht würde. Nun dürfen wir aber doch wohl annehmen, dass bei der Muskelarbeit mindestens etwa 4mal so viel Wärme im Ganzen erzeugt wird, als der in mechanische Arbeit verwandelten äquivalent ist. Dies dürfen wir selbst dann annehmen, wenn die vorhin an Heidenhain's Versuche geknüpfte Betrachtung durchaus richtig sein sollte, denn es werden wohl schwerlich unter den Bedingungen des normalen Lebens die Muskeln unter einer verhältnissmässig so kolossalen Belastung arbeiten, wie es 200 Grm. für einen Froschgastrocnemius sind. Unter dieser Annahme würde aber die Arbeit der Respiration und des Blutkreislaufes einen chemischen Process erheischen, der per Stunde etwa 28 bis 29 Wärmeeinheiten erzeugt. Wir dürfen andererseits nach den oben angegebenen Schätzungen von Helmholtz die von einem 60 Kilogramm schweren Menschen während einer Stunde des Schlafes im Ganzen gelieferte Wärme zu etwa 36 Einheiten veranschlagen, eine Zahl, welche die soeben berechnete Zahl 29 nur wenig übertrifft. Man sieht also, die wahrscheinlichsten quantitativen Verhältnisse der Wärmebildung sind keineswegs der Vermuthung ungünstig, dass die wärmeerzeugenden chemischen Processe zum weitaus überwiegenden Theil im Interesse der Muskelarbeit geschehen. Ob sie durchaus an Ort und Stelle im arbeitenden Muskel selbst geschehen, das bleibt allerdings noch dahingestellt, es wäre ja denkbar, dass im Muskel, um ihn zur Thätigkeit zu befähigen, dieser oder jener Stoff nur bis zu einer gewissen Stufe oxydirt werden müsste, und dass er dann im Blute rasch weiter verbrennt bis zu den Endproducten.

Viertes Kapitel.

Von den Temperaturen im thierischen Körper.

199 Es wnrde bei den Betrachtungen des vorigen Kapitels vorausgesetzt, dass sich der Zustand des thierischen Körpers genau constant erhält und dass daher für irgend eine hestimmte Zeit die abgegebene Wärme (wir wollen die äussere mechanische Arbeit nöthigesfalls immer sogleich auf Wärmeeinheiten redncirt denken) der erzengten Wärme genan gleich ist. Diese Voraussetzung realisirt sich nun immer von selbst, sowie die Wärme erzeugenden Processe und die äusseren Bedingungen in gleichmässigem Gange bleiben. Die nähere Untersuchung dieses Umstandes führt nns auf die Bedeutung der Temperaturen im Thierkörper.

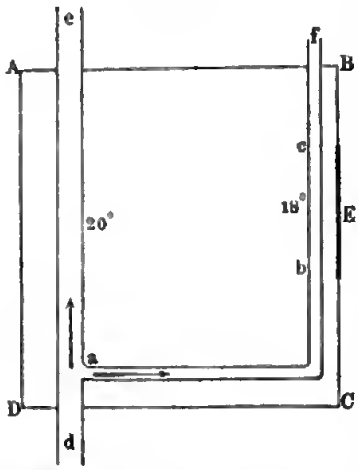
Mittelst der Temperatnren ist nämlich die Wärmeabgabe von der Wärmebildung selbst abhängig. Dies soll jetzt näher erörtert werden. In einer ersten allgemeinsten Betrachtung wollen wir die Frage noch unbsrührt lassen, wo im Thierkörper die Wärme entsteht. Wir nehmen zngleich an — was auch für eine erste Annäherung ganz erlanbt ist — dass im Inneren des Körpers, d. h. unter der Haut, überall dieselbe Temperatur herrscht. Die Temperatur der Haut ist im Allgemeinen eine andere, jedoch ist es gut, zu hemerken, dass auch die Haut an solchen Stellen, wo sie eine vollständig geschlossene einspringende Falte hildet, nothwendig alsbald die Temperatur des Inneren annehmen muss. So muss z. B. die Hant der Achselhöhle, sowie auch eine daselbst befindliche Thermometerkugel, wenn der Arm dicht an die Brust angelegt wird, nach wenigen Minuten genau die im Inneren des Körpers herrschende Temperatnr annehmen; denn die Haut der Achselgruhe nebst der Thermometerkugel ist in diesem Falle ringsum von Theilen des Körperinneren umgehen. Man wird sich um die Thermometerkugel herum eine Kugelfläche von passendem Radins so denken können, dass dieselbe überall durch Muskelgewehe, Knochengewehe, Lnngengewehe etc. geht, nur auf einer verschwindend schmalen Zone muss die gedachte Fläche allerdings die Haut des Armes und der Brust, die aher aufeinandergepresst sind, schneiden. Auf dieser, das Thermometergefäss rings umgehenden geschlossenen Fläche wird also überall die Temperatur der tieferen Körpertheile anzntreffen sein. Im Inneren einer geschlossenen Oherfläche aber (wenn daselbst weder Wärme fortwährend erzeugt noch vernichtet wird) kann sich auf die Daner keine andere Temperatur erhalten, als die an der Oherfläche herrschende. Hierauf heruht die Berechtigung des von den Aerzten so viel angswandten Verfahrens, die Körpertemperatur in der Achselhöhle zu bestimmen.

200 Wir wollen jetzt annehmen, der thierische Körper erzeuge durch die in seinem Inneren vorgehenden chemischen Processe ganz gleichmässig Wärme. Um ganz hestimmte Vorstellnngen zu haben, denken wir nns, es handle sich nm einen menschlichen Körper von 60 Kilogramm Schwere

Hauses eine stagnirende Luftschicht (nämlich die Schicht zwischen den beiden Fenstern) anbringt, die ein besonders grosses Hinderniss für den Wärmeabfluss bildet. Natürlich kann das Anbringen von Vorfenstern immer nur das Sinken der äusseren Temperatur um eine ganz bestimmte Anzahl von Graden genau compensiren; sinkt die äussere Temperatur noch tiefer, so reicht das eine Hülfsmittel nicht mehr aus, und sinkt sie weniger, so würde bei Anwendung desselben die Temperatur im Innern noch steigen. Dem Anbringen von Vorfenstern an einem geheizten Hause ist nun keine von der Natur selbst im menschlichen Körper getroffene Veranstaltung analog, dagegen entspricht ihm ganz genau das Bekleiden von Körperstellen, die man bei höherer Lufttemperatur nackt trägt. Bei manchen Thieren thut die Natur etwas Analoges, indem sie ihnen im Winter einen dickeren Pelz giebt als im Sommer.

Eine zweite Veranstaltung zur Compensation der Erniedrigung der 204
äusseren Lufttemperatur wäre das Verkleinern der an den Fenstern vorbeigeführten Circulationsröhren. Dies entspricht einer Verengerung der Hautarterien. Da die Veränderlichkeit der Weite dieser Arterien offenbar das wichtigste Hülfsmittel der Natur ist, die Temperatur des Säugethierkörpers zu reguliren, so müssen wir die Wirkung dieses Umstandes genauer zergliedern, um so mehr, als die Sache nicht ganz so einfach ist, als sie aussieht. Sei $ABCD$ (Fig. 67) der viereckige Querschnitt eines Zimmers in dem von uns als Beispiel gedachten Hause, de eine Heizröhre in seinem Innern, und abc ein Zweig derselben, welcher dicht am Fenster E vorübergeht. Es versteht sich von selbst, dass in einem solchen Zimmer nicht überall ganz genau die Temperatur von 20° stattfinden wird, sondern in der Nähe der bestableitenden Oberfläche, namentlich der Fenster, wird eine mehr oder weniger tiefere Temperatur herrschen (gerade wie auch die Haut immer ein wenig kälter ist als das tiefe Innere des Körpers). Es sei beispielsweise diese Temperatur = 18° unter den oben gedachten Anfangsbedingungen (10 Kilogramm Kohle per Stunde und 8° äussere Lufttemperatur). Es ist nun klar, dass die in der Zeiteinheit durch die Fensterwand BC entweichende Wärmemenge grossentheils von dem in der Röhre $abcf$ fliessenden Wasser herstammt. Das Wasser darin wird also bei c nicht mehr so warm sein, als bei a. Jetzt wollen wir zunächst die Bedingungen dadurch verändert denken, dass die Röhre $abcf$ (und alle entsprechenden) enger gemacht würde. Das hätte in doppelter Weise Einfluss auf die Temperaturverhältnisse. Einmal nämlich würde schon die Verkleinerung der Oberfläche

Fig. 67.



daher die Temperatur des Körpers steigt, so ist dies keineswegs ein sicherer Beweis für eine gesteigerte Wärmebildung, es kann ebensowohl herrühren von verminderter Ableitungsfähigkeit, und wenn die Temperatur sinkt, so kann es entweder von verminderter Wärmebildung oder von gesteigerter Abgabefähigkeit herrühren. Diese Wahrheit, dass eine Veränderung der Körpertemperatur in gleicher Weise durch zwei ganz verschiedene Ursachen hervorgebracht werden kann, so klar sie auch ist, scheint doch vielen, die sich mit Temperaturmessungen beschäftigen, nicht immer hinlänglich lebhaft gegenwärtig zu sein.

Aus den vorstehenden Betrachtungen kann gefolgert werden, dass 202
trotz einer Aenderung in einer der Grössen, von denen die Temperatur abhängt, diese ihren alten Werth behaupten kann, wenn eben die andere Grösse gleichfalls eine geeignete Veränderung erleidet. So kann z. B. trotz gesteigerter Wärmebildung die alte Temperatur ungesteigert bleiben, wenn mit Steigerung der Wärmebildung zugleich eine Aenderung in den Bedingungen der Wärmeableitung eintritt, die den Abfluss der Wärme erleichtert. Es ist ferner klar, dass sogar trotz *verminderter* Wärmebildung die Temperatur des Körpers *steigen*, und dass sie trotz *vermehrter* Wärmebildung *sinken* kann. Um den ersteren Erfolg zu erzielen, brauchten nur die Wärmeableitungsbedingungen noch mehr verschlechtert zu werden, als einer blossen Compensation der verminderten Wärmeerzeugung entspricht. Der andere Fall würde eintreten, wenn die Ableitungsbedingungen in sehr hohem Maasse verbessert würden, und die Vermehrung der Wärmeerzeugung eben verhältnissmässig geringer wäre.

Es ist endlich klar, dass auch zwei im selben Sinne wirkende Ursachen gleichzeitig wirken können. Es könnten z. B. zur selben Zeit die Verbrennungsprocesse im ganzen Körper gesteigert und die Ableitungsbedingungen ungünstiger sein, das würde natürlich eine um so bedeutendere Temperaturerhöhung zur Folge haben. Ebenso könnten zur selben Zeit die Verbrennungsprocesse vermindert und die Ableitungsbedingungen günstiger sein, dann würde die Temperatur noch tiefer sinken, als wenn bloss eine der beiden Ursachen wirkte.

Die Möglichkeit, bei Variation in der Wärmeentwicklung doch dieselbe Temperatur zu erhalten, ist für die Physiologie und Pathologie von der allerhöchsten Bedeutung, denn es scheint für die höheren Thiere ein Bedürfniss zu sein, dass die durchschnittliche Körpertemperatur sich genau constant erhält, oder wenigstens nur zwischen sehr engen Grenzen schwankt. Wir wollen daher hier die physikalischen Principien genauer zergliedern, nach welchen die Erhaltung der Temperatur möglich wird, trotz der unvermeidlichen bedeutenden Aenderungen der Grössen, von denen die Temperatur, wie wir gesehen haben, abhängt. Es ist zu diesem Ende hauptsächlich nöthig, die Bedingungen der Wärmeableitung genauer zu zergliedern, als wir es bisher thaten, wo wir eben den ganzen Complex jener Bedingungen in eine einzige Grösse zusammenfassten, welche angiebt, wie viel Wärme unter den gesetzten Bedingungen bei einer bestimmten

Körpertemperatur in der Zeiteinheit abgeleitet wird. Diese Grösse ist aber natürlich selbst wieder von mehreren Umständen abhängig, die sich gegenseitig unterstützen oder compensiren können.

203 Um alle hier bedeutungsvollen Verhältnisse besser übersehen zu können, wollen wir ein schematisches Beispiel aus dem täglichen Leben betrachten, bei welchem ganz analoge Verhältnisse wirksam sind. Wir wollen uns ein Haus denken, das durch einen sogenannten Wasserheizapparat geheizt wird, d. h. einen Apparat, welcher heisses Wasser in einem Röhrensystem durch die sämmtlichen Räume des Hauses circuliren macht; von einem Feuerherde wird dem Wasser immer die Wärme, die es unterwegs verloren hat, wieder mitgetheilt. Um in thermischer Beziehung die Aehnlichkeit mit dem Säugethierleibe vollständig zu machen, wollen wir uns das Röhrensystem in einer allerdings praktisch nie ausgeführten Weise angeordnet denken, nämlich so, dass ein namhafter Bruchtheil der gesammten Circulationsröhren dicht an den Fenstern des Hauses (natürlich inwendig) vorübergeht, und es soll ausserdem die Weite dieser Röhren willkürlich verändert werden können.

Es sei jetzt das ganze Innere des gedachten Hauses 20° C. warm im Gleichgewichte der Temperaturen, bei einer Heizung des Herdes mit 10 Kilogramm Kohle per Stunde, bei einer äusseren Temperatur von 8° C. und sonst bestimmten atmosphärischen Verhältnissen. Nun werde plötzlich die Wärmeableitung dadurch begünstigt, dass die äussere Lufttemperatur von 8° auf 0° sinkt, dann würde offenbar, wofern alles Uebrige bliebe wie bisher, die Temperatur des Hauses sinken, und erst bei einer viel niedrigeren Temperatur würde der Wärmestrom wieder stationär werden. Wir können uns aber die Aufgabe stellen, trotz der niedrigeren äusseren Lufttemperatur dennoch die Temperatur im Innern auf 20° zu halten, durch compensirende Veränderungen in anderen Verhältnissen. Dazu stehen nun verschiedene Wege offen. 1. Können wir mehr Kohlen per Stunde auf dem Herde verbrennen. Es ist ohne weiteres begreiflich, dass dadurch auch bei der grösseren Temperaturdifferenz die Temperatur von 20° im Hause erhalten werden kann. Der Wärmestrom vom Inneren nach Aussen wird eben dann stärker in dem Maasse, in welchem der Kohlenverbrauch in der Zeiteinheit steigt. 2. Kann aber möglicherweise ohne vermehrten Kohlenverbrauch das Haus auf 20° erhalten werden, denn die Erniedrigung der Temperatur des umgebenden Mediums ist nur eine unter den Wärmeableitungsbedingungen, deren Veränderungen durch Veränderungen in anderen Bedingungen vollständig oder wenigstens theilweise compensirt werden können.

Die nächstliegende von diesen möglichen Veranstaltungen wäre das Anbringen von Vorfenstern, eine Veranstaltung, die bekanntlich unzählige Male in der Praxis des gemeinen Lebens getroffen wird, um beim Sinken der Lufttemperatur die Temperatur im Hause zu erhalten, ohne den Brennstoffverbrauch zu steigern. Das physikalische Wesen dieser Einrichtung besteht darin, dass man an einem Theil der Oberfläche des

erwärmen sich die der Haut anliegenden Lufttheilchen, werden dünner und leichter, steigen auf und werden durch kältere nachrückende ersetzt, mit denen ein gleiches geschieht. Auf diese Weise kommt aber in der Zeiteinheit offenbar eine viel geringere Luftmenge mit der Haut in Berührung, als wenn noch andere Ursachen (sogenannter Zug) die ganze Luftmasse in raschere Bewegung setzt. Obendrein verlassen im letzteren Falle die Lufttheilchen die Haut schon, ehe sie sich so weit erwärmt haben, wie sie es bei ruhender Luft thun müssen, um aufsteigen zu können. Man kann also sagen, dass in bewegter Luft die Haut fortwährend mit kälteren Lufttheilchen in Berührung ist, als bei ruhender Luft, der Wärmestrom wird also durch die Bewegung in mehrfacher Weise begünstigt. Ganz gleich ist es mit der Verdunstung, die bedeutend vermehrt werden muss, wenn immer noch lange, ehe eine Sättigung mit Wasserdampf hat eintreten können, neue relativ trockene Luftmassen herbeigeführt werden.

Bestimmte quantitative Angaben lassen sich bis jetzt noch nicht darüber machen, in welchem Maasse, etwa durch eine bestimmte Geschwindigkeit des Luftzuges die Wärmeableitung begünstigt wird. Dass aber der Einfluss des Luftzuges sehr gross ist, davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man die Zeiten vergleicht, innerhalb deren sich eine Thermometerkugel in ruhender und in bewegter Luft von gleicher Temperatur um eine gegebene Anzahl von Graden abkühlt, d. h. dasselbe Quantum von Wärme verliert. Man wird immer finden, dass dies in bewegter Luft sehr viel rascher geschieht als in ruhender. Auch schon das subjective Gefühl belehrt uns unmittelbar, dass bewegte Luft, ceteris paribus, unserm Körper viel mehr Wärme entzieht als ruhende. Natürlich kann auch diese Bedingung mehr oder weniger compensirt werden durch die inneren Bedingungen der Wärmeableitung, d. h. durch die Weite der Hautblutgefässe und den Durchfeuchtungsgrad der Haut.

So lange die vorstehend besprochenen Kompensationseinrichtungen normal funktioniren, bleibt die Körpertemperatur zwischen ihren normalen Grenzen selbst bei ganz gewaltigen Aenderungen einzelner Faktoren. So producirt z. B. der Körper bei angestrengter Muskelarbeit in der Zeiteinheit wohl 10 mal soviel Wärme als im Schlafe und dennoch genügen die Einrichtungen zur Temperaturregulirung diese äusserst verschiedenen Wärmemengen bei nahezu gleicher Bluttemperatur in der Zeiteinheit fortzuschaffen. Fieberhitze kann also nur zu Stande kommen, wenn die der Regulirung des Wärmeabflusses dienenden Apparate in ihrer normalen Funktion gestört sind. Diese einfache Ueberlegung scheint sich merkwürdigerweise den Schriftstellern über Fieberhitze noch nicht aufgedrängt zu haben, denn sie behandeln es als eine Alternative, ob dieselbe durch vermehrte Wärmebildung oder durch verminderten Wärmeabfluss zu Stande komme. In der That liegt gar keine Alternative vor. Es wird freilich sehr wahrscheinlich im Fieber mehr Wärme in der Zeiteinheit gebildet als gewöhnlich, allein dadurch würde keine Temperaturerhöhung hervorgebracht, wenn die Apparate zur Reguli-

röhren beeinträchtigt die Wärmeableitung im Ganzen, und wenn alle übrigen Bedingungen der Wärmeableitung und Wärmebildung gleich bleiben, wird dadurch die Temperatur im tieferen Innern erhöht. Wir werden daher irgend eine andere Wärmeableitungsbedingung günstiger stellen dürfen, wenn trotzdem die Temperatur im Inneren dieselbe bleiben soll. Es ist namentlich denkbar, dass, wenn mit Verengerung der an den Fenstern vorbeigeführten Heizröhren gleichzeitig die Temperatur der äusseren Luft beispielsweise von 8° auf 0° sinkt, bei 10 Kilogramm Kohlenverbrauch per Stunde die Temperatur von 20° im Inneren erhalten bleibt. Dies kann aber auch so ausgedrückt werden: Wenn die Temperatur der äusseren Luft von 8° auf 0° sinkt, so kann die dadurch bedingte Begünstigung der Wärmeabgabe compensirt werden durch Verengerung der an den Fenstern vorbeigeführten Heizröhren, dergestalt, dass nach wie vor bei 10 Kilogrm. Kohlenverbrauch per Stunde die Temperatur von 20° im Inneren erhalten bleibt. Wenn dies der Fall ist, dann wird in der That die Temperatur in der Nähe der Fensterwände von 18° herabsinken; sie darf eben auch nicht mehr so hoch bleiben, denn damit die von 10 Kilogramm Kohle gelieferte Wärme in einer Stunde durch die Fensterwände zu einer 0° warmen Atmosphäre entweicht, darf die Temperatur auf der innern Seite dieser Wände nicht so hoch sein, als wenn dieselbe Wärmemenge zu einer 8° warmen Atmosphäre entweichen sollte. Ist aber die Temperatur in der Gegend der Fenster einmal niedriger als 18°, so kann auch bei 20° im Innern des Zimmers von dorther mehr Wärme herausdringen, wie es der stationäre Zustand des Wärmestromes verlangt.

Den an den Fensterwänden vorübergeführten Heizröhren des ge- 205
dachten Hauses entsprechen, wie schon bemerkt, ganz genau die Blutgefässe der Haut. Sie füllen sich fortwährend vom Herzen her mit warmer Flüssigkeit und ergiessen dieselbe mehr oder weniger abgekühlt wieder in das gemeinschaftliche Behältniss. Ihre Weite ist im grössten Maassstabe veränderlich, was sich augenscheinlich im abwechselnden Erröthen und Erbleichen der Haut zeigt. Diese Erscheinung beweist insbesondere, dass schon die Vergrösserung der Gesammtoberfläche der Blutgefässe der Haut durch Erweiterung der Gefässlumina nicht unbeträchtlich ist, abgesehen von der Beschleunigung des Blutstromes in denselben. Durch nervöse Zusammenhänge ist nun die Weite der Hautgefässe geradezu mit der äusseren Lufttemperatur in ursächlichen Zusammenhang gebracht. Sinkt diese, so ziehen sich die Hautarterien zusammen, und es sinkt die Temperatur des ganzen Cutisgewebes in derselben Weise, wie in unserm Beispiel die Temperatur der Luft an der inneren Seite der Fensterwände sinkt. Dadurch wird dann der Wärmezufluss vom Inneren des Körpers her (insoweit er nicht durch den Blutzufluss der Hautgefässe, sondern durch directe Leitung in den Geweben vermittelt ist) vermehrt um so viel, als der Wärmeabfluss aus den Blutgefässen der Haut vermindert ist. Im Ganzen soll ja eben der Gesammtwärmestrom vom Körper nach Aussen trotz des Sinkens der äusseren Luft-Temperatur unverändert bleiben.

Im menschlichen Körper ereignet sich vielleicht zuweilen auch der Fall, den wir in unserer obigen Betrachtung zunächst bloss zur Erläuterung fingirt haben, nämlich der Fall, dass sich die Blutgefässe der Haut contrahiren, ohne dass eine andere Wärmeableitungsbedingung in entgegengesetztem Sinne geändert wird, und dass dadurch die Temperatur des Innern steigt. Es ist wohl nunmehr von selbst klar, dass die Veränderung des Durchmessers der Hautblutgefässe, wie Veränderungen der äusseren Lufttemperatur, so auch Veränderungen in der Wärmebildung compensiren kann. Steigert sich diese, so würde an sich die innere Körpertemperatur steigen, wenn sich aber gleichzeitig die Hautblutgefässe ausdehnen, so kann bei gleichbleibender Temperatur das grössere Wärmequantum in der Zeiteinheit den Körper verlassen. Auch diese Dinge stehen unter Vermittelung nervöser Mechanismen offenbar in ursächlichem Zusammenhang, was die Physiologie zu entwickeln hat.

206 Ein anderes Mittel der Temperaturerhaltung besteht in der Veränderung des Durchfeuchtungsgrades der Haut. Es ist ohne Weiteres ersichtlich, dass, unter übrigens gleichen Bedingungen, bei feuchter Haut mehr Wärme entweichen kann als bei trockener Haut. Bei feuchter Haut kommt nämlich zum Wärmeverlust durch Leitung und Strahlung noch ein solcher durch Wasserverdunstung. Dieser ist möglichst gross, wenn die Feuchtigkeit der Haut eine vollständige Nässe ist, d. h. wenn die Haut von einer Schicht flüssiges Wassers ganz bedeckt ist. Wenn die Haut eben nur mehr oder weniger feucht ist, so kann der Wärmeverbrauch zur Wasserverdunstung nicht so gross sein, weil sich dann die überstehende Luftschicht nicht ganz mit Wasserdampf sättigt, denn es wird dann das flüssige Wasser mit mehr oder weniger grosser hygroskopischer Kraft von der Epidermis zurückgehalten. Wie sich die Natur des in Rede stehenden Mittels der Temperaturregulirung bedient, kann man an sich selbst sehr leicht beobachten. Wenn durch irgend eine Ursache, z. B. durch Muskelanstrengung, die Wärmebildung bedeutend gesteigert wird, so wird auf die ganze Hautoberfläche eine Flüssigkeitsschicht, nämlich der Schweiss ergossen, dessen Verdunstung eine Wärmeabgabe verursacht, welche die Mehrbildung von Wärme ganz oder wenigstens theilweise compensirt.

207 Unter den Bedingungen der Wärmeableitung haben wir einige, um die Betrachtungen nicht allzusehr zu verwickeln, bis jetzt ganz unerwähnt gelassen. Eine, die ohne Zweifel von sehr grossem Einflusse ist, mag hier noch kurz besprochen werden, es ist der Bewegungszustand der umgebenden Luft. Es ist ohne Weiteres einleuchtend, dass bewegte Luft der Haut unter sonst ganz gleichen Bedingungen mehr Wärme entziehen muss, als ruhende Luft. Zwar hat dieser Umstand auf die Ausstrahlung keinen Einfluss, wohl aber auf die Ableitung von Wärme und auf die Wasserverdunstung. Da nämlich die eigentliche Wärmeleitungsfähigkeit der Gase jedesfalls sehr gering ist, so geschieht die Wärmeableitung vom Thierkörper zur umgebenden Luft überall wesentlich durch die Bewegung der letzteren. Ist sonst keine Bewegungsursache der Luft vorhanden, so

zuströmende, oder, da die Menge des in der Zeiteinheit abströmenden Blutes der Menge des zuströmenden gleich ist, jenes muss eine niedrigere Temperatur haben als dieses. Die vorstehende Betrachtung gilt natürlich für jedes beliebige vollständig abgegrenzte Stück der Körpersubstanz, nur muss man bedenken, dass die Grösse v im Allgemeinen eine Differenz zweier Grössen wäre $v = V - G$, wo V den gesammten Wärmeverlust des betrachteten Körperstückes an die Umgebung durch directe Leitung (d. h. nicht durch Blutströmung) bedeutet und G den gesammten Wärmegewinn von der Umgebung durch directe Leitung; es könnte ja in der That das betrachtete Körperstück auf der einen Seite an wärmere, auf der anderen an kältere Theile grenzen. Es kann auch unter Umständen $G > V$ sein. Da bei einem Stückchen Lunge offenbar ein Ueberschuss zu Gunsten des V vorhanden ist, so haben wir diesen sogleich bestimmt gedacht und mit v bezeichnet. Sollte die Betrachtung ganz allgemein bleiben, so müsste die Gleichung so geschrieben werden: $B_e + W = B_a + V - G$ oder $B_e + W + G = B_a + V$. Es muss nun ganz allgemein das Blut kälter aus einem Körpertheil ausströmen als es einströmt, wenn $V > W + G$ ist, im entgegengesetzten Falle strömt es wärmer aus.

An einem Orte, der von einem reichen arteriellen Capillargefässnetze 211
rings umgeben ist und an welchem weder fortwährend Wärme erzeugt noch vernichtet*) wird, muss nothwendig die Temperatur des arteriellen Blutes herrschen. Beispielsweise werden die Kothmassen im rectum auf die Dauer genau die Temperatur des umspülenden Blutes annehmen und behaupten, sowie auch eine daselbst etwa eingeführte Thermometerkugel, welche Anfangstemperatur sie auch gehabt haben möge. Der allgemeine ohne Weiteres einleuchtende physikalische Lehrsatz, wovon das Gesagte eine besondere Anwendung ist, wurde schon weiter oben angeführt, woselbst auch schon entwickelt wurde, dass auf ihm die Möglichkeit der Messung von Temperaturen im Innern des Körpers beruht.

Irgend eine Körperstelle, die rings um von weniger 212
warmen Stellen umgeben ist und deren Temperatur auch die des arteriellen Blutes übersteigt, muss nothwendig ein Herd der Wärmeerzeugung sein. In der That kann ja eine solche Körperstelle durch directe Leitung an die Umgebung nur Wärme verlieren, sie kann aber auch durch das zuströmende Blut nicht mehr Wärme erhalten, als ihr das abströmende entführt, da sich ja in ihr das arterielle Blut sicher nicht abkühlen kann, indem der Voraussetzung nach die Temperatur der Stelle höher ist als die des arteriellen Blutes, und Wärme nie von einem Körper niederer Temperatur (hier dem Blute) zu Körpern höherer Temperatur (hier das zunächst umgebende Gewebe) übergeht. Soll also diese Körperstelle fortwährend ihre Temperatur behaupten, so muss daselbst Wärme erzeugt werden.

Es kann aber auch eine Körperstelle Herd von Wärmebildung sein,

*) Etwa in Arbeit verwandelt.

gehende. Irgend eine bestimmte Blutmasse aber, welche in einem gegebenen Augenblick den linken Herzventrikel verlässt, ist so schnell in den feineren Verzweigungen des arteriellen Systems angelangt, dass sie nicht Zeit hat, durch Wärmeabgabe, Wärmeaufnahme oder Wärmeerzeugung in sich selbst ihre Temperatur merklich zu ändern.

Je weiter wir nun im arteriellen Systeme vorwärtsgehen, um so günstiger werden die Bedingungen für eine Aenderung der Bluttemperatur stromabwärts. Einmal nämlich strömt das Blut immer langsamer, es braucht also ein Blutheilchen immer mehr Zeit, um eine Längeneinheit weiter zu kommen, kann also z. B. durch dieselbe Intensität des Verbrennungsprocesses in sich selbst (oder auch durch Wärmeaustausch) sich auf diesem Wege mehr erwärmen als auf einem gleich langen Wege in den grösseren Arterien, den es vielleicht in 20mal kürzerer Zeit durchlief. Zweitens aber bietet eine bestimmte Blutmasse der Umgebung verhältnissmässig um so mehr Oberfläche, in je kleineren Gefässen sie eingeschlossen ist, wodurch der Wärmeaustausch mit der Umgebung in ganz ungeheurem Maasse begünstigt wird. Am Ende der Capillaren, respective in der abführenden Vene können wir also nicht dieselbe Temperatur erwarten wie in der zuführenden Arterie des betreffenden Bezirkes. Ferner können wir auch nicht dieselbe Temperatur erwarten in verschiedenen Venen, welche das Blut aus verschiedenen Organen abführen, obgleich in allen Arterien das Blut dieselbe Temperatur hatte. Wärmer als das arterielle Blut wird jedesfalls das venöse Blut solcher Organe sein, deren Eigentemperatur die des arteriellen Blutes übertrifft. Es kann aber auch aus solchen Organen wärmer zurückkommen, deren Eigentemperatur ein wenig tiefer liegt als die des arteriellen Blutes, wenn nur die dadurch vom Blute erlittene Wärmeentziehung überwogen wird von der Wärmeerzeugung, die im Blute selbst stattbat, während es das Organ durchströmt. Ob dieser Fall in Wirklichkeit vorkommt, ist eine factische Frage. Die Möglichkeit ist theoretisch unzweifelhaft. Kälter als das arterielle wird das venöse Blut aller der Gefässprovinzen sein, deren Eigentemperatur viel tiefer liegt als die des arteriellen Blutes, wo dann die vom Blute an die Gewebe abgegebene Wärme mehr beträgt als die im Blute selbst durch Verbrennungen entwickelte Wärme. Dies wird höchst wahrscheinlich im Hautgewebe sowie auch in allen dünnen ins Freie vorspringenden Körpertheilen, z. B. den Händen etc., der Fall sein. Es ist gut zu bemerken, dass bei solchen Theilen viel auf kleine Nebenumstände ankommen kann. Es wäre z. B. sehr wohl möglich, dass die Localtemperatur der Hand und mithin des venösen Blutes derselben merklich erhöht wird, wenn man sie zur Faust zusammenhallt.

In den grösseren Venenstämmen mischt sich nun das venöse Blut 210
verschiedener Organe, und endlich im rechten Herzen alle venösen Blutarten. Ob die Temperatur dieses Gemisches höher oder tiefer ist als die des arteriellen Blutes, das ist wieder eine rein thatsächliche Frage. Es ist (von G. v. Liebig) versucht worden, diese Frage experimentell zu be-

antworten, und zwar hat sich gezeigt, dass die Temperatur im rechten Herzen höher ist als im linken. Das heisst mit anderen Worten, die Erwärmung einzelner Blutpartien beim Fliessen durch die Organe hat das Uebergewicht über die Abkühlung anderer. Sehen wir das Versuchsergebniss als richtig an, so ist damit zu gleicher Zeit noch ein anderer wichtiger Umstand aufgedeckt, dass nämlich im Lungenkreislauf die abkühlenden Ursachen wirksamer sind als die erwärmenden, denn das wärmere Blut des rechten Herzens muss einen auf seinem Wege durch die Lungen zum linken Herzen die hier bestehende niedere Temperatur wieder annehmen, da wir einen stationären Zustand aller Wärmeströmungen im Körper, d. h. überall constante Temperaturen voraussetzen. Es ist übrigens schon an sich wahrscheinlich, dass in den Lungen die Wärmeabgabe die Oberhand hat über die Wärmeerzeugung an Ort und Stelle, denn die Verbrennungsprocesse innerhalb des Blutes werden überall nicht so sehr lebhaft sein, und wenn sie auch in den Lungencapillaren am stärksten wären, so wird der Gesammtbetrag doch immer noch nicht sehr beträchtlich sein. Der Wärmegewinn, welcher allenfalls gemacht wird durch die Absorption des Sauerstoffs — Absorption eines Gases in einer Flüssigkeit wird im Allgemeinen Wärme frei machen, — dürfte vollständig aufgewogen werden durch das Uebergehen der Kohlensäure in den gasförmigen Zustand. Es dürfte daher die mächtige Abkühlung durch die Berührung des Blutes mit der kalten Athmungsluft und durch die Wasserverdunstung entschieden das Uebergewicht behaupten.

Es ist vielleicht gut, hier ausdrücklich zu bemerken, dass die vorstehenden Deductionen, in denen öfter die Rede ist von einem Ueberwiegen der Wärmeableitung über die Wärmeerzeugung an Ort und Stelle und einer daraus folgenden Abkühlung des Blutes, keineswegs dem Stationärsein des Wärmestromes widersprechen. In den letzten Betrachtungen handelt es sich um eine Veränderung der Temperatur eines Blutheilchens, die es erleidet, indem es von einem Orte zum andern gelangt. An einem bestimmten Orte dagegen — z. B. in einem bestimmten Cubikcentimeter Lungensubstanz — befindet sich zu allen aufeinander folgenden Zeiten Blut von derselben Temperatur. In diese Cubikcentimeter Lungensubstanz muss daher während jeder Zeiteintheilung genau oben so viel Wärme hineingehen und resp. in ihm erzeugt werden, als daraus hervorgeht. Nun ist in unserem Beispiel offenbar der grösste Theil der hineingehenden Wärme, die in dem einströmenden Blute enthalten und ebenso der grösste Theil der daraus hervorgehenden Wärme die im abströmenden Blute enthaltene, wir wollen die erstere B_e die letztere B_a nennen. Heisse ferner die in unserem Cubikcentimeter Lunge selbst während der Zeiteinheit erzeugte Wärmemenge W und endlich die daselbst während der Zeiteinheit verlorene Wärmemenge v, dann fordert ein stationärer Zustand die Gleichheit $B_e + W = B_a + v$, und wenn nun $v > W$ ist, wie soeben wahrscheinlich gemacht wurde, so muss $B_e > B_a$ sein, d. h. das abströmende Blut muss weniger Wärme besitzen als das

der gesammten Verbrennungsprocesse herzurühren braucht. Steigerung der Wärmebildung an Ort und Stelle ist allerdings eine von den Ursachen, durch welche möglicherweise die Localtemperatur erhöht werden kann. Es kann aber auch durch andere Ursachen bewirkt werden, nämlich erstens durch Vermehrung des Wärmezuflusses zu der fraglichen Körperstelle. Diese selbst ist wieder auf zweierlei Weisen möglich, einmal dadurch, dass benachbarte Körperstellen wärmer werden und der betrachteten Stelle direct mehr Wärme zuleiten; oder aber dadurch, dass der Blutstrom beschleunigt wird. Diese letztere Möglichkeit, die aus den früheren Betrachtungen sattsam erhellt, ist jedoch — was wichtig ist zu beachten — nur da gegeben, wo die Localtemperatur niedriger als die des arteriellen Blutes ist, denn nur an solchen Stellen kann das Blut Wärme lassen, von Stellen dagegen, deren Localtemperatur die des arteriellen Blutes übersteigt, nimmt das durchströmende Blut mehr Wärme mit als es hinbringt, an solchen Stellen wird also Beschleunigung des Blutstromes an und für sich eine Ursache der Temperaturerniedrigung sein. Es ist ferner ersichtlich, dass Vermehrung des Blutzuflusses allein die Temperatur eines Ortes niemals über die Temperatur des arteriellen Blutes hinaus steigern könne, wo wir also (z. B. bei Entzündungen, bei Muskeln im Tetanus etc.) die Temperatur über die des arteriellen Blutes steigen sehen, da können wir mit Bestimmtheit sagen, dass ausser einer allfälligen Vermehrung des Blutzuflusses noch irgend eine andere Ursache gewirkt haben muss, entweder eine örtliche Steigerung des Verbrennungsprocesses oder die Ursache, die wir jetzt noch zu untersuchen haben. Es kann nämlich die Localtemperatur auch gesteigert werden dadurch, dass die Wärmeableitungsbedingungen an der betreffenden Stelle ungünstiger werden. Dies kann insbesondere so geschehen, dass benachbarte kältere Körperstellen, nach welchen hin die Wärmeableitung stattfindet, wärmer werden, dann kann natürlich bei der alten Localtemperatur nicht mehr so viel Wärme in der Zeiteinheit dorthin entweichen. Hieraus wird erklärlich, dass Vermehrung der Verbrennungsprocesse in den kälteren Oertlichkeiten des Körpers auch an den sonst schon wärmeren Stellen die Temperatur steigern könne, ohne dass hier selbst die Wärmebildung vermehrt wäre. Jene werden nämlich zunächst wärmer und hemmen dadurch den Wärmeabfluss von den ursprünglich allerwärmsten Orten. Auch das oben schon benutzte Beispiel macht dies anschaulich. Wenn wir in einem Zimmer den am Fenster stehenden und nach der Voraussetzung kälteren Ofen allein stärker heizen, so steigt nicht nur seine eigene Temperatur, sondern auch die des tiefer im Zimmer stehenden Ofens, und kann sogar fortwährend höher bleiben, weil eben seine Wärme jetzt nicht mehr so leichten Abfluss nach dem Fenster hin findet. So kann z. B. durch vermehrte Wärmebildung in den Extremitätenmuskeln sehr wohl die weit höhere Temperatur der innersten Körpertheile gesteigert werden.

Bedingungen zurückführen, dann muss aber ihre Temperatur um nahezu 2,07° höher sein als sie sonst ist, denn 29 × 2,07 giebt ungefähr 60. Wir setzen dabei, wie man sieht, voraus, dass die Wärmecapacität des Blutes gleich der des Wassers ist. Das aus dem Vorderarm zurückströmende Blut müsste also während der fraglichen Stunde statt 37° etwa 39,07° warm sein, und es müsste also in den entzündeten Geweben mindestens diese Temperatur stattfinden, wenn der in ihnen gebildete abnorme Wärmeüberschuss allein den gesammten Körper in einer Stunde um 1° erwärmen sollte.

Eine Correction, welche die gefundene Zahl noch erfordert, ist sofort ersichtlich. In den späteren Abschnitten der betrachteten Stunde strömt nämlich das Blut wegen der Erhöhung der Gesammtkörpertemperatur schon wärmer als 37° in den entzündeten Vorderarm ein und entzieht mithin dem Körper mehr Wärme als vorher. Davon muss natürlich das zurückströmende Blut wieder verhältnissmässig ebensoviel mitbringen als unter normalen Bedingungen und dazu noch den geforderten Ueberschuss um die Körpertemperatur weiter zu steigern. In den späteren Abschnitten der betrachteten Stunde muss also die Temperatur des entzündeten Vorderarmes jedesfalls noch höher als 39,07° liegen, wenn auch nicht um den ganzen Grad, welchen die Erhöhung der Körpertemperatur beträgt.

Man sieht, dass die vorstehend entwickelten Folgerungen aus der 215
Hypothese über den Ursprung der Wärme bei Entzündungsfiebern keineswegs auf augenscheinlich unmögliche Thatsachen führen. Wir wollen nun auch noch den zweiten Theil der oben aufgestellten Frage behandeln, nämlich welche Temperatur wir der obigen Hypothese zufolge in einem entzündeten Theile zu erwarten hätten, wenn eine abnorme Fiebertemperatur des Gesammtkörpers lediglich durch Mehrproduction von Wärme an der entzündeten Stelle dauernd erhalten werden sollte. Wir nehmen wieder einen 60 Klgrm. wiegenden Menschen mit einer Entzündung des Vorderarms. Seine Körpertemperatur sei im Verlaufe einiger Stunden von 37 auf 40° gestiegen und erhalte sich auf dieser Höhe stationär. Wir wollen nun — freilich ziemlich willkürlich — die Annahme machen, die Wärmeableitungsbedingungen während des Fiebers wären im Ganzen dieselben, wie im normalen Zustande, dann wäre man wohl berechtigt weiter anzunehmen: die Wärmeabgabe des fiebernden Körpers während der Zeiteinheit verhält sich zur normalen wie die Differenz zwischen der Fiebertemperatur und der Lufttemperatur zur Differenz zwischen der normalen und der Lufttemperatur. Ist also die Lufttemperatur 20° und nehmen wir wie oben (Seite 211) an, der Körper verliere in der Minute 1,87 Wärmeeinheiten, dann müsste das gedachte Individuum in seinem Fieber per Minute eine Wärmemenge x verlieren, die sich berechnet aus der Gleichung $(37 - 20) : 1{,}87 = (40 - 20) : x$ oder $17 : 1{,}87 = 20 : x$. Daraus findet sich $x = 2{,}2$. Es müssten demnach im Fieber auch 2,2 statt 1,87 Wärmeeinheiten jede Minute erzeugt werden, d. h. 0,333 Wärmeeinheiten mehr als gewöhnlich. Diese sollen nun aber nach der Hypothese ausschliesslich im Vorderarm entstehen und durch sein venöses Blut dem Körper zufliess-

sen. Nach den obigen Voraussetzungen kommen jede Minute $8 \times 60 = 480$ Gramm oder 0,480 Kilogramm Blut in den Vorderarm und wieder daraus zurück. Das zuströmende Blut hat aber jetzt nicht die Temperatur von 37°, sondern, weil es aus dem Inneren des Körpers kommt, nahezu 40°. Diese Temperatur würde daher in dem fraglichen Fieber der Vorderarm nahezu schon annehmen, ohne dass die örtliche Wärmeproduction verändert wäre. Wir wollen jetzt der Einfachheit wegen weiter annehmen, das Blut käme aus dem Vorderarm unter normalen Localbedingungen geradeso warm zurück als es hineinströmt. Dann ist klar, dass es, wenn die 0,48 Kilogramm Blut, welche per Minute vom Vorderarm kommen, 0,33 Wärmeeinheiten mehr zurückführen sollen, um $\frac{0.33}{0.48}$, d. h. um 0,69° wärmer zurückströmen muss, als es gekommen ist. Um ebensoviel müsste also mindestens die Localtemperatur des entzündeten Vorderarms die allgemeine Körpertemperatur übertreffen. Dieselbe müsste also beiläufig 40,7 bis 41° betragen.

In den vorstehenden Betrachtungen sind allerdings rein willkürliche Annahmen in grosser Anzahl gemacht worden, so dass die schliesslichen Zahlenergebnisse durchaus keinen Anspruch auf irgend welche Gültigkeit machen können. Gleichwohl aber dürften solche Betrachtungen ganz entschieden zeigen, dass die Hypothese vom localen Ursprunge der Fieberwärme in entzündeten Organen keineswegs übertrieben hohe Localtemperaturen daselbst verlangt. Man sieht, die verlangte Localtemperatur, um eine gegebene Fieberhitze zu erklären, ist um so niedriger, je mehr Blut in der Zeiteinheit den Entzündungsherd passirt, und ferner je oberflächlicher derselbe gelegen ist. Es wäre leicht möglich, Data in die obige Rechnung einzuführen, die keineswegs in sich unwahrscheinlich wären, bei denen die geforderte Localtemperatur des Entzündungsherdes noch nicht einmal die Höhe der inneren Körpertemperatur erreichte.

Nehmen wir, um dies einzusehen, das vorige Beispiel noch einmal unter etwas veränderten Voraussetzungen vor, und wenden wir zugleich auch die Betrachtungen noch etwas anders, um diesen wichtigen Gegenstand von verschiedenen Seiten zu beleuchten. Wir wollen annehmen, die normale durchschnittliche Localtemperatur des Vorderarms mit der Hand sei nicht 37, sondern 36°, und mit dieser Temperatur verlasse auch das venöse Blut den fraglichen Körpertheil. Dann kommt per Minute mit dem arteriellen Blute eine Wärmemenge in den Vorderarm hinein $= A + 0{,}480 \times 37°$, wofern wir durch A die unbekannte Wärmemenge bezeichnen, welche $480^{gr.}$ Blut bei 0° enthalten. Es geht aber eine Wärmemenge $= A + 0{,}480 \times 36$ mit dem venösen Blute aus dem Vorderarm wieder in den übrigen Körper zurück. Der Körper verlöre also jede Minute durch den Vorderarm von der im arteriellen Blute mitgebrachten Wärme eine Quantität von $0{,}480 \times (37 - 36) = 0{,}48$ Einheiten. Jetzt sei die oben angenommene Fiebertemperatur von 40° eingetreten. Dann gehen mit dem arteriellen Blute jede Minute $A + 0{,}48 \times 40$ Wärmeeinheiten in den Vorderarm hinein. Es soll nun das Bedürfniss

von 0,33 Wärmeeinheiten, die, wie wir sahen, mehr nöthig sind, um die Temperatur von 40° zu erhalten, allein bestritten werden durch übernormale Wärmeproduction im Arm. Dies kann natürlich nur so vermittelt werden, dass im Vorderarm nicht mehr wie vorher jede Minute 0,48 Einheiten von der durch das arterielle Blut herbeigeführten Wärme verloren gehen, sondern dass dieser Verlust eben um 0,33 Einheiten kleiner ist und dass also das venöse Blut nicht 0,48 Wärmeeinheiten weniger zurückbringt, als das arterielle Blut hingebracht hat. Es muss jetzt das venöse Blut nur 0,48—0,33, d. h. 0,15 Wärmeeinheiten weniger zurückbringen als das arterielle Blut nach dem Vorderarm hingebracht hat. Das heisst aber mit anderen Worten, die Localtemperatur des Vorderarmes darf nicht einen ganzen Grad, sondern nur $\frac{0{,}15}{0{,}48} = 0{,}31°$ unter der inneren Körpertemperatur liegen, d. h. sie muss 39,69° betragen.

SECHSTER ABSCHNITT.

OPTIK.

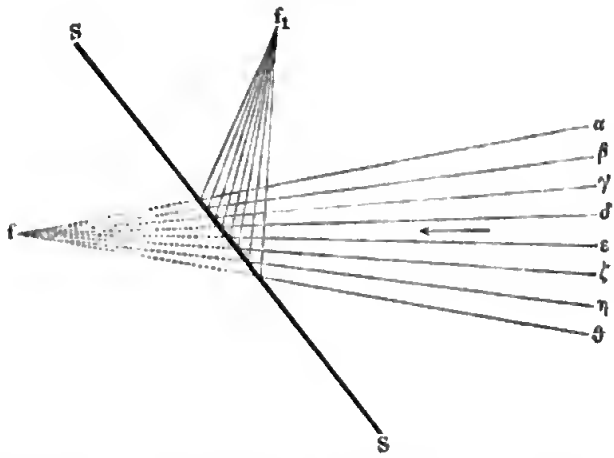
Erstes Kapitel.

Von der Brechung homocentrischer Strahlenbündel.

Einen Complex von Lichtstrahlen, deren Richtungen sich sämmtlich 216
in einem Punkte schneiden, nennt man ein homocentrisches Strahlenbündel. Ein solches wird beispielsweise dargestellt durch die Strahlen, welche ein leuchtender Punkt im leeren Raume oder in einem einfach brechenden Medium, wie Luft, nach allen Richtungen hin aussendet. Den gemeinsamen Durchschnittspunkt der sämmtlichen Strahlenrichtungen nennen wir das Centrum des Bündels. Es ist in dem angeführten Beispiele der leuchtende Objectpunkt selbst. Diese Bezeichnung verallgemeinernd, kann man das Centrum jedes homocentrischen Strahlenbündels den Objectpunkt nennen. Man muss aber dann die Unterscheidung reeller und virtueller Objectpunkte einführen. Unter den Begriff homocentrischer Strahlenbündel fallen nämlich auch convergirende Strahlenbündel, deren sämmtliche Strahlen auf einen Punkt zielen, ihn aber vielleicht nicht physisch erreichen, weil sie vorher durch Brechung oder Reflexion aus ihrer Bahn gelenkt werden. In diesem Falle hätte man den Durchschnittspunkt der über

ihr physisches Ende hinaus verlängerten Strahlenrichtungen als virtuellen Objectpunkt zu bezeichnen. Gehen dagegen die Strahlen des Bündels physisch von einem leuchtenden Punkte aus, oder wäre dies doch wenigstens bei der Beschaffenheit des Bündels denkbar, so haben wir es mit einem reellen Objectpunkte zu thun. Um den Begriff eines virtuellen Objectpunktes anschaulich zu machen, kann die Figur 69 dienen. Es seien α, β, γ, δ, ε, ζ, η, ϑ acht Strahlen eines convergirenden Bündels, die sich in der Richtung des Pfeiles fortpflanzen. Es ist zwar fürerst ganz gleichgültig, ob und wie ein solches Strahlenbündel entstehen könne.

Fig. 69.



Wenn aber der Leser nicht gern mit bloss in abstracto eingebildeten Dingen arbeitet, so mag er sich vorstellen, dass die Strahlen von einer Sammellinse herkommen, vor welcher sich in geeigneter Entfernung ein leuchtender Punkt befindet. Wir stellen uns nun vor, dass die Strahlen sämmtlich auf den Punkt f zielen (wie durch die punktirten Fortsetzungen angedeutet ist). Diesen Punkt erreichen die Strahlen aber nicht wirklich, sondern sie werden schon vorher durch die spiegelnde Ebene ss aus ihrer Bahn gelenkt. Nach bekannten Gesetzen würden sie alsdann im Punkte f_1 reell vereinigt werden. Wir nennen in diesem Falle den Punkt f den virtuellen Objectpunkt und — beiläufig sei es gleich bemerkt — f_1 sein (rèelles) Spiegelbild.

Ein besonders bemerkenswerther Fall eines homocentrischen Strahlenbündels ist ein solches, dessen sämmtliche Strahlen unter sich parallel sind. Dieser Fall entsteht, wenn das Centrum (der Objectpunkt) in unendliche Ferne hinausrückt. Hier verliert offenbar die Unterscheidung zwischen reell und virtuell ihre Bedeutung, denn es ist gleichgültig, ob man sich den Durchschnittspunkt auf der Seite, von wo die Strahlen kommen, oder auf der, wohin sie gehen, in unendlicher Ferne vorstellt.

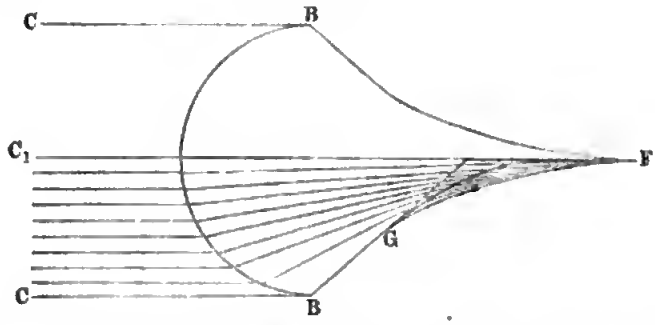
217 Für die Physiologie und Pathologie des Auges ist es nothwendig, die genaueste Kenntniss davon zu besitzen, was aus einem homocentrischen

Strahlenbündel wird, wenn es eine Fläche von gegebener Gestalt passirt, die zwei durchsichtige Medien voneinander trennt, oder wenn es eine Zusammenstellung mehrerer solcher Flächen nacheinander passirt. In der That sind ja das Auge selbst und alle Werkzeuge, die zu einer Untersuchung oder zur Unterstützung seiner Leistungen angewandt werden, nichts anderes als Systeme solcher Flächen.

Die Disciplin der Physik, welche von der Brechung homocentrischer Strahlenbündel an Trennungsflächen verschiedener durchsichtiger Medien handelt, nennt man bekanntlich „Dioptrik“. In voller Allgemeinheit lässt sich das Problem der Dioptrik nicht lösen, d. h. es lässt sich nicht angeben, was aus einem Strahlenbündel von beliebiger Winkelöffnung wird, wenn es eine irgendwie gestaltete Trennungsfläche zweier Medien passirt. Der allgemeinste Fall, welcher der mathematischen Analyse zugänglich ist, setzt zwar keine beschränkenden Bedingungen für die geometrische Natur der Trennungsfläche der beiden in Betracht kommenden durchsichtigen Mittel, wohl aber über die Beschaffenheit des Strahlenbündels; namentlich muss dessen Winkelöffnung verschwindend klein gesetzt werden. Wir wollen jedoch diesen allgemeinsten Fall noch nicht gleich zu Anfang untersuchen, vielmehr zuerst die wichtigeren speciellen Fälle vorausschicken.

Wenn ein homocentrisches Strahlenbündel auf eine kugelförmige 218
Trennungsfläche zweier brechender Medien fällt, so wird es durch die Brechung in einen Strahlencomplex verwandelt, dessen Form man in jedem einzelnen Falle genau angeben kann. Wir wollen als Beispiel den Fall betrachten, dass das auffallende homocentrische Bündel parallelstrahlig, der Brechungsindex beim Uebergang aus dem ersten Medium in das zweite $^3/_2$ ist und die Kugelfläche dem schwächer brechenden Medium die convexe Seite zukehrt. BB (Fig. 70) sei der Durchschnitt der Kugelfläche mit der Ebene des Papieres und CC die in dieser Ebene verlaufenden

Fig. 70.



Strahlen des Bündels. Ihr Gang nach der Brechung fällt selbstverständlich ebenfalls in die Ebene des Papieres und ist in der Figur gezeichnet. Man sieht, dass der Strahlencomplex nach der Brechung kein homocentrisches Bündel mehr ist. Die übrigen Strahlen schneiden den ungebrochen durchgehenden Strahl (C_1F) um so früher (d. h. in der Figur um so weiter

nach links), je weiter ihre ursprüngliche Lage von C_1F absteht. Die Durchschnittspunkte je zwei benachbarter Strahlen liegen auf einer krummen Linie GF, welche man die Brennlinie nennt.

Untersucht man den vorliegenden Fall genauer, so findet sich, dass die CF zunächst gelegenen Strahlen des Bündels sich alle nach der Brechung sehr annähernd genau im Punkte F (der Spitze der Brennlinie) schneiden. Bestände also das einfallende Büudel aus diesen Strahlen allein und wären die mehr seitlich gelegenen gar nicht vorhanden, so würden wir nach der Brechung wieder sehr annähernd ein homocentrisches Strahlenbündel haben.

219 Dieser letztere höchst specielle Fall bildet nun den Ausgangspunkt der physiologischen und praktischen Dioptrik. Der erste Grundsatz dieser Disciplin, der soeben nur angedeutet wurde, kann bestimmter und allgemeiner so ausgesprochen werden: Denken wir uns von einer Kugeloberfläche ein verhältnissmässig kleines Stück *) als Trennungsfläche zweier durchsichtiger Mittel, und fällt auf dieselbe ein homocentrisches Strahlenbündel von kleiner Winkelöffnung, so auf dass kein Strahl desselben sehr weit von senkrechter Einfallsrichtung abweicht, dann wird das Bündel durch die Brechung sehr annähernd wieder in ein homocentrisches Bündel verwandelt. Da dieser Satz nur ein annäherungsweise gültiger ist, so können natürlich die oben aufgezählten Bedingungen seiner Gültigkeit nicht numerisch bestimmt angegeben werden. Das heisst, es kann nicht angegeben werden, der wievielte Theil einer ganzen Kugel höchstens die Trennungsfläche sein darf, und wie gross höchstens der Oeffnungswinkel des in Betracht kommenden Strahlenkegels sein darf, und wie weit höchstens die Strahlen des Bündels von senkrechter Incidenz abweichen dürfen. Es lässt sich eben nur sagen, dass die Homocentricität des durch Brechung hervorgebrachten Büudels um so genauer ist, je weniger die Strahlen des einfallenden Bündels von senkrechter Incidenz abweichen. Es ist nämlich gut, zu bemerken, dass in dieser einen Bedingung die beiden anderen schon enthalten sind, denn es ist klar, dass stets einige Strahlen des Bündels, es mag beschaffen sein wie es will, weit von senkrechter Incidenz abweichen, sowie ein grosser Bruchtheil einer ganzen Kugel als Trennungsfläche in Betracht kommt (z. B. die Strahlen CB des parallelstrahligen Bündels in Fig. 70). Ebenso ist klar, dass in einem Strahlenbündel von grosser Winkelöffnung stets Strahlen enthalten sein werden, die weit von senkrechter Incidenz abweichen, die Trennungsfläche mag beschaffen sein wie sie wolle **).

Im Falle der praktischen Anwendung hat man daher die Grenzen

*) Der absolute Werth des Stückes Kugeloberfläche darf so gross sein, als er will, er darf ganze Quadratfusse betragen; es kommt nur darauf an, dass es ein kleiner Bruchtheil der gesammten Kugeloberfläche ist.

**) Abgesehen von dem singulären Falle, dass das Centrum des Strahlenbündels mit dem Centrum der Kugelfläche beinahe zusammenfällt.

der zulässigen Abweichung der in Betracht kommenden Strahlen um so enger zu stecken, je genauer homocentrisch man die gebrochenen Strahlenbündel verlangt. Bei astronomischen Instrumenten richtet man es daher meist so ein, dass keine Strahlen mitwirken, die mit ihrem Einfallslothe bei der ersten Brechung an der Objectivlinse einen Winkel bilden, der grösser als etwa 15 oder höchstens 30 Minuten wäre. Die Oberflächen der Objectivlinsen astronomischer Fernröhre müssen daher immer sehr kleine Bruchtheile der ganzen Kugelfläche, d. h. sehr wenig gekrümmt sein; und das Gesichtsfeld astronomischer Fernröhre ist stets sehr klein, bei stark vergrössernden z. B. so klein, dass man nicht die ganze Mondscheibe auf einmal übersehen kann. In der That ist die Beschränkung des Gesichtsfeldes eine besondere Bedingung, die sich aus unserer allgemeinen Bedingung entwickeln lässt. Sind nämlich beispielsweise in einem astronomischen Fernrohr zwei diametral gegenüberliegende Punkte des Mondrandes gleichzeitig sichtbar, so müssen jedesfalls schon Strahlen in Betracht gezogen werden, die um $^1/_2$ Grad von senkrechter Incidenz abweichen. Suchen wir nämlich in dem Strahlenbündel, das vom einen Punkt des Mondrandes ausgeht, denjenigen auf, der senkrecht auf die Objectivoberfläche trifft, so wird der Strahl des vom anderen Punkte ausgehenden Bündels, der in denselben Punkt der Objectivoberfläche einfällt, mit seinem Einfallsloth einen Winkel von einem halben Grade machen, da ja bekanntlich dies der Winkel ist, den zwei Linien von zwei diametral gegenüberliegenden Punkten des Mondes zu irgend einem terrestrischen Punkte mit einander bilden. Man sieht in dieser Weise leicht, dass ganz allgemein Strahlen mit um so grösseren Incidenzwinkeln in Betracht gezogen werden müssen, je grösser das Gesichtsfeld eines optischen Instrumentes sein soll. Es kann dasselbe also nur vergrössert werden auf Kosten der Homocentricität der gebrochenen Strahlenbündel, d. h. auf Kosten der Schärfe des Instrumentes.

Nachdem durch diese vorläufigen Erörterungen hinlänglich hervor- 220
gehoben ist, dass wir es mit einem nur annäherungsweise gültigen Satze zu thun haben, wenn wir behaupten, ein homocentrisch einfallendes Strahlenbündel werde durch Brechung an einer sphärischen Trennungsfläche in ein neues homocentrisches verwandelt, wollen wir die Regeln aufstellen, nach denen das Centrum des gebrochenen Strahlenbündels gefunden wird, wenn das des einfallenden gegeben ist.

Das Centrum des gebrochenen Strahlenbündels nennt man das „Bild“ oder den „Bildpunkt“, wenn man das Centrum des einfallenden Bündels das „Object“ oder den „Objectpunkt“ nennt. Es gilt also, die Beziehungen zwischen der Lage des Object- und der Lage des Bildpunktes festzustellen, wenn zwei brechende Medien und zwischen ihnen eine sphärische Trennungsfläche gegeben ist.

Sei KK in Fig. 71 (a. f. S.) der Durchschnitt des die Trennungsfläche darstellenden Kugelabschnittes, c ihr Mittelpunkt. Wir wollen annehmen, linker Hand, also auf der convexen Seite der Trennungsfläche, sei das

schwächer brechende Medium — Luft —, rechter Hand, also auf der concaven, sei das stärkerbrechende Medium — beispielsweise Glas. Wir wollen uns nun drei parallelstrahlige Bündel in der Luft denken, die Strahlen des einen sind in der Figur mit *a*, die des zweiten mit *b* und die des dritten mit *a* bezeichnet. Solche Bündel würde man beispielsweise von drei in einer geraden Linie stehenden Fixsternen oder von drei Punkten der Mondoberfläche erhalten können. Natürlich sendet jeder solche Punkt noch unzählige Strahlen aus, die gar nicht auf unsere Trennungsfläche fallen, sondern allenfalls von einer undurchsichtigen Wand *W W* aufgefangen werden, in welche unsere Trennungsfläche eingesetzt ist, oder die ganz an der Masse des zweiten Mediums vorübergehen. Um diesen Punkt dem Leser anschaulich zu halten, sind in der Figur zu jedem der drei Bündel einige solche weiter seitwärts gelegene Strahlen angedeutet. Betrachten wir zuerst das mit *a* bezeichnete Bündel, ein Strahl desselben *a C α* zielt auf den Mittelpunkt *C* und trifft also senkrecht auf die Trennungsfläche. Er muss deshalb nach dem Brechungsgesetze ohne Ablenkung durchgehen, und seine Richtung nach der Brechung ist *a C α* wie vorher. Diese Linie ist schon ein geometrischer Ort für den gesuchten Bildpunkt des unendlich fernen Objectpunktes, der das Bündel aussendet, dessen Strahlen mit *a* bezeichnet sind. Denn der Bildpunkt als das Centrum oder der gemeinsame Durchschnitt aller Strahlen des ge-

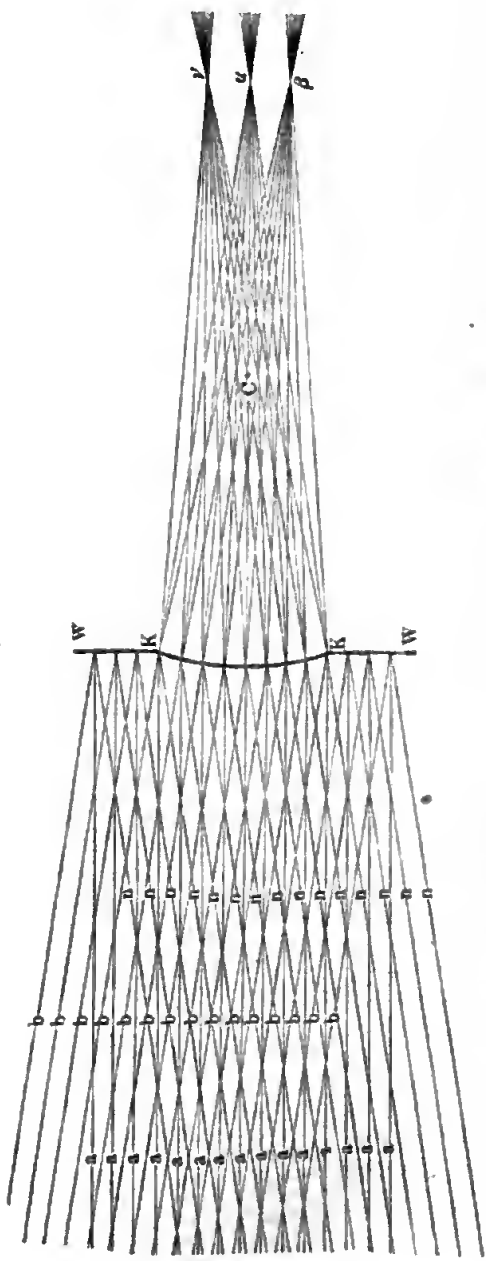


Fig. 71.

brochenen Bündels muss ja auf jedem gebrochenen Strahle liegen, und da wir diesen einen sofort construiren konnten, so haben wir eine gerade Linie, auf der unzweifelhaft der Bildpunkt zu suchen ist. Er liegt nun auf dieser Linie — wie die mathematische Analyse zeigt — in einer Entfernung $K\alpha$ von der brechenden Fläche, die sich zu deren Radius KC verhält wie der Brechungsindex des Mediums hinter der Fläche zu demselben um 1 verminderten Brechungsindex. Diese Länge $K\alpha$, die also für eine Fläche von gegebenem Radius, welche Luft von einem Stoffe bestimmter Brechkraft scheidet, einen ein- für allemal bestimmten Werth hat, nennt man die „zweite Hauptbrennweite".

Genau wie soeben der Vereinigungspunkt des Strahlenbündels a fin- 221
det sich für das einfallende Strahlenbündel b der Punkt β als Vereinigungspunkt der gebrochenen Strahlen. Er liegt auf dem nach C zielenden Strahle $bC\beta$ und $K\beta$ ist $= K\alpha$. Für die Strahlen n findet sich der Vereinigungspunkt ν. Offenbar müssen die Vereinigungspunkte α, β, ν auf einer zu KK concentrischen Kugelschale mit dem Radius $C\alpha$ liegen. Da aber niemals Strahlenbündel in Betracht gezogen werden dürfen, die mit den Strahlen a grosse Winkel bilden, so können von der Kugelschale $\beta\alpha\nu$ keine Theile in Betracht kommen, die um einen namhaften Bruchtheil des Radius von α abstehen. Mit anderen Worten kann als geometrischer Ort der Vereinigungspunkte parallelstrahliger Bündel nur ein sehr kleiner Theil einer um C mit dem Radius $C\alpha$ beschriebenen Kugelfläche in Betracht kommen. Ein kleiner Theil einer Kugelfläche fällt aber nahezu mit einer Ebene zusammen. So können wir also annehmen, dass die Vereinigungspunkte parallelstrahliger Bündel oder die Bilder unendlich ferner Objecte in eine bei α auf $aC\alpha$ senkrecht gestellte Ebene fallen. Diese Ebene soll die zweite Brennebene des Systems heissen.

Fällt jetzt ein divergirendes Strahlenbündel auf unsere Fläche (siehe 222
Fig. 72, a. f. S.), das vom Punkte P in der Luft ausgeht*), so können wir wieder vor Allem den Strahl PQ desselben verfolgen, welcher auf den Mittelpunkt C der Kugel KK zielt, dieser Strahl geht wieder ohne Ablenkung hindurch. Wir haben also sofort wieder eine Gerade PQC, auf der wir den Vereinigungspunkt des gebrochenen Strahlenbündels, d. h. das Bild des Punktes P zu suchen haben. Wo es auf dieser Linie liegt, lehrt folgende einfache Regel: Eins dividirt durch den Abstand des leuchtenden Punktes von der brechenden Fläche, plus dem Brechungsindex, dividirt durch den Abstand des Bildes von der Fläche, ist gleich dem Brechungsindex dividirt durch die (oben definirte) zweite Hauptbrennweite. Diese Regel schreibt sich als Gleichung kurz so $\frac{1}{p} + \frac{n}{p^*} = \frac{n}{f^*}$, wenn p die

*) Der Punkt P ist, um die Figur nicht allzusehr auszudehnen, nicht mehr aufgenommen. Der Buchstabe P ist dahin geschrieben, wo die Strahlen des einfallenden Bündels abgebrochen sind, er müsste eigentlich weiter links stehen, an dem Punkte, von welchem die Strahlen ausgehen.

Fig. 72.

Entfernung (PQ) des Objectpunktes, p^* die Entfernung (P^*Q) des Bildpunktes bedeutet, und wenn ferner n den Brechungsindex des zweiten Mediums bedeutet, den der Luft = 1 gesetzt, und wenn endlich die oben definirte zweite Hauptbrennweite mit f^* bezeichnet wird. Nach dieser Regel kann man leicht zu jedem gegebenen Objectabstand den zugehörigen Bildabstand berechnen. Den Objectabstand nnd den zugehörigen Bi'dabstand nennt man auch „conjugirte Vereinigungsweiten". Man sieht leicht schon ganz allgemein, dass das Bild ans der Brennebene anfangs langsam nach rechts berausrückt, wenn das Object, von unendlicher Ferne kommend, sich der brechenden Fläche nähert; dass dann das Bild bei fortgesetzter Annäherung des Objectes an die Fläche immer rascber nach rechts rückt. Man siel t ferner, dass bei einer gewissen Annäherng des Objectes an die brechende Fläche das Bild nach rechts in unendliche Ferne binausgerückt sein muss, denn es muss einen Werth von p geben, für

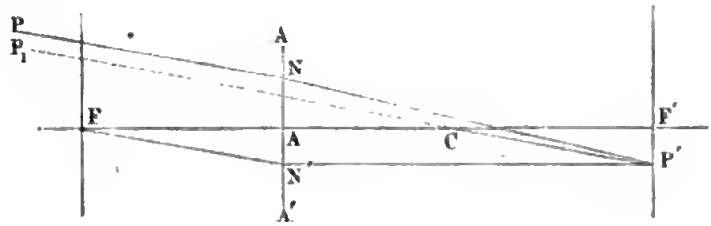
welchen $\frac{1}{p} = \frac{n}{f^*}$, mithin $\frac{n}{p^*} = 0$, d. h. $p^* = \infty$ ist. Mit anderen Worten, das gebrochene Strahlenbündel wird parallelstrahlig, wenn der leuchtende Objectpunkt in einer gewissen Entfernung vor der Fläche KK liegt. Diese Entfernung wollen wir mit f bezeichnen und die erste Hauptbrennweite nennen. In der Entfernung f von der brechenden Fläche können wir nun wieder eine der brechenden Fläche concentrische Kugelfläche aufstellen. Da auch von ihr wieder nur ein verhältnissmässig kleines Stück in Betracht gezogen werden darf, so können wir dies Stück als eben betrachten und nennen es die vordere Hauptbrennebene. Die Entfernung der vorderen Hauptbrennebene von der brechenden Fläche, die wir mit f bezeichnet und erste Hauptbrennweite genannt haben, verhält sich zur Entfernung der zweiten Hauptbrennebene von der brechenden Fläche, wie die Einheit zum Brechungsindex. Dies ist aus der obigen Gleichung leicht zu sehen, denn f ist oben derjenige Werth von p, für welchen $\frac{n}{p^*} = 0$ ist, es ist also $\frac{1}{f} = \frac{n}{f^*}$ oder $f : f^* = 1 : n$. Die vordere Hauptbrennebene ist der geometrische Ort aller derjenigen leuchtenden Punkte, deren Bilder in unendliche Ferne fallen oder, mit anderen Worten, diejenigen Strahlenbündel, welche von Punkten der vorderen Hauptbrennebene ausgehen, werden durch die Brechung zu parallelstrahligen Bündeln. Die Richtung eines solchen Strahlenbündels kann man wieder leicht finden. Man braucht nur die Gerade vom gegebenen leuchtenden Punkte nach dem Centrum der Fläche zu ziehen. Diese Linie giebt aus dem oben schon angeführten Grunde jedesfalls die Richtung eines gebrochenen Strahles und folglich, da im jetzt gedachten Falle alle Strahlen parallel sind, die Richtung aller Strahlen. Man sieht in Fig. 72 diesen Fall veranschaulicht, g ist ein Punkt der mit FF bezeichneten vorderen Hauptbrennebene, welcher ein Strahlenbündel auf die Fläche KK sendet. Die gebrochenen Strahlen werden daher alle parallel sein (siehe $K\gamma$) und die Richtung aller ist gegeben durch die Richtung des Strahles gC, welcher auf das Centrum C der Fläche zielt, mithin senkrecht auffällt und ungebrochen weiter geht.

Liegt der Objectpunkt noch näher an der brechenden Fläche als die 223
vordere Brennebene, dann kann das Strahlenbündel nicht einmal mehr in ein parallelstrahliges verwandelt werden, es bleibt vielmehr nach der Brechung immer noch divergent. Homocentrisch bleibt aber darum das gebrochene Strahlenbündel doch; nur liegt das Centrum nicht mehr auf dem wirklichen Wege der physischen Strahlen, sondern auf ihren rückwärts verlängerten Richtungen im ersten Medium, aus dem die Strahlen kommen. Es entsteht also in diesem Falle nicht ein wirkliches Bild des leuchtenden Punktes, das man auf einem Schirme auffangen kann. Man nennt daher den bloss geometrischen gemeinsamen Durchschnitt aller rückwärts verlängerten Strahlenrichtungen das „virtuelle“ Bild des leuchtenden Punktes. Es ist gut zu bemerken, dass die Lage der virtuellen

Bilder und ihre Beziehung zur Lage der Objectpunkte sich denselben Gesetzen fügt, wie die Lage der reellen Bilder. Die oben aufgestellte Gleichung zeigt selbst an, ob das Bild eines beliebig angenommenen leuchtenden Punktes reell oder virtuell ist. Wenn sich nämlich bei Einsetzung eines gewissen Werthes für den Objectabstand p der Bildabstand **negativ** ergiebt, so bedeutet dies, dass das Bild ein virtuelles ist. Es begreift sich ferner leicht, dass auch ein virtuelles Bild stets auf der vom Object nach dem Mittelpunkt der Fläche gezogenen Geraden liegt. Hat man ein zusammengesetztes Object, bestehend aus lauter leuchtenden Punkten, die in einer zur brechenden Fläche parallelen Ebene liegen, so liegen die Bilder alle gleichfalls in einer solchen Ebene und stellen ein zusammengesetztes Bild dar, das dem Objecte geometrisch ähnlich ist. Seine Dimensionen verhalten sich zu den entsprechenden Dimensionen des Objectes wie sein Abstand vom Mittelpunkte (C Fig. 72) der Fläche zum Abstande des Objectes von diesem Mittelpunkte.

224 Es soll jetzt nur noch eine allgemein anwendbare geometrische Construction ausdrücklich beschrieben werden, vermittelst deren man bei einer beliebigen brechenden Fläche die Lage des gebrochenen Strahles bestimmen kann, wenn die Lage des einfallenden gegeben ist. Sei in Fig. 73 AA'

Fig. 73.



eine Tangentialebene an den Scheitel der brechenden Fläche gelegt, die, weil letztere ein sehr kleines Kugelsegment sein muss, mit ihr geradezu vertauscht werden darf, wenn es sich um Entfernungen davon handelt; FF' sei eine dazu im Scheitel senkrechte Linie und seien noch die in F und F' senkrecht stehenden Linien die Durchschnitte der Hauptbrennebenen mit der Ebene der Zeichnung. Sei nun PN ein einfallender Strahl, dessen Richtung nicht nothwendig in der Ebene der Zeichnung enthalten gedacht zu werden braucht. Um die Richtung desselben Strahles nach der Brechung zu finden, braucht man nur durch F eine Parallele zu PN zu legen, von dem Punkte, wo diese die brechende Fläche oder die derselben substituirte Ebene AA' schneidet, eine Parallele zu FF' zu ziehen, und endlich den Durchschnittspunkt P' der letzteren mit der hinteren Hauptbrennebene mit N zu verbinden. NP' ist die Richtung des gebrochenen Strahles; denn wären PN und $F'N'$ zwei Strahlen eines parallelen Bündels, so würde P' sein Vereinigungspunkt sein, also muss der Strahl PN nach der Brechung jedesfalls durch den Punkt P' gehen. Durch Einfüh-

rung eines anderen Hülfspunktes, des Mittelpunktes der Fläche, C, kann die Auffindung des Punktes P', wo der gebrochene Strahl die hintere Hauptbrennebene berührt, noch vereinfacht werden. Man braucht nämlich bloss durch C eine Parallele zu PN zu legen, ihr Durchschnittspunkt mit der Ebene F' ist wiederum P' der gesuchte Punkt; denn denkt man sich wiederum ein aus lauter zu PN parallelen Strahlen bestehendes einfallendes Bündel, so muss wiederum sein Vereinigungspunkt in der Ebene F' liegen; es muss aber zweitens der Strahl P_1C desselben, der auf den Mittelpunkt zielt, seine Richtung beibehalten, weil er senkrecht auf die brechende Fläche fällt, und nach P' weiter gehen, folglich muss wieder P' der Vereinigungspunkt des gedachten Bündels sein und der Strahl PN nach der Brechung nothwendig durch P' gehen. Der Strahl eines Bündels, welcher durch den Mittelpunkt C geht, soll der Richtungsstrahl heissen. Es mag noch an dieser Stelle bemerkt sein, dass C eben so weit vor F' liegt, als F vor A.

Die vorgetragenen Lehren über die Brechung an einer einzigen Ku- 225
gelfläche kann man sich sehr schön an einem einfachen Apparate anschaulich machen. Er besteht aus einer inwendig schwarzen Blechrinne von quadratischem Querschnitte, die etwa 30 Centimeter lang ist. In die eine Endfläche ist ein stark gewölbtes Uhrglas, in die andere ist eine ebene Glasplatte eingesetzt. Die Rinne wird nun mit Wasser gefüllt, und vor dem Uhrglase werden in der Luft geeignete stark leuchtende Objecte aufgestellt, wie Lichtflammen und dergleichen. Die Brechung der Vorderfläche des Uhrglases, die man wegen des Parallelismus der beiden Glasoberflächen geradezu als vordere Grenzfläche des Wassers ansehen kann, erzeugt nun bei passender Lage von den leuchtenden Objecten in der Wassermasse physische Bilder, die man auf einer senkrecht in die Rinne zu stellenden matten Glastafel auffangen und von hinten her durch die in der hinteren Endfläche befindliche Glasplatte betrachten kann. Befindet sich vor der Vorderfläche nur ein einziger stark leuchtender Punkt, so kann man im dunklen Zimmer das ganze Strahlenbündel im Wasser von oben her gleichsam körperlich vor sich sehen, da das Wasser stets hinlänglich trübe ist, um die ganze Bahn eines in ihm fortgepflanzten intensiven Lichtstrahles ein wenig leuchtend erscheinen zu lassen.

Wir betrachten jetzt den Gang der Lichtstrahlen durch eine Reihe 226
von mehr als zwei brechenden Medien, wenn immer je zwei dieser Medien in einer sphärischen Fläche aneinander grenzen, und wenn die Mittelpunkte aller der Kugeln, von denen die Trennungsflächen Abschnitte sind, auf einer geraden Linie liegen. Eine solche Zusammenstellung nennt man ein centrirtes dioptrisches System, und die Linie, welche die Mittelpunkte aller der Kugelflächen enthält, nennt man seine Axe. Es ist vor allem durch wiederholte Anwendung der soeben vorgetragenen Lehren klar, dass ein im ersten Medium des Systems homocentrisches Strahlenbündel, nachdem es alle Trennungsflächen passirt hat, im letzten Medium immer noch homocentrisch sein muss. In der That wird ja das vorausgesetzte Bündel

durch die erste Brechung in ein anderes homocentrisches verwandelt; es kommt also ein solches zur Brechung an die zweite sphärische Trennungsfläche, diese muss also wiederum ein homocentrisches Strahlenbündel liefern u. s. w. Den so erwiesenen Satz kann man auch ausdrücken: ein centrirtes dioptrisches System bringt von jedem leuchtenden Punkte ein optisches Bild zu Stande, das auch wieder je nach den besonderen Umständen ein reelles und virtuelles sein kann. Natürlich ist dieser Satz, wie bei einer einzelnen sphärischen Trennungsfläche nur annäherungsweise gültig und zwar um so genauer, je kleinere Winkel alle in Betracht kommende Strahlen mit ihren betreffenden Einfallslothen bei sämmtlichen Brechungen bilden. Damit diese Winkel recht klein sind, muss selbstverständlich jede Trennungsfläche nur ein kleiner Bruchtheil einer ganzen Kugeloberfläche sein, und es dürfen nur solche leuchtende Punkte in Betracht gezogen werden, die nicht weit von der Axe liegen.

Man kann die dioptrischen Systeme eintheilen in collective und dispansive. Collectiv nennt man ein System, wenn das Strahlenbündel, was aus einem im ersten Medium divergirenden, nach allen Brechungen im letzten Medium entsteht, convergent oder wenigstens weniger divergent ist, als das ursprüngliche. Dispansiv nennt man ein System, wenn es umgekehrt die Divergenz der auffallenden Strahlenbündel vermehrt. Ein parallelstrahlig auffallendes Bündel insbesondere wird also jedes collective System in ein convergentes, jedes dispansive System in ein divergentes verwandeln. Die folgenden Betrachtungen werden wir zunächst an ein collectives System anknüpfen, weil dieser Fall im Auge realisirt ist.

227 Wenn bei einem dioptrischen System das letzte Medium, in welchem sich schliesslich nach allen Brechungen die Strahlen bewegen, verschieden ist vom ersten, aus welchem sie ursprünglich kommen, dann ist die optische Wirkung des Systems auffallend analog der oben betrachteten Brechung an einer einzigen sphärischen Trennungsfläche, die zwei heterogene Medien von einander scheidet. Vor allem leuchtet ein, dass in einem solchen Systeme zwei zur Axe senkrechte Ebenen existiren müssen, welche analoge Bedeutung haben, wie die oben definirten Hauptbrennebenen. In der That werden ja alle parallelstrahligen Bündel in Punkten des letzten Mediums zur Vereinigung kommen, und dass diese Punkte alle in einer zur Axe senkrechten Ebene liegen müssen, bedarf auch keines besonderen Beweises. Diese hintere Hauptbrennebene ist also der geometrische Ort der Bilder von unendlich entfernten Objecten. Ebenso wird im ersten Medium eine zur Axe senkrechte Ebene zu finden sein, in welcher ein leuchtender Punkt liegen muss, wenn das von ihm ausgesandte Bündel nach allen Brechungen im letzten Medium parallelstrahlig sein soll. Diese Ebene werden wir die vordere oder erste Hauptbrennebene des Systemes nennen. Die Lage der Hauptbrennebenen im bestimmten Falle ist durch ziemlich verwickelte Rechnungen aus den Ahmessungen und Brechungsindices des Systemes zu bestimmen. Sie kann übrigens auch empirisch ermittelt werden, wenn das letzte wie das erste Medium des Systems directer Beobach-

tung zugänglich ist. Die Punkte, wo die Haupthrennebenen von der Axe geschnitten werden, nennt man die Haupthrennpunkte.

Es lässt sich ferner bei einem zusammengesetzten System von der Art, wie wir es uns denken, eine Analogie zum Centrum der einzigen kugelförmigen Trennungsfläche finden. Es lassen sich nämlich in der Axe zwei Punkte — „Knotenpunkte" genannt — angeben von folgender Eigenschaft: Ein Strahl, der im ersten Medium auf den ersten Knotenpunkt zielt, hat im letzten Medium eine Richtung, die den zweiten Knotenpunkt enthält und zu seiner Richtung im ersten Medium parallel ist. Alle Strahlen also, die auf den ersten Knotenpunkt zielen, erleiden, wie die Strahlen, die auf den Mittelpunkt einer einzigen Trennungsfläche zielen, keine Richtungsänderung, aber sie werden parallel mit sich selbst längs der Axe um den Abstand beider Knotenpunkte verschoben.

Endlich lassen sich auch noch zwei zur Axe senkrechte Ebenen angeben, die eine gewisse Analogie mit der einzelnen Trennungsfläche selbst darbieten. Man nennt sie die Hauptebenen. Sie sind durch folgende Eigenschaft definirt: Wenn man den Durchschnittspunkt eines beliebigen einfallenden Strahles mit der ersten Hauptebene hat und zieht von ihm aus eine Parallele zur Axe, so ist der Durchschnittspunkt derselben mit der zweiten Hauptebene ein Punkt auf der Richtung des entsprechenden Strahles im letzten Medium. Man beachte übrigens, dass die beiden fraglichen Punkte der beiden Hauptebenen keineswegs allgemein auf der physischen Bahn des betrachteten Strahles liegen, denn die erste Hauptebene liegt in der Regel nicht im ersten und die zweite Hauptebene nicht im letzten Medium. Der physische Strahl hat also schon seine ursprüngliche Richtung verlassen, wo er die erste Hauptebene trifft, und hat noch nicht seine letzte Richtung, wo er die zweite Hauptebene durchsetzt, jene beiden Punkte sind also im Allgemeinen lediglich Hülfspunkte der geometrischen Construction.

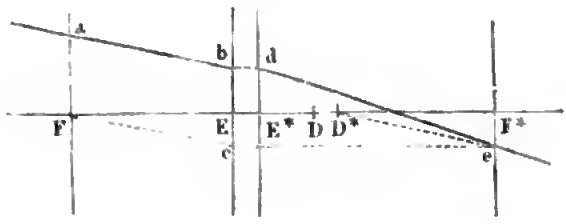
Die Analogie der Hauptebenen zur einzelnen Trennungsfläche zeigt sich noch in einem anderen Punkte. Nennt man den Abstand der vorderen Haupthrennebene von der ersten Hauptebene die erste Hauptbrennweite und bezeichnet sie mit f. Nennt man ferner den Abstand der zweiten Haupthrennebene von der zweiten Hauptebene die zweite Hauptbrennweite und bezeichnet sie mit f^*. Misst man endlich die Objectdistanzen p von der ersten, die Bilddistanzen p^* von der zweiten Hauptebene, so gilt zwischen diesen Grössen dieselbe Relation, wie zwischen den gleichbezeichneten Grössen bei einer einzelnen brechenden Kugelfläche, nämlich $\frac{n^0}{p} + \frac{n^*}{p^*} = \frac{n^0}{f}$ oder $= \frac{n^*}{f^*}$, wo n^0 der Brechungsindex des ersten, n^* der Brechungsindex des letzten Mediums des Systems ist. In den meisten wirklich vorkommenden Fällen ist das erste Medium des Systems Luft, und man kann dann $n^0 = 1$ setzen, so dass die Gleichung übergeht in $\frac{1}{p} + \frac{n^*}{p^*} = \frac{1}{f}$

oder $= \frac{n^*}{f^*}$. Man kann somit sagen, dass hier dieselbe Beziehung wie bei einer einzelnen Trennungsfläche zwischen „conjugirten Vereinigungsweiten“ besteht, wenn man nur dieselben hier definirt als den Objectabstand von der ersten und den Bildabstand von der zweiten Hauptebene.

Der Kalkul zeigt endlich noch, dass der zweite Knotenpunkt ebensoweit von der zweiten Hauptbrennebene absteht, wie die erste Hauptebene von der ersten Hauptbrennebene, und dass der erste Knotenpunkt von der ersten Hauptbrennebene ebenso weit absteht, wie die zweite Hauptebene von der zweiten Hauptbrennebene, dass mithin der Abstand zwischen beiden Knotenpunkten dem Abstande zwischen beiden Hauptebenen gleich ist. Noch eine selbstverständliche Folgerung der entwickelten Sätze mag ausdrücklich hervorgehoben werden: Ist bei dem brechenden Systeme das erste und das letzte Medium identisch (also $n^0 = n^*$), dann fallen die Knotenpunkte in die Hauptebenen und die beiden Hauptbrennweiten sind einander gleich ($f = f^*$). Dies Korollar findet namentlich Anwendung auf fast alle unsere künstlichen optischen Werkzeuge, Fernrohr, Mikroskop etc., denn hier ist allemal das erste Medium, aus welchem die Strahlenbündel kommen, Luft, und das letzte Medium, in welches sie schliesslich nach der Brechung an der letzten Fläche übertreten, wiederum Luft, man hat also hier allemal $n^0 = n^* = 1$, wenn wir den Brechungsindex der Luft als Einheit wählen.

228 Aus den vorstehenden Sätzen geht hervor, dass man sich die gesammte dioptrische Wirkung eines noch so complicirten Systems sehr einfach vorstellen kann, wenn einmal die Lage der Brennebenen der Hauptebenen und der Knotenpunkte bestimmt ist. Man kann alsdann von den einzelnen Ablenkungen, welche die Lichtstrahlen an den verschiedenen Flächen des Systemes erleiden, gänzlich absehen, und gleich ihren letzten Weg finden, wenn der erste gegeben ist. Man braucht sich nur den ganzen im ersten Medium einfallenden Strahlencomplex parallel mit sich um den Abstand der beiden Hauptebenen voneinander längs der Axe verschoben zu denken und sich dann vorzustellen, dieser neue Strahlencomplex fiele auf einen einzigen Kugelabschnitt, der am Orte der zweiten Hauptebene aufgestellt wäre, der zum Radius den Abstand des zweiten Knotenpunktes von der zweiten Hauptebene hätte und welcher das erste Medium unmittelbar vom letzten trennte. Wenn man jetzt construirt, wie der verschobene Strahlencomplex an dieser einen gedachten Fläche gebrochen würde, so hat man den Strahlencomplex, der sich in Wirklichkeit im letzten Medium unseres Systems fortpflanzt.

Fig. 74.



Für einen einzigen Strahl ist diese Construction in Fig. 74 ausge-

führt. Hier sind F und F^* die Hauptbrennpunkte, daher FF^* die Axe, bei E und E^* sind die Hauptebenen, D und D^* die Knotenpunkte. Der gedachte einfallende Strahl hat die Richtung ab, nun verschiebt man ihn um bd, und d wäre also der Einfallspunkt auf der bei E^* zu denkenden Kugelfläche mit dem Radius E^*D^*, deren zweite Hauptbrennweite nach dem Obigen offenbar E^*F^* sein müsste, wenn sie das erste Medium des Systems vom letzten trennte. Fiele also auf eine solche Fläche bei d ein zur Richtung ab paralleler Strahl, so würde er nach einem Punkte e der F^*ebene hin gebrochen, der sich findet, wenn man durch D^* (den Mittelpunkt der eingebildeten Trennungsfläche) eine Parallele zu ab zieht und ihren Durchschnittspunkt mit der F^*ebene sucht (siehe S. 238). de ist also nach den vorstehenden Sätzen die Richtung des Lichtstrahles im letzten Medium unseres Systems, wenn ab die Richtung des einfallenden Strahles ist. Den Punkt e auf der zweiten Brennebene, durch welchen der gebrochene Strahl gehen muss, kann man auch so finden, dass man durch den ersten Brennpunkt eine Parallele mit ab zieht. Vom Durchschnittspunkte (c, Fig. 74) derselben mit der ersten Hauptebene zieht man eine Parallele zur Axe, und ihr Durchschnitt mit der zweiten Brennebene ist wiederum der gesuchte Punkt e.

Wenn ein beliebiges Aggregat leuchtender Punkte sich in einer zur Axe senkrechten Ebene befindet, so werden sich die Bildpunkte gleichfalls in einer zur Axe senkrechten Ebene befinden und ihr Aggregat wird dem der Objectpunkte geometrisch ähnlich sein. D. h. von einem ebenen zur Axe senkrechten Objecte entsteht ein ähnliches ebenes zur Axe senkrechtes Bild. Aehnlich liegende Linien im Object und Bild verhalten sich wie die Entfernung des Objectes vom ersten zur Entfernung des Bildes vom zweiten Knotenpunkte. Dieser Satz ist ohne weiteres aus der Grundeigenschaft der Knotenpunkte zu folgern.

Es muss hier noch einmal ausdrücklich hervorgehoben werden, dass es nach den entwickelten Lehren unmöglich ist, ein System mehrerer Flächen durch eine einzige zu ersetzen, welche genau dieselbe optische Wirkung hervorbrächte. Nur in dem Falle, wo zufällig der Abstand zwischen beiden Knotenpunkten sehr klein ausfällt, lässt sich eine einzige sphärische Fläche angeben, die, wenn sie in einer gewissen Lage befindlich, das erste Medium vom letzten trennte, eine merklich gleiche optische Wirkung hervorbringen würde, wie das ganze System. In einem solchen Falle nennt man den Punkt, in welchen die beiden Knotenpunkte merklich zusammenfallen, den Kreuzungspunkt der Richtungsstrahlen.

Zweites Kapitel.

Das Mikroskop.

229 Zur Untersuchung der Wirkung mancher dioptrischer Systeme braucht man nicht nothwendig auf die im Vorigen vorgetragenen allgemeinsten Principien zurückzugehen. Man kann oft von der Wirkung der Glaslinsen, die im ersten Bande von Müller's Physik hinlänglich auseinandergesetzt ist, ausgehen. So namentlich beim Mikroskope.

Bekanntlich besteht dasselbe wesentlich aus zwei collectiv brechenden Vorrichtungen. Die eine, Objectiv genannt, ist dem Gegenstande zugekehrt, der vergrössert gesehen werden soll. Sie entwirft von ihm, da er ein wenig weiter als ihr Hauptbrennpunkt davon absteht, im Inneren des Rohres ein verkehrtes physisches Bild. Dies wird durch die zweite Vorrichtung — Ocular genannt — wie durch eine Lupe betrachtet. Das Ocular muss demnach so gestellt werden, dass jenes physische Bild ein wenig näher an ihm liegt als sein Hauptbrennpunkt, und dass also von dem physischen Bild ein virtuelles Bild entsteht; mit anderen Worten, dass die von einem Punkte des Objectes ausgehenden Strahlenbündel als divergente die letzte Fläche des Oculars verlassen, und somit geeignet sind, auf der Netzhaut eines normalen Auges wieder vereinigt zu werden. Das Objectiv ist entweder eine Linse von kurzer Brennweite oder ein System aus zwei bis drei solchen. Am besten ist es, wenn sie sämmtlich möglichst achromatisch sind. Die Principien, auf denen die Achromasie beruht, sind Bd. I, S. 607 auseinandergesetzt, es mag genügen, darauf zu verweisen; ein näheres Eingehen in das Detail der Rechnung über Achromasie kann hier um so mehr unterbleiben, als bei den gewöhnlichen optischen Apparaten doch meist nicht auf die strenge Theorie Rücksicht genommen wird, vielmehr die Crown- und Flintglaslinsen aufs Gerathewohl zusammengestellt werden.

Dass man als Objectiv nicht eine einfache Linse, sondern ein Linsensystem benutzt, hat nicht etwa seinen Grund darin, dass dadurch eine höhere Vergrösserung erzielt würde. Man könnte vielmehr durch eine einfache Linse ebenfalls jede beliebige Vergrösserung erzielen. Da man aber beim Mikroskop wegen der Nähe des Objectes am Objectiv Strahlenbündel von grosser Oeffnung, mithin Strahlen unter grossem Einfallswinkel benutzen muss, so würden dieselben nach Brechung in einer einzigen Linse nicht mehr hinlänglich homocentrisch sein, um ein scharfes Bild zu geben. Dieser Uebelstand kann offenbar bei einem Linsensystem von gleicher collectiver Kraft geringer sein, als bei einer einzelnen Linse.

Es ist hier der Ort, zu bemerken, dass in neuester Zeit Objectivsysteme verfertigt werden, deren unterste Fläche in das Wasser eingetaucht wird, worin sich das zu betrachtende Object befindet. Dadurch wird das

Mikroskop in ein wesentlich anderes Instrument verwandelt, denn nun ist das erste Medium des Systems, in welchem die Strahlenbündel auf die erste Trennungsfläche fallen — Wasser —, verschieden vom letzten Medium — Luft —, in welcher die Strahlen nach allen Brechungen an der letzten Fläche (der oberen Ocularfläche) austreten. Um die Wirkung eines solchen Instrumentes mit „Immersionslinse" zu beurtheilen, müsste man nothwendig auf die allgemeinsten Grundsätze über brechende Systeme, wie sie in ihren Grundzügen im vorigen Kapitel entwickelt sind, zurückgehen. Es soll dies indessen hier nicht versucht werden, da der Vorzug der Immersionslinsen, der zwar factisch auf den ersten Blick zu erkennen, meines Wissens noch nicht theoretisch begründet ist.

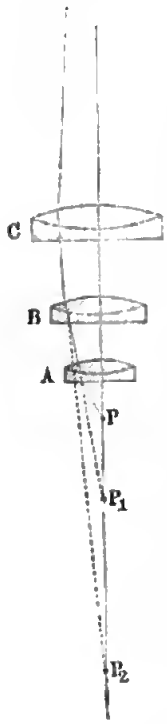
Obwohl das Schleifen und Zusammenstellen der mikroskopischen 230
Objectlinsen nicht nach theoretisch entwickelten Regeln geschieht, sondern von den optischen Künstlern nach individuellem Tacte rein empirisch ausgeführt wird, so ist es doch gut, wenn man sich der allgemeinen theoretischen Grundsätze bewusst ist, auf welchen die Möglichkeit beruht, die sphärische Abweichung bis zu einem gewissen Grade zu beseitigen. Es soll daher im Folgenden das Wesentlichste dieser Lehren erörtert werden.

Die Anwendung von Doppellinsen aus Flint- und Crownglas dient nicht nur dazu, die chromatische Abweichung zu vermindern, sondern es kann dadurch zugleich auch die sphärische Abweichung bedeutend vermindert werden. Diese beruht bekanntlich darauf, dass in einer Linse die Randstrahlen eines auffallenden homocentrischen Bündels stärker gebrochen werden als die mittleren. In der concaven Flintglaslinse eines achromatischen Paares werden also die Randstrahlen stärker von der Axe entfernt als die mittleren, in der convexen Crownglaslinse werden sie stärker nach der Axe hingelenkt. Es ist demnach die Möglichkeit ersichtlich, die Krümmungen beider Linsen so zu wählen, dass die stärkere Zulenkung zur Axe in der Crownglaslinse die stärkere Weglenkung in der Flintglaslinse für eine bestimmte Zone von Strahlen genau compensirt, so dass diese Zone von Randstrahlen, durch beide Linsen hindurchgegangen, sich in demselben Punkte vereinigt, wie die mittleren Strahlen. Eine Linsencombination, bei welcher dies der Fall ist und die stets zugleich auch relativ achromatisch sein kann, nennt man „aplanatisch". Es lässt sich übrigens zeigen, dass ein Linsenpaar stets nur aplanatisch sein kann für homocentrische Bündel, welche von zwei bestimmten Punkten der Axe, den sogenannten aplanatischen Brennpunkten, ausgehen. Wenn die auffallenden Strahlen von einem zwischen den aplanatischen Brennpunkten liegenden Punkte der Axe ausgehen, so werden die mittleren Strahlen des Bündels früher vereinigt als die Randstrahlen. Das Linsenpaar erscheint überverbessert für Abstände zwischen dem aplanatischen Brennpunkte. Gehen dagegen die auffallenden Strahlen aus von einem Punkte jenseits des ferneren oder diesseits des näheren aplanatischen Brennpunktes, so werden die Randstrahlen früher vereinigt — die Linsencombination er-

scheint für solche Abstände unterverbessert. Es sei noch einmal ausdrücklich hervorgehoben, dass die Beseitigung der sphärischen Abweichung in einem Linsenpaar sich streng genommen immer nur auf eine bestimmte unendlich schmale Zone von Strahlen beziehen kann, d. h. dass Strahlen, die unter einem bestimmten endlichen Winkel rings um die Axe liegen, im selben Punkte vereinigt werden, wie diejenigen Strahlen des Bündels, die der Axe unendlich nahe liegen. Strahlen, welche andere Zonen der Linse treffen, werden sich dann immer noch in mehr oder weniger verschiedenen Punkten vereinigen, selbst wenn das Bündel von einem der aplanatischen Brennpunkte ausgeht.

231 Um nun den letzterwähnten Fehler möglichst zu verkleinern, combinirt man eben mehrere achromatische Linsenpaare im Objectiv des Mikroskopes. Man bringt es auf diese Weise dahin, äusserst scharfe Bilder zu erzeugen von Punkten, die Strahlenbündel von 60° Oeffnung und darüber auf die erste Linsenfläche werfen, d. h. man bringt Strahlenkegel von etwa 60° Oeffnung zur fast genauen Vereinigung in einem Punkt. Der praktische Optiker stellt zwar, wie gesagt, die Objectivsysteme rein empirisch zusammen, und es lassen sich auch kaum aus der Theorie Regeln entwickeln, die genau von der praktischen Optik befolgt werden könnten. Indessen ist es doch gut, einige theoretische Anhaltspunkte festzustellen. Aus dem Vorhergehenden lässt sich Einiges in dieser Beziehung entnehmen. Seien A, B, C, Fig. 75, die drei Linsenpaare eines Objectivsystems und P einer von den beiden aplanatischen Brennpunkten der ersten Linse A. Es ist nun offenbar das Günstigste, wenn das Object in P liegen kann, und wenn zugleich die Linsenpaare des Objectives so angeordnet sind, dass ein aplanatischer Brennpunkt von B in P_1 liegt, wo sich das durch die Linse A entworfene virtuelle Bild des Punktes P befindet, und wenn endlich das von P_1 durch das zweite Linsenpaar B entworfene virtuelle Bild mit einem aplanatischen Brennpunkt P_2 des Linsenpaares C zusammenfällt. Man sieht hieraus, dass die Abstände der drei Linsenpaare voneinander grossen Einfluss auf die Beseitigung der sphärischen Abweichung haben.

Fig. 75.

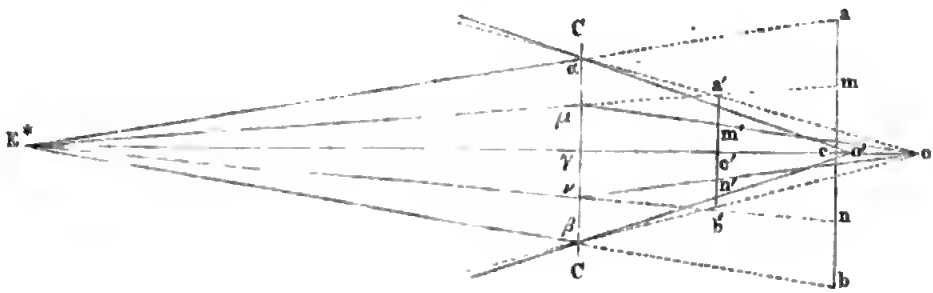


232 Als Ocular wendet man im Mikroskope gewöhnlich eine Combination zweier Linsen an, die so gestellt sind, dass die untere von den noch convergirenden Strahlenbündeln getroffen wird. Das reelle Bild des betrachteten Objectes entsteht also über ihr im Oculareinsatz. Man nennt diese Einrichtung das „Campani'sche" Ocular und die untere Linse desselben „Collectiv". Es ist leicht ersichtlich, dass wegen des Collectivs das physische Bild früher, d. h. näher am Objectiv schon zu Stande kommt, als es ohnedies zu Stande käme und dass

es mithin auch kleiner ist. Da, wo das physische Bild zu Stande kommen muss, um durch die obere Ocularlinse wie durch eine Lupe betrachtet zu werden, ist im Oculareinsatz eine schwarze Blendung mit kreisförmiger Oeffnung angebracht, die das Gesichtsfeld umrahmt. Wird ein auf unendliche Ferne eingerichtetes beobachtendes Auge angenommen, so muss die Blendung genau in der Hauptbrennebene der oberen Ocularlinse stehen und der Beobachter muss das Object gerade so weit vom Objectiv entfernen, dass sein durch Objectiv und Collectiv erzeugtes physisches Bild genau in jener Ebene entsteht, denn alsdann fallen die Strahlenbündel so auf die letzte Ocularlinse, dass sie als parallelstrahlige aus derselben hervortreten. Ist der Beobachter kurzsichtig, so muss er das Object ein wenig näher ans Objectiv bringen, dann entsteht nämlich offenbar das physische Bild ein wenig höher oben, d. h. näher an der letzten Ocularlinse als ihre Brennebene, und diese kann die jetzt stärker divergenten Strahlenbündel nicht mehr in parallelstrahlige verwandeln, sie gehen also aus ihr noch als divergentstrahlige hervor, wie es die Einrichtung eines kurzsichtigen Auges verlangt.

Zu eigenthümlichen Erscheinungen giebt die sphärische Abweichung der Ocularlinsen Veranlassung. Diese Abweichung kann, wenn sie auch noch so stark ist, keine merkliche Verwischung der einzelnen Bildpunkte bewirken, denn die zu einem einzelnen Bildpunkte beitragenden Strahlenbündel füllen nicht die ganze Oeffnung der Ocularlinsen aus. Sie sind im Niveau der Ocularlinsen so dünn, dass ihr Querschnitt vielleicht kaum ein Quadratmillimeter beträgt. Es kann also

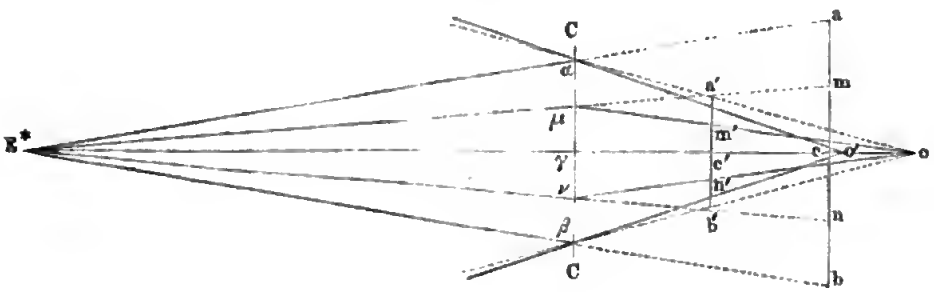
Fig. 76.



nicht wohl die Rede davon sein, dass verschiedenen Strahlen eines solchen Bündels wegen sphärischer Abweichung der Ocularlinsen verschiedene Vereinigungsweiten zukommen sollten, sie fallen eben gar nicht auf verschiedene Zonen der Ocularlinsen. Dagegen muss die sphärische Abweichung der Ocularlinsen Einfluss haben auf die gegenseitige Lage der verschiedenen Bildpunkte, mit einem Worte, sie muss eine Verzerrung des ganzen Bildes hervorbringen. Die schematische Figur 76 wird dies erläutern. E^* sei der zweite Hauptpunkt des Objectivs (der mit einem

zweiten Knotenpunkte zusammenfällt). Es sei ferner ab der Ort, welchen das vom Objectiv erzeugte reelle Bild einnehmen würde, wenn die Collectivlinse CC nicht vorhanden wäre. Diese bringt nun aber die nach den Punkten von ab zielenden Strahlenbündel schon früher, etwa in der Ebene $a'b'$, zur Vereinigung. Es fragt sich jetzt, wo in dieser Ebene die einzelnen den Punkten a, m, c, n, b entsprechenden Bildpunkte wirklich zu Stande kommen. Wir wollen, um diese Frage zu beantworten, den nach a, m, c, n, b zielenden auf der letzten Fläche des Objectivs als Basis stehenden

Fig. 77.

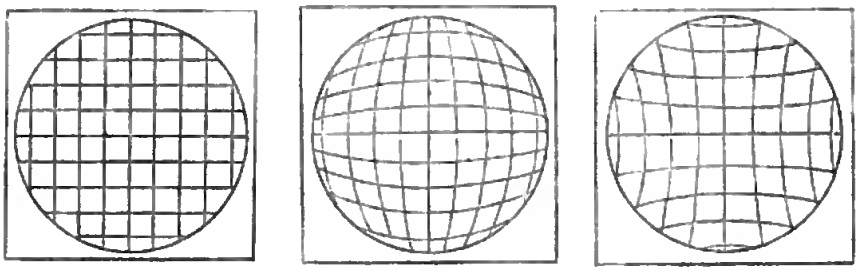


Strahlenkegeln die Richtungsstrahlen E^*a, E^*m, E^*c, E^*n, E^*b substituiren. Dies ist in der That erlaubt, da, wie vorhin gezeigt wurde, die fraglichen Strahlenkegel in der Höhe von CC schon so dünn sind, dass sie die Ebene CC fast nur in je einem Punkte schneiden. Wäre das Collectiv vollkommen aplanatisch, so würden die sämmtlichen Strahlen $E^*\alpha$, $E^*\beta$ . . . . einen Vereinigungspunkt in der Axe haben, etwa O und die Vereinigungspunkte der unendlich dünnen Strahlenkegel, an deren Stelle jene Strahlen gesetzt werden, wären also jedesfalls zu suchen auf den Linien $O\alpha$, $O\mu$, $O\gamma$, $O\nu$, $O\beta$. Es wären mithin die Punkte a', m', c', n', b', wofern sie überall in der Ebene $a'b'$ lägen. Ihre gegenseitigen Abstände $a'm'$, $m'n'$ etc. ständen daher vermöge leicht zu übersehender Beziehungen ähnlicher Dreiecke in denselben Verhältnissen, wie die entsprechenden Abstände der Bildpunkte am, mn etc. resp. wie die Abstände entsprechender Objectpunkte. Mit einem Worte, das reelle Bild bei $a'b'$ wäre dem Objecte geometrisch ähnlich. Ist nun aber das Collectiv mit sphärischer Abweichung behaftet, dann werden die am Rande, z. B. die bei α und β auftreffenden Strahlen stärker abgelenkt und werden die Ebene $a'b'$ näher an c etwa wie die ausgezogenen nach O' zielenden Linien schneiden. Die Abstände der Bildpunkte werden daher nicht mehr in den Verhältnissen zueinander stehen, welche die geometrische Aehnlichkeit mit dem Bilde ab und resp. mit dem Objecte erfordert.

Eine radial gestellte Reihe von Objectpunkten, in der je zwei benachbarte gleichweit voneinander abstehen, würde also eine radiale Reihe von Bildpunkten liefern, in welcher die Abstände zwischen je zwei benachbarten von der Mitte nach der Peripherie abnehmen. Ein

Quadratnetz, wie Fig. 78, als Object würde daher ein Bild liefern, wie Fig. 79.

Fig. 78. Fig. 79. Fig. 80.



Die entgegengesetzte verzerrende Wirkung muss eine Linse hervorbringen, wenn die Bilder auf der andern Seite liegen und virtuell sind. Man kann dies schon aus der Construction Fig. 77 entnehmen, läge nämlich die Ebene der Bildpunkte links von CC, so würde sie von den rückwärts verlängerten Linien $O'\alpha$ und $O'\beta$ weiter von der Axe weg geschnitten, als von den rückwärts verlängerten punktirten Linien $O\alpha$ und $O\beta$. In einem virtuellen Bilde würden also die Randpunkte verhältnissmässig weiter auseinandergerückt erscheinen als die mehr in der Mitte gelegenen Punkte. Das virtuelle Bild eines Quadratnetzes würde demnach in der Weise verzerrt erscheinen, wie es Fig. 80 zeigt.

Die vorstehend entwickelte Bildverzerrung kann durch geschickte Combination zweier Linsen zum Campani'schen Ocular bis zum Unmerklichen herabgedrückt werden, da eben die erste Linse des Campani'schen Oculares — das Collectiv — reelle, die zweite Linse desselben virtuelle Bilder liefert und, wie soeben gezeigt wurde, virtuelle Bilder im entgegengesetzten Sinne verzerrt werden wie reelle. Dabei kann im Campani'schen Ocular stets Compensation der beiden Verzerrungen erzielt werden. Ist im gegebenen Falle die Compensation nicht vollständig erreicht und eine merkliche Verzerrung des Bildes sei es nach dem Schema von Fig. 79, sei es nach dem von Fig. 80 übrig, so sprechen viele Mikroskopiker von „Krümmung des Gesichtsfeldes“. Dies ist jedoch, wie sich aus den vorstehenden Erörterungen ergiebt, ein irriger Sprachgebrauch.

Es giebt aber ausserdem allerdings eine wahre Krümmung des Ge- 233
sichtsfeldes, d. h. die Bildpunkte liegen nicht in einer Ebene. Diese Krümmung hängt theils davon ab, dass die Punkte eines ebenen Objectes nicht alle gleichweit abstehen von der nächsten brechenden Kugelfläche, auf welche sie ihre Strahlenbündel werfen. Wenn nun dies ebene Object nahe bei der Hauptbrennebene der nächstfolgenden Linse liegt, so muss offenbar ein kleiner Unterschied der Entfernungen seiner Punkte von der ersten Fläche dieser Linse, ganz abgesehen von der sphärischen Abweichung, einen grossen Unterschied der entsprechenden conjugirten Vereinigungsweiten bedingen, und das Bild wird also eine bedeutende Krüm-

mung zeigen, die durch die sphärische Abweichung der zweitfolgenden Linse noch vermehrt werden kann. Man bemerke, dass bei dieser Betrachtung allemal das reelle oder virtuelle Bild, was die eine Linse erzeugt, für die nächstfolgende als Object zu behandeln ist. Sofern begreiflicherweise die folgende Linse möglicherweise eine Bildkrümmung in entgegengesetztem Sinne hervorbringen kann, wie die vorhergehende, so kann auch in dieser Beziehung eine schliessliche Compensation stattfinden, d. h. die sogenannte „Ebenung des Gesichtsfeldes" in der eigentlichen Bedeutung des Wortes. Es wird hoffentlich aus den vorstehenden Erörterungen zur Genüge erhellen, dass die Bildkrümmung und die Bildverzerrung zwei wesentlich verschiedene Erscheinungen sind, die zwar vereinigt vorkommen können, aber durchaus nicht nothwendig vereinigt sein müssen. Wäre in einem gegebenen Falle am schliesslichen virtuellen Bilde des Mikroskopes die Krümmung allein vorhanden, so würde das Bild zwar dem Objecte geometrisch ähnlich sein, aber ein Auge würde nicht alle Punkte desselben gleichzeitig deutlich sehen können, weil sie sich in verschiedenen Abständen davon befänden und folglich verschiedene Accommodation zum deutlichen Sehen erforderten. Umgekehrt wird ein verzerrtes aber ebenes Bild in allen Punkten gleichzeitig deutlich gesehen.

234 Sehen wir nun ab von den verschiedenen Abweichungen, die, wie im Vorhergehenden gezeigt wurde, auf wenig störende kleine Beträge herabgebracht werden können, und betrachten den schliesslichen optischen Gesammteffect des Mikroskopes. Es wird am einfachsten anschaulich, wenn wir das ganze Mikroskop mit allen seinen Linsen nach den Grundsätzen des ersten Kapitels als ein brechendes System behandeln und die Cardinalpunkte desselben aufsuchen. Nägeli*) hat dies für einen bestimmten Fall ausgeführt. Die zu Grunde gelegten optischen Constanten (Brechungsindices, Krümmungsradien, Scheitelabstände) schliessen sich in etwas abgerundeten Zahlen den Verhältnissen an, die bei den jetzt gebräuchlichen stark vergrössernden Instrumenten mit drei achromatischen Objectivlinsen und Campani'schem Oculare wirklich vorkommen. Insbesondere ist die gesammte Tubuslänge, d. h. der Abstand von der ersten Fläche des Objectivs bis zur letzten Fläche des Oculars gleich, 200^{mm} angenommen. Die Rechnung ergiebt nun folgende Lage der optischen Cardinalpunkte: der erste Hauptpunkt liegt $1{,}128^{mm}$ vor der ersten Fläche des Objectives, der erste Brennpunkt liegt $0{,}517^{mm}$ vor derselben Fläche. Der zweite Hauptpunkt liegt $6{,}727^{mm}$ hinter der letzten Fläche des Oculars und

*) Das Mikroskop. Theorie und Anwendung desselben von Nägeli und Schwendner. Leipzig 1865. In diesem ausgezeichneten Werke ist die Theorie des Mikroskopes und der mikroskopischen Wahrnehmung zum ersten Male in der dem Gegenstande allein angemessenen streng physikalischen Weise ausführlich dargestellt. Wir können daher das Studium dieses Werkes allen Denen, die sich mit dem Mikroskope beschäftigen, nicht dringend genug empfehlen. Auch die vorhergehenden Erörterungen des Textes über die Correction der Abweichungen sind dem citirten Werke im Wesentlichen entnommen.

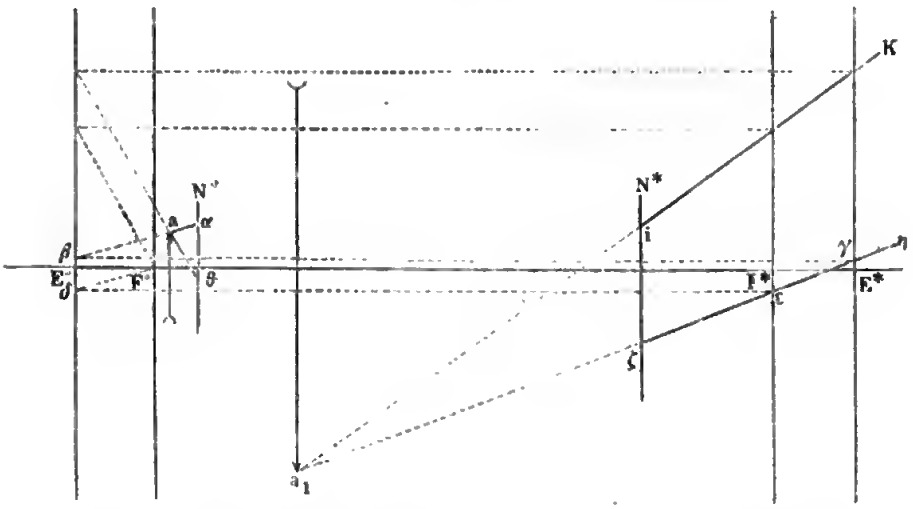
der zweite Brennpunkt liegt 6,116^{mm} hinter derselben Fläche. Wir stellen noch die Lagen der wichtigen Punkte in der Axe des Mikroskopes tabellarisch zusammen, indem wir den ersten Hauptpunkt, der am weitesten vorn liegt, zum Ausgangspunkt wählen, so dass alle Abstände ein positives Vorzeichen erhalten.

Erster Hauptpunkt . . .	$E^0 =$	0
Erster Hauptbrennpunkt .	$F^0 =$	0,611
Erste Fläche des Objectives	$N^0 =$	1,128
Letzte Fläche des Oculars .	$N^* =$	201,128
Zweiter Hauptbrennpunkt .	$F^* =$	207,244
Zweiter Hauptpunkt . . .	$E^* =$	207,855

Die beiden Hauptbrennweiten sind daher: $E^0 - F^0 = -0{,}611 = F^* - E^*$. Sie sind beide einander gleich, wie es bei einem Systeme von der Art des Mikroskopes, wo die Strahlen zuletzt in demselben Medium (Luft) verlaufen, aus welchem sie gekommen sind, der Fall sein muss.

In Fig. 81 ist die Art und Weise, wie die Cardinalpunkte gegeneinander und gegen die beiden äussersten brechenden Flächen des Syste-

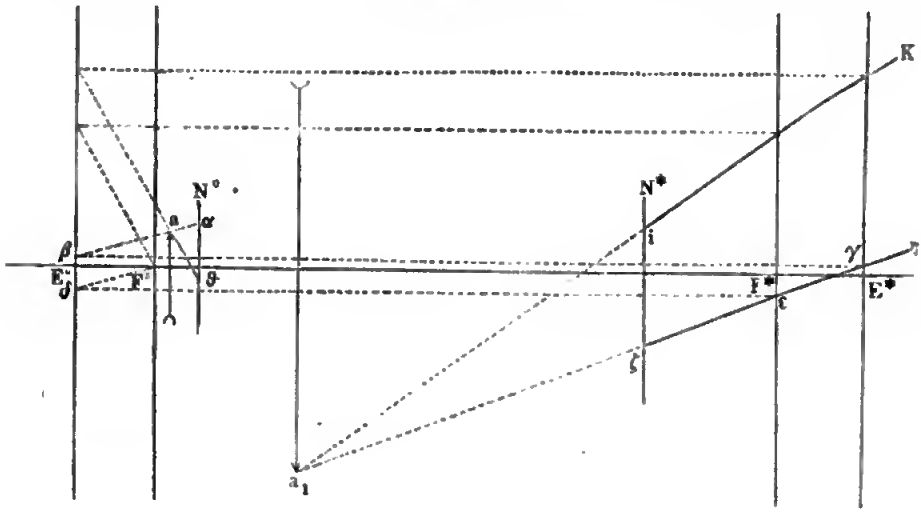
Fig. 81.



mes liegen, anschaulich gemacht, jedoch sind die in der Tabelle angegebenen Verhältnisse nicht eingehalten, weil sonst die Figur zu gross hätte werden müssen, um deutlich zu bleiben. Es wird sofort auffallen, dass die Vertheilung der optischen Cardinalpunkte in unserm System eine sehr ungewohnte ist. Keiner der vier Punkte liegt in dem Raume zwischen der ersten und letzten Fläche des Systemes und, was besonders charakteristisch ist, die Brennpunkte liegen zwischen den Hauptpunkten. Gleichwohl sind die Constructionsregeln und Formeln des ersten Kapitels ohne die geringste Aenderung anwendbar. Einige Beispiele mögen zur näheren Erläuterung dienen. Ein Strahl, vom leuchtenden Punkte a aus-

gehend, falle in der Richtung $a\alpha$ auf die erste brechende Fläche. Um seine Richtung nach dem Austritte aus der letzten Fläche zu construiren, haben

Fig. 82.



wir erstens die Richtung des Strahles (hier rückwärts) zu verlängern, bis sie die erste Hauptebene (in β) schneidet, von hier haben wir zweitens eine Parallele zur Axe zu ziehen. Ihr Durchschnittspunkt γ mit der zweiten Hauptebene ist ein Punkt auf dem gesuchten Wege des ausfahrenden Strahles; wir haben drittens zur Richtung des einfallenden Strahles eine Parallele $F^0\delta$ durch den ersten Brennpunkt zu ziehen, und endlich viertens von ihrem Durchschnitte δ mit der ersten Hauptebene eine Gerade parallel zur Axe. Ihr Durchschnittspunkt ε mit der zweiten Brennebene ist ein zweiter Punkt des gesuchten ausfahrenden Strahles. Dieser ist also (von der letzten brechenden Fläche an ausgezogen) $\zeta\eta$. Construirt man noch einen zweiten vom leuchtenden Punkte a ausgehenden Strahl etwa $a\vartheta$, so wird man finden, dass seine Richtung nach allen Brechungen $\iota\varkappa$ ist, welche die Richtung des Strahles $\zeta\eta$ rückwärts verlängert in a' schneidet, von dem Punkte a wird also bei a' ein virtuelles Bild entstehen. Man sieht auch sogleich, dass das Bild eines ebenen Gegenstandes, der bei a senkrecht zur Axe steht, ein verkehrtes sein wird, denn das Bild der in unserer Figur über der Axe liegenden Punktes a liegt unter der Axe.

235 Wir wollen nun berechnen, wo ein Object liegen muss, wenn das virtuelle Bild desselben 200^{mm} von dem durch das Mikroskop sehenden Auge abstehen soll. Wir denken uns das Auge geradezu in der zweiten Hauptebene aufgestellt, was von der vortheilhaftesten Lage des Auges nicht viel abweicht. Wir können also jetzt den Werth 200 als Bildabstand von der zweiten Hauptebene, von welcher ja (Seite 241) die Bildabstände zu rechnen sind, in die dioptrische Grundformel $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^*} = \frac{1}{f}$

einführen, jedoch müssen wir dem fraglichen Werthe von p^* natürlich das negative Vorzeichen gehen, da das Bild (ein virtuelles) vor, nicht hinter der zweiten Hauptebene liegen soll. Für f haben wir den Werth — 0,611 zu setzen und haben also zur Bestimmung von p die Gleichung $\frac{1}{p} - \frac{1}{200} = -\frac{1}{0{,}611}$. Sie ergieht mit Beibehaltung dreier Stellen $p = -0{,}613$; das Minnszeichen bedentet, dass das Object hinter die erste Hanptehene zn stellen ist. Es käme also ganz nahe hinter die vordere Brennehene zu stehen und $0{,}515^{mm}$ vor die erste Fläche (N^0) des Objectivs. Ich warne noch ansdrücklich vor einem Missverständnisse, dem unser Resultat ausgesetzt sein könnte, dass das Ohject, um ein virtuelles Bild in mittlerer Sehweite zu erzeugen, hinter die erste Brennebene gestellt werden muss. Es mnss nämlich bekanntlich vor der ersten Brennebene des Objectivs liegen, aber die erste Brennebene des Objectivs ist ehen etwas Anderes als die erste Brennehene des ganzen Mikroskopes, und mit dieser letzteren haben wir es hier zu thun.

Fragen wir jetzt, welche Linearvergrösserung das Mikroskop in dem berechneten Falle hervorbringt. Wir benntzen zn diesem Ende den Satz, dass hei einem brechenden Systeme, wo das erste und letzte Mittel identisch sind, die Knotenpunkte in die respectiven Hanptehenen fallen nnd dass mithin die Durchmesser von Bild und Ohject im Verhältnisse der conjugirten Vereinigungsweiten stehen, die von den Hauptehenen ans zu rechnen sind. Wir haben also die Proportion, Durchmesser des Bildes znm Durchmesser des Objectes $= 200 : 0{,}613 = 326 : 1$. Wir hätten also eine 326fache Linearvergrösserung.

Wollte jetzt ein kurzsichtigeres Auge von etwa 100^{mm} Sehweite ein Ohject deutlich sehen, so müsste dasselhe (wofern wieder das Auge in der hinteren Hauptebene gedacht wird) in eine Entfernung p von der vorderen Hanptebene gestellt werden, dass man $\frac{1}{p} - \frac{1}{100} = -\frac{1}{0{,}611}$ hätte. Diese Gleichung ergiebt nahezu $p = -0{,}615$. Man sieht also, der zweite Beobachter müsste das Ohject um etwa $0{,}02^{mm}$ weiter von E^0 wegrücken, als der erste, d. h. um etwa $0{,}02^{mm}$ der ersten Objectivfläche N^0 nähern, resp. den Tuhus des Mikroskopes um $0{,}02^{mm}$ senken, oder die geeignete Ohjectdistanz für das jetzt gedachte Auge wäre $0{,}513^{mm}$. In der That ist es jedem Mikroskopiker bekannt, dass ein kurzsichtiger Beobachter, um deutlich zu sehen, die erste Objectivfläche näher ans Object hringt als ein weniger kurzsichtiger.

Bei der neuen Ohjectdistanz wird sich aber verhalten der Dnrchmesser des Bildes zum Durchmesser des Objectes $= 100 : 0{,}615 = 162 : 1$. Das Bild wird also jetzt ziemlich genan halb so gross sein, als im erstgedachten Falle, da es aher jetzt auch nnr halb so weit vom Auge absteht, so wird es unter demselben Gesichtswinkel erscheinen wie das erste Mal, oder mit anderen Worten, eine perspectivische Projection des Bildes vom Stand-

punkte des Anges auf eine Ebene, die soweit absteht, wie die Ebene des Bildes im ersten Falle, wird ebenso gross sein, wie das erstere Bild. Hierin liegt die Berechtigung, einem gegebenen Mikroskope eine bestimmte Vergrösserungszahl beizulegen. Man muss eben nur einen bestimmten Abstand verabreden, in welchen allemal das Bild projicirt werden soll.

236 Man sieht aus dem Vorstehenden, dass die Vergrösserungszahl des Mikroskopes durch Rechnung gefunden werden kann, wenn man alle optischen Constanten des Mikroskopes (Brechungsindices, Krümmungshalbmesser, Scheitelabstände) kennt. In der Praxis wird man indessen nicht leicht in den Fall kommen, diese Berechnung auszuführen. In der That würde es eine enorme Arbeit sein, die sämmtlichen optischen Constanten eines Mikroskopes zu bestimmen, und das Schlussergebniss würde dennoch ein sehr unsicheres sein, da der kleinste Fehler in der Bestimmung der Brechungsindices und Krümmungshalbmesser der Objectivlinsen bei der Kleinheit der letzteren auf das Schlussergebniss einen ausserordentlichen Einfluss üben würde. Man pflegt daher in der Praxis die Vergrösserungszahl empirisch zu bestimmen, was sehr leicht mit grosser Genauigkeit ausgeführt werden kann. Es kommt ja nur darauf an, zu bestimmen, unter welchem Gesichtswinkel der Durchmesser eines Objectes von bekannter Grösse durch das Mikroskop erscheint, und dann die Länge einer Linie zu finden, welche in dem ein- für allemal verabredeten Abstande — der mittleren Sehweite — ohne Linsen gesehen, unter demselben Gesichtswinkel erscheint, die Länge dieser Linie dividirt durch den bekannten Objectdurchmesser ist die Vergrösserungszahl. Die ohne Linsen zu sehende Linie kann man entweder dem andern Auge darbieten, oder man sieht durch das Mikroskop nur mit einem Theile der Pupille und benutzt den Rest der Pupille desselben Auges zum Sehen nach der Vergleichslinie. Um das Letztere zu bewerkstelligen, bedient man sich am einfachsten des sogenannten Sömmering'schen Spiegels. Dies ist ein Spiegelchen, kleiner als eine gewöhnliche Pupille. Es wird über dem Ocular des Mikroskopes an der Stelle befestigt, wo sonst das Auge des Beobachters zu stehen pflegt. Die spiegelnde Ebene muss dem Mikroskop zugewandt sein, und mit seiner Axe einen Winkel von 45° machen. Das Auge des Beobachters kommt nun dicht vor das Spiegelchen, und seine Sehrichtung wird senkrecht gegen die Mikroskopaxe gestellt (also wagrecht, wenn diese letztere senkrecht ist). Das Spiegelchen wirft folglich die aus dem Ocular austretenden Strahlenbündel ins Auge in dessen Sehrichtung. Man sieht aber gleichzeitig eine dem Auge gegenüberliegende Fläche durch Vermittelung von Strahlen, welche von ihren einzelnen Punkten neben dem Spiegelchen vorbei ins Auge gehen. Es macht dann den Eindruck, als ob das mikroskopische Bild durchsichtig wäre und man die Fläche dadurch sähe. Es giebt noch einige andere Veranstaltungen, wo mit Hülfe von Prismen derselbe Zweck erreicht wird.

Erläutern wir das Princip des in Rede stehenden Verfahrens zur Bestimmung der Vergrösserungszahl durch ein fingirtes Beispiel. Als Object

liege unter dem Mikroskope ein Glasmikrometer mit hundert Theilstrichen auf den Millimeter. Man sehe nun mit dem linken Auge durch das Mikroskop und sehe mit dem rechten daneben vorbei. Man lege endlich auf den Tisch neben das Mikroskop an die Stelle, auf welche die Sehrichtung des rechten Auges zielt, einen in Millimeter getheilten Maassstab, natürlich so, dass seine Theilstriche denen des Mikrometers auf dem Objecttische parallel sind. Man rückt Alles so zurecht, dass das Bild des Maassstabes im rechten Auge mit dem mikroskopischen Bilde des Mikrometers im linken Auge zu binokularer Deckung kommt. Nun merke man sich, welche zwei Theilstriche des Mikrometers am genauesten zusammenfallen mit zwei Theilstrichen des direct gesehenen Maassstabes. Nehmen wir an, die beiden gemerkten Theilstriche des Mikrometers seien durch sieben Zwischenräume getrennt, d. h. ihr Abstand wäre $0{,}07^{mm}$ und die beiden Theilstriche des direct gesehenen Maassstabes ständen 28 Millimeter voneinander ab. Dann wissen wir, $0{,}07^{mm}$ erscheinen durch das Mikroskop geschen unter demselben Gesichtswinkel wie 28 Millimeter geradezu gesehen. Aber es ist jetzt noch nicht $\frac{28}{0{,}07}$ die gesuchte Vergrösserungszahl des Mikroskopes, denn wir hatten nicht den Maassstab in die verabredete Sehweite gelegt. Auf diese lässt sich indessen der gefundene Abstand leicht reduciren. Nehmen wir an, die Entfernung des geradezu gesehenen Maassstabes vom rechten Auge wäre $= 304^{mm}$ gewesen und die verabredete mittlere Sehweite betrüge 250^{mm}. In dieser letzteren Entfernung würde offenbar die Länge von $28 \times \frac{250}{304} = 23$ unter demselben Gesichtswinkel erscheinen, wie die Länge von 28 in der Entfernung von 304^{mm}. Wir haben also schliesslich das Resultat, das virtuelle Bild im Mikroskope von einem $0{,}07^{mm}$ langen Objecte erscheint unter demselben Gesichtswinkel wie 23^{mm} im verabredeten Abstande von 250^{mm} mit freiem Auge gesehen. Die Vergrösserungszahl wäre also $\frac{23}{0{,}07} = 326$. Bei Anwendung des Sömmering'schen Spiegels oder eines andern Reflectionsapparates ist natürlich der Gang der Rechnung genau derselbe.

Die eben beschriebenen Verfahrungsweisen können, wenn einmal die Vergrösserungszahl des Mikroskopes bestimmt ist, umgekehrt benutzt werden, um unbekannte Objecte zu messen. Nehmen wir beispielsweise an, wir hätten Blut unter dem Mikroskope, das rechte Auge sehe gleichzeitig nach einer Millimeterscala, welche diesmal 315^{mm} davon abstehen mag. Der Durchmesser eines bestimmten Blutkörperchens decke nun binokular $3{,}1^{mm}$ des mit dem rechten Auge gesehenen Maassstabes. Läge also der Maassstab bloss 250^{mm} vom Auge entfernt, so würde der Durchmesser des Blutkörperchens $3{,}1 \times \frac{250}{315} = 2{,}5^{mm}$ davon decken. Wir wissen nun, dass die Vergrösserungszahl unseres Instrumentes $= 326$ ist, d. h. wir

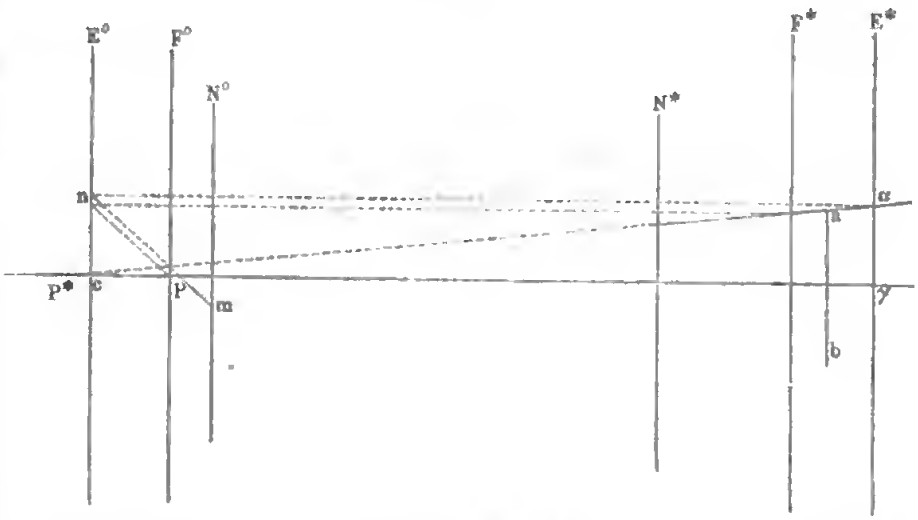
wissen: ein Gegenstand, dessen Bild unter demselben Gesichtswinkel erscheint wie eine bestimmte in 250^{mm} Abstand gesehene Linie, muss 326-mal kleiner sein als diese Linie. Der Durchmesser des Blutkörperchens muss also $= \frac{2,5}{326}$ oder etwa $= 0,0077$ sein. Es ist gut zu bemerken, dass solche Bestimmungen mit Hülfe der binokularen Deckung zu ebenso genauen Resultaten führen als jede beliebige mikrometrische Methode mit noch so feinen Hülfsmitteln. Zwar ist die Genauigkeit einer einzelnen Bestimmung nicht sehr gross, wohl aber die Mittelzahlen aus einer einigermaassen grossen Anzahl von Bestimmungen derselben Grösse.

237 Wir kommen jetzt zu einem Punkte in der Theorie des Mikroskopes, der vielfach Missverständnissen ausgesetzt ist, nämlich zur gesehenen Helligkeit der mikroskopischen Bilder. Es scheint nämlich der fundamentale Satz der Dioptrik besondere Schwierigkeiten zu machen, dass es unmöglich ist, durch irgend eine Combination brechender Flächen ein Object heller zu sehen als mit freiem Auge. Dieser Satz leidet natürlich auch Anwendung auf das Mikroskop. Dass so Viele sich gleichwohl sträuben, hier den Satz anzuerkennen, mag darin seinen Grund haben, dass man gewöhnt ist zu vergleichen zwischen der Helligkeit mikroskopischer Bilder und der Helligkeit beliebiger Objecte in gewöhnlicher Beleuchtung, ohne zu bedenken, dass die mikroskopischen Objecte regelmässig künstlich sehr stark beleuchtet werden. Wir wollen daher den in Rede stehenden Satz über die Helligkeit mikroskopischer Bilder streng und möglichst anschaulich beweisen. Die gesehene Helligkeit einer Fläche ist bekanntlich die Lichtmenge, welche diese Fläche auf die Flächeneinheit der Retina wirft. Diese Grösse ist offenbar direct proportional erstens der Leuchtkraft der Fläche, zweitens der Grösse der Fläche, drittens der Oeffnung der Strahlenkegel, welche von den einzelnen Punkten der Fläche durch die Pupille ins Auge eindringen, und sie ist umgekehrt proportional der Grösse des Retinabildes der Fläche. Unter Oeffnung eines Lichtkegels ist hier zu verstehen die in Flächenmaass ausgedrückte Grösse eines zu seiner Axe senkrechten Schnittes im Abstande 1 von der Spitze. Den drei ersten Variabeln ist die gesammte absolute von der Fläche ins Auge gesandte Lichtmenge proportional, die dritte aber giebt an, über wie viele Flächeneinheiten der Retina sich diese Lichtmenge verbreiten muss. Die mit freiem Auge gesehene Helligkeit einer Fläche ist hiernach eine von ihrem Abstande vom Auge unabhängige Grösse, denn es wird zwar die Oeffnung der in die Pupille dringenden Lichtkegel um so grösser, je näher man die Fläche ans Auge bringt. In demselben Maasse wächst aber auch das Netzhauthild, und es hat sich also die grössere Lichtmenge auf ein im selben Verhältnisse grösseres Stück der Netzhaut zu vertheilen. Wir wollen nun eine Fläche von der Leuchtkraft 1 durch das Mikroskop betrachten, dessen Axe und Cardinalebenen mit der üblichen Bezeichnung in Fig. 83 angedeutet sind. *ab* sei der Durchmesser der (scheinbaren) Pupille des beobachtenden Auges, die wir uns um der All-

Digitized by Google

gemeinheit der Betrachtung keinen Eintrag zu thun, nicht gerade mit der hinteren Hauptebene zusammenfallend denken wollen. Es sei P der in

Fig. 83.



der Axe gelegene Punkt der leuchtenden Fläche und P^* sein virtuelles Bild. Läge hier bei P^* eine zur Axe senkrechte leuchtende Ebene, und betrachteten wir sie ohne Mikroskop, so würden ihre einzelnen Punkte Strahlenbündel ins Auge senden, deren halber Oeffnungswinkel $= \alpha P^* \gamma$ ist. Die trigonometrische Tangente dieses Winkels ist gleich dem Verhältniss $\frac{\alpha\gamma}{p^*}$, wo unter p^*, wie oben, die Entfernung des Bildes von der zweiten Hauptebene bedeutet. $\alpha\gamma$ ist, wie man aus der Figur sieht, der Abstand derjenigen beiden Punkte der hinteren Hauptebene, wo zwei von P^* ausgehende Strahlen einschneiden, von denen der eine durch die Mitte, der andere durch einen Randpunkt der Pupille geht. Die gesehene Helligkeit der gedachten Fläche von der Leuchtkraft 1 ist also $= C.\frac{(\alpha\gamma)^2.r_1^2}{p^{*2}.\varrho_1^2}$, wo C ein für alle Fälle constanter Coefficient ist, der die gesehene Helligkeit einer Fläche bedeutet, wenn alle anderen in der Formel vorkommenden Grössen der Einheit gleich sind, der, mit anderen Worten, nur davon abhängt, wie man die Maasseinheit der gesehenen Helligkeit festsetzt. Die Grösse r_1 stellt den Halbmesser unserer Fläche und die Grösse ϱ_1 den Halbmesser ihres Netzhautbildes dar. In der That ist $\frac{(\alpha\gamma)^2}{p^{*2}}$ eine der oben als Oeffnung der Strahlenkegel definirten proportionale Grösse und r_1^2 ist der Grösse der Fläche selbst, ϱ_1^2 der Grösse ihres Netzhautbildes proportional.

Betrachten wir jetzt den Strahl $P^*\alpha$ als einen durch das Mikroskop gebrochenen Strahl, so entspricht ihm, wie man leicht aus den punktirt gezeichneten Constructionslinien ersieht, ein einfallender Strahl Pm, der

die erste Hauptebene in n schneidet. Dem die Pupille erfüllenden Strahlenbündel aP^*b entspricht also ein von P wirklich ausgehendes Strahlenbündel, dessen halber Oeffnungswinkel nPc ist. Die trigonometrische Tangente dieses Winkels ist $\frac{nc}{p}$, wenn p, wie oben, den Abstand des Objectes von der vorderen Hauptebene bedeutet. Es ist wohl zu bemerken, dass dieser ganze von P ausgehende Strahlenkegel nur dann zur Wirksamkeit auf der Retina kommt, wenn die erste Fläche des Objectives (N^0) so gross ist, dass sie ihn ganz aufnimmt, sowie dieselbe nicht bis m reicht, so gelangt gar kein hinlänglich weites Strahlenbündel zum Auge, um dessen Pupille ganz zu füllen. Wir wollen übrigens zunächst die Annahme machen, die erste Fläche des Objectivs wäre gross genug, um hinlänglich weite Strahlenbündel aufzufangen, die, durch das Mikroskop gebrochen, immer noch die ganze Pupille ausfüllen. Nach den bekannten Eigenschaften der optischen Cardinalebenen ist nun, wie auch die Construction ersichtlich macht, $nc = \alpha\gamma$. Die Oeffnung der wirksamen Strahlenkegel im vorhin definirten Sinne ist also proportional $\frac{(\alpha\gamma)^2}{p^2}$, und die durch das Mikroskop gesehene Helligkeit einer bei P aufgestellten Fläche von der Leuchtkraft 1 ist $= C \cdot \frac{(\alpha\gamma)^2 . r^2}{p^2 . \varrho^2}$, wenn r den Halbmesser der Fläche, ϱ den Halbmesser ihres Netzhautbildes bedeutet. Nehmen wir jetzt an, die vorhin bei P^* gedachte direct betrachtete Fläche wäre dieselbe, welche wir hernach als mikroskopisches Object bei P dachten, d. h. setzen wir $r_1 = r$, so müssen wir $\varrho = \varrho_1 \frac{p^*}{p}$ setzen, denn der Durchmesser des Netzhautbildes eines durch das Mikroskop gesehenen Objectes ist $\frac{p^*}{p}$ mal grösser als der Durchmesser des Netzhautbildes desselben Objectes, wenn man es im Abstande des virtuellen Bildes direct betrachtet. Die durch das Mikroskop gesehene Helligkeit unserer Fläche ist demnach $= C \cdot \frac{(\alpha\gamma)^2 . r_1^2}{p^2 . \left(\varrho_1 \frac{p^*}{p}\right)^2} = C \cdot \frac{(\alpha\gamma)^2 . r_1^2}{p^{*2} . \varrho_1^2}$, d. h. gleich der gesehenen Helligkeit der Fläche, wenn wir dieselbe im Abstande des virtuellen Bildes unmittelbar vor das Auge bringen. Da aber, wie vorhin gezeigt wurde, die gesehene Helligkeit einer Fläche unabhängig ist vom Abstande derselben vom Auge, so können wir ohne Einschränkung auf einen bestimmten Abstand sagen: Eine leuchtende Fläche erscheint unter den gemachten Voraussetzungen durch das Mikroskop gesehen genau so hell, wie unmittelbar gesehen. Diese Voraussetzungen sind aber für die gesehene Helligkeit des mikroskopischen Bildes die möglichst günstigen. Vor Allem haben wir angenommen, die erste Fläche des Objectives sei gross genug, um von jedem Objectpunkte ein Strahlenbündel aufzunehmen, welches nach allen Brechungen noch die ganze Pupille ausfüllt. Bei geringen Vergrösserungen mag dies meist zutreffen, bei ho-

hen Vergrösserungen aber wird es gewöhnlich nicht der Fall sein, weil zu solchen Objective von sehr kleinem Durchmesser genommen werden. Sobald aber der in Rede stehenden Voraussetzung nicht genügt ist, so erscheint jede Fläche durch das Mikroskop gesehen dunkler, als mit blossem Auge, und zwar in demselben Verhältniss, in welchem der Querschnitt eines aus dem Mikroskop ins Auge fallenden Strahlenbündels kleiner ist als der Querschnitt eines direct ins Auge fallenden Strahlenbündels, d. h. als die ganze Pupillenfläche.

Wir haben in den vorstehenden Betrachtungen ausserdem gänzlich abgesehen von den Verlusten, welche die das Mikroskop passirenden Strahlenbündel durch Reflexion und Absorption erleiden. Diese Verluste bringen es mit sich, dass der vorhin ermittelte Werth der Helligkeit nie vollständig erreicht werden kann. Man sieht also in der Praxis ein Object durch das Mikroskop niemals ganz so hell als unter gleichen Beleuchtungsverhältnissen mit blossem Auge, geschweige jemals heller.

Die bisherigen Erörterungen über das Mikroskop geben einen kurzen 238
Abriss der eigentlichen Theorie dieses Instrumentes, d. h. sie lassen sehen, wie von einem ebenen Objecte ein ebenes scharfes vergrössertes optisches Bild zu Stande gebracht wird, und in welcher Helligkeit dasselbe gesehen wird. Im Folgenden sollen nun noch einige Nebenumstände besprochen werden, die für die Praxis ebenfalls von grosser Wichtigkeit sind.

In weitaus den meisten Fällen pflegt man bekanntlich die mikroskopisch zu betrachtenden Objecte in eine Flüssigkeitsschicht einzuschliessen und ein dünnes Glasplättchen darüber zu decken. Hierdurch wird der Gang der Strahlen nicht unbedeutend modificirt. Ein von irgend einem leuchtenden Punkte des Objectes (wir wollen den in der Axe des Mikroskopes liegenden ins Auge fassen) ausgehendes homocentrisches Strahlenbündel fällt nämlich jetzt nicht streng genommen als homocentrisches auf das Objectiv. Die sehr schräg aus der Oberfläche des Deckgläschens austretenden Strahlen werden nämlich so verlaufen, wie wenn sie von einem höher oben gelegenen Punkte der Axe kämen, als diejenigen, welche mehr senkrecht austreten. Diese übrigens verlaufen selbst immer noch so, als kämen sie von einem höher gelegenen Punkte, als der wirkliche Objectpunkt. Jedesfalls wird also der Objectpunkt durch das Deckgläschen gleichsam scheinbar gehoben, so dass das Mikroskop weiter von ihm entfernt werden muss, als wenn es in Luft läge. Dies ist die einzige merkliche Wirkung des Deckgläschens, sobald überall nur sehr enge Strahlenkegel das Objectiv treffen, d. h. wenn die Entfernung des Objectes vom Objectiv gross ist gegen den Durchmesser des letzteren. Da aber in vielen Fällen, namentlich bei hohen Vergrösserungen, die Objectdistanz durchaus nicht gross gegen den Durchmesser des Objectivs ist, da im Gegentheil oft Oeffnungswinkel von 120° bis 160° vorkommen, so macht sich der Unterschied zwischen den scheinbaren Ausgangspunkten der Randstrahlen und der mittleren Strahlen sehr bemerklich. Es gilt daher — wofern die Punkte des virtuellen Bildes den Punkten des wirklichen Objectes entsprechen sollen

— Strahlencomplexe schliesslich zur Vereinigung zu bringen, welche nicht homocentrische Bündel darstellen, in denen vielmehr die (scheinbaren) Ausgangspunkte der Randstrahlen näher liegen als die der mittleren Strahlen. Um solche Strahlencomplexe zur Vereinigung zu bringen, darf, wie man leicht sieht, die sphärische Abweichung des Objectivs nicht vollständig corrigirt sein, denn sonst würden die hier verhältnissmässig stärker divergent einfallenden Randstrahlen später vereinigt werden als die mittleren. Ist dagegen dem Objectiv ein gewisses Maass von sphärischer Abweichung geblieben und bricht es daher, ähnlich einer einfachen Linse, Randstrahlen verhältnissmässig stärker als mittlere, so kann es sich offenbar treffen, dass die Randstrahlen und mittleren Strahlen des nicht homocentrischen Strahlencomplexes im selben Punkte vereinigt werden. Wir haben nun oben gesehen, dass auf den Grad des Aplanatismus des Objectivsystemes die Abstände seiner Linsen voneinander von Einfluss sind. Es ist daher klar, dass ein Objectivsystem, was bei einer gewissen Stellung seiner Linsen vollkommen aplanatisch, d. b. frei von sphärischer Aberration ist, bei einer andern gegenseitigen Stellung derselben mit einem gewissen Grade sphärischer Abweichung behaftet sein kann. Bei der ersteren Einrichtung würde es daher ein Object in Luft deutlich zeigen, bei der zweiten würde es für ein bestimmtes Deckgläschen vortheilhafter sein. Die in Rede stehende Differenz der scheinbaren Ausgangspunkte verschiedener Strahlenzonen desselben Bündels hängt, wie man leicht sieht, mit ab von der Dicke des Deckgläschens, und verschiedene Deckgläser fordern daher verschiedene Grade sphärischer Abweichung des Objectivs, oder wenn diese Grade durch veränderte Stellung der Objectivlinsen hervorgebracht werden sollen, verschiedene gegenseitige Stellungen dieser Linsen. Bei vielen neueren Mikroskopen ist aus diesem Grunde dafür gesorgt, dass man die gegenseitige Stellung der Objectivlinsen verändern kann, und es ist angegeben, welche Stellung für diese oder jene Dicke des Deckgläschens erforderlich ist.

239 Verschiedene Mikroskope unterscheiden sich bekanntlich sehr durch die Abstände, welche man den Objecten vom Objectiv zu geben hat, um eine und dieselbe bestimmte Vergrösserung hervorzubringen. In Rücksicht auf das soeben Gesagte müssen wir freilich, um bestimmte Vorstellungen zu haben, einen bestimmten Abstand fordern, in welchem jedesmal das schliessliche virtuelle Bild erscheinen soll. Man kann diese wirklich ein-für allemal feststellen, wenn man im Ocular ein Fadenkreuz ausspannt und verlangt, dass das Bild mit diesem zugleich deutlich erscheinen solle. Das Bild muss dann gerade in der Entfernung entstehen, welche als conjungirte Vereinigungsweite zum Abstande des Fadenkreuzes von der Ocularlinse gehört. Es würde in jedem anderen Falle entweder das Bild oder das Fadenkreuz undeutlich erscheinen. Der Objectabstand bei gegebener Vergrösserung ist eine sehr wichtige Grösse, und man schätzt bekanntlich ein Mikroskop im Allgemeinen ceteris paribus um so höher, je grösser er ist. Es sind folgende Umstände offenbar von Einfluss auf diese Grösse.

Bei gleichem Ocular wird man, um eine bestimmte Vergrösserung hervorzubringen, das Object um so weiter vom Objectiv entfernen dürfen, je länger der ganze Tubus ist, d. h. je ferner vom Objectiv man das physische Bild entstehen lässt; denn dies wird eben um so grösser; je weiter es bei gleichem Abstand des Objectes von der bildmachenden Linse entsteht; dabei muss natürlich der Linse (oder dem Linsensystem) eine um so grössere Brennweite gegeben werden, je weiter von ihr das Bild entfernt liegen soll. Die Verlängerung des ganzen Mikroskopkörpers hat aber ihre grosse Unbequemlichkeit und sehr bald ihre Grenze. Bei einer gegebenen Länge des Tubus und gegebener Vergrösserung kann man die Objectdistanz verändern durch Veränderung des Oculars. Nimmt man nämlich ein stärker vergrösserndes, so braucht man ein weniger vergrössertes Objectivbild und kann also den Gegenstand von einem schwächeren Objectiv weiter wegrücken, so dass dann am oberen Ende des Tubus ein zwar kleineres physisches Bild zu Stande kommt, das aber doch durch das stärkere Ocular in der verlangten Grösse gesehen wird. Auch die Ocularvergrösserung hat bald ihre Grenze, und die meisten Mikroskopiker empfehlen überhaupt, möglichst schwache Oculare zu gebrauchen. Es kann nun offenbar noch ein dritter Umstand selbst bei gegebener Länge des Tubus und bei gegebener Stärke des Oculars die Objectdistanz beeinflussen, die zu einer gegebenen Vergrösserung nothwendig ist — nämlich die Einrichtung des Objectivsystems, welche selbst bei bestimmter Brennweite noch verschieden sein kann. Diese letztere, d. h. der Abstand der Hauptbrennpunkte des Objectivs von den Knotenpunkten desselben (die bei Linsensystemen mit den Hauptpunkten zusammenfallen), muss offenbar bestimmt sein, wenn man bei gegebenem Ocular und gegebener Tubuslänge eine bestimmte Vergrösserung hervorbringen will. Auch die Entfernung des Gegenstandes vom ersten Knotenpunkte ist in diesem Falle unzweideutig bestimmt *), nicht aber die Entfernung des Gegenstandes von der ersten Fläche des Objectivs, und diese ist es gerade, die man gross haben möchte. Der erste Knotenpunkt selbst kann nämlich zur ersten Fläche des Objectivsystems, je nach dessen Einrichtung, eine verschiedene Lage haben. Wollte man beispielsweise vom Gegenstande m (Fig. 84) bei M (am Ende des Tubus) ein dreifach vergrössertes physisches Bild haben, so dürften die Knotenpunkte etwa wie D und D^* liegen und die Hauptbrennpunkte hätten ebenfalls gewisse (in der Figur nicht bezeichnete) Lagen. Diese Lagen der vier optischen Cardinalpunkte können aber verschiedenen Objectivlinsensystemen zukom-

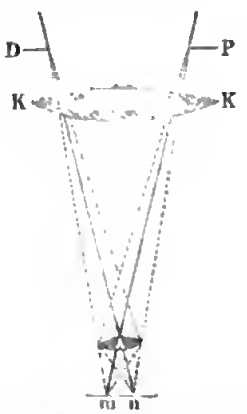
Fig. 84.

*) Ganz streng bestimmt ist sie freilich durch die Data des Problemes noch nicht, so wenig wie die Brennweite. Beide Grössen stehen aber dadurch in gegenseitiger Abhängigkeit, und wenn über die eine noch verfügt wird, so ist die andere mit bestimmt.

men, und wäre eines darunter, dessen erste Fläche bei E läge, so hätte dasselbe in der hier fraglichen Rücksicht jedesfalls vor einem anderen, dessen erste Fläche bei E_1 liegt, den Vorzug. Das letztere würde eine viel grössere Annäherung des Gegenstandes an das Objectiv erfordern als das erstgedachte. Eine weitere Verfolgung solcher Betrachtungen könnte möglicher Weise zu Verbesserungen in der Zusammenstellung der Objectivsysteme führen. Man könnte vielleicht die unbequemen gar zu kurzen Objectdistanzen bei hohen Vergrösserungen, die oft schon den Gebrauch mässig starker Deckplättchen ausschliessen, ganz vermeiden. Freilich wäre es möglich, dass die Anforderungen, die von dieser Seite her an das Objectiv zu stellen sind, den von anderer Seite her zu stellenden (namentlich Beseitigung der Abweichungen) geradezu widersprächen. Bei der jetzt gebräuchlichen Einrichtung der Objectivsysteme liegt der vordere Knotenpunkt stets hinter der ersten Fläche des Objectivs und zwar, wie Nägeli gezeigt hat, um so weiter je weiter die drei Linsen des Systems auseinanderliegen. Es ist hiernach in der in Rede stehenden Beziehung vortheilhaft, die Linsen des Systems so nahe als möglich zusammenzurücken.

240 Das Gesichtsfeld, d. h. der mit einem Blick übersehbare Theil des Objectes, ist natürlicher Weise immer ein Kreis, und um so grösser, je grösser die Oeffnung im Diaphragma des Oculares. Denken wir uns zunächst ein Mikroskop ohne Collectivlinse, so ist geradezu ersichtlich, dass der kreisförmige Theil des Objectes, welcher überhaupt Strahlen zum Ocular sendet, die Basis eines gewissen Kegels ist. Seine Spitze ist der erste Knotenpunkt im Objectiv, und sein Oeffnungswinkel ist dem eines anderen Kegels gleich, dessen Spitze der zweite Knotenpunkt im Objectiv, und dessen Basis die Oeffnung des Diaphragmas ist. Der Winkel, unter welchem der Durchmesser dieser Oeffnung vom zweiten Knotenpunkte des Objectivs aus gesehen erscheint, ist also geradezu ein Maass für das Gesichtsfeld; denn sein Durchmesser muss unter demselben Winkel erscheinen, vom ersten Knotenpunkte des Objectivs aus gesehen. Die absolute Grösse dieses Durchmessers wäre also sofort bekannt, wenn der Winkel und der Abstand des Objectes vom ersten Knotenpunkte des Objectives bekannt wäre. Der letztere Abstand ist übrigens nicht zu verwechseln mit dem Abstande des Objectes von der ersten Fläche des Objectivs.

Fig. 85.



Ein Blick auf Fig. 85 genügt, um sich von der Wahrheit des Gesagten zu überzeugen. Es sind darin die beiden äussersten Strahlenbündel (ausser den Richtungsstrahlen sind alle Strahlen nur punktirt) gezeichnet, welche noch durch die Oeffnung des Diaphragmas $D\,P$ gehen, und der Einfachheit wegen ist angenommen, das Objectiv habe nur einen Knotenpunkt, $m\,n$ wäre also hier der Durchmesser des Gesichtsfeldes. Dass, wenn das Ob-

jectiv und Diapbragma bleiben, die Einschaltung einer „Collectivlinse“ bei *K* das Gesichtsfeld vergrössern muss, ist leicht zu begreifen. Sie lenkt ja sämmtliche Bündel nach der Axe hin ab, und so würden also die beiden in Fig. 85 gezeichneten auch nicht mehr den Rand der Blendung streifen, vielmehr der Mitte näher hindurchgehen, und andere mehr nach aussen gelegene Bündel würden an den Rand der Oeffnung treten, die vorher noch den undurchsichtigen Theil trafen. Es leuchtet jetzt ein, das Gesichtsfeld (ausgedrückt durch die Länge seines wirklichen Durchmessers) wächst: 1) wenn die Objectdistanz wächst; 2) wenn die Entfernung des Diaphragmas vom Objectiv abnimmt; 3) wenn der Durchmesser der Blendungsöffnung wächst. Der letztere kann aber verhältnissmässig um so grösser genommen werden, je weniger das Objectiv mit der Kugelabweichung behaftet ist.

Wenn man die Pupille des beobachtenden Auges punktförmig annimmt, 241

Fig. 86.

so kann das ganze Gesichtsfeld nur von einem Punkte aus gleichzeitig übersehen werden; von allen anderen Punkten aus würde das Auge nur einen sehr kleinen Theil des Objectes sehen. Da indessen die Pupille in Wirklichkeit doch immer einen endlich grossen Durchmesser besitzt, so ist um den gedachten Punkt herum ein kleiner Spielraum, innerhalb dessen sich das Auge bewegen kann, ohne einen Theil des Gesichtsfeldes zu verlieren. Der gedachte Punkt ist derjenige, in welchem sich die von den Objectpunkten kommenden Richtungsstrahlen nach ihrem Austritt aus dem Ocular kreuzen.

Sie müssen sich aber wirklich und zwar in einem Punkte kreuzen, da sie von einem Punkte ausgehen, der jedesfalls weiter vom Ocular absteht als sein Hauptbrennpunkt. Ihr Ausgangspunkt wäre der zweite Knotenpunkt des Objectivs, wenn keine Collectivlinse vorhanden ist. Wenn aber eine solche vorhanden ist, so weicht der (nunmehr virtuelle) Ausgangspunkt noch weiter vom Ocular. Ein Blick auf die Fig. 86 lässt über unseren Satz keinen Zweifel. Wegen der Kleinheit der Objectivlinsen sind die von den einzelnen Punkten des Objectes zum Auge kommenden Strahlenbündel sämmtlich sehr dünn, und man kann geradezu die Richtungsstrahlen an ihre Stelle treten lassen und, ohne einen grossen Fehler zu begehen, annehmen, dass überhaupt nur diejenigen Punkte des Objectes Strahlen zum Auge senden, von denen die Richtungsstrahlen die Pupille erreichen. Es seien nun in Fig. 86 *a b* und *c d* die Richtungsstrahlen von den Grenzpunkten des Gesichtsfeldes, die gerade noch den Rand der Blendung streifen.

Nach ihrer Brechung im Ocular durchkreuzen sie sich in O. Hier muss die Pupille des Beobachters sich befinden, wenn er diese beiden äussersten Richtungsstrahlen und folglich alle in sein Auge haben will. Befände sich seine Pupille bei O' oder bei O_1, so würde er nur den Theil ef des physischen Bildes, also den Theil $e'f'$ des Objectes übersehen; denn die Richtungsstrahlen aller weiter auswärts gelegenen Punkte könnten nicht mehr in seine Pupille eindringen.

Am einfachsten findet sich der Punkt, von welchem aus das ganze Gesichtsfeld des Mikroskopes zu übersehen ist — er mag der „Augenpunkt" heissen — wenn man die vier Cardinalpunkte des ganzen Mikroskopes sowie die Lage der ersten Fläche des Objectivs und der letzten Fläche des Oculares kennt. Der Augenpunkt ist alsdann das Bild vom Mittelpunkte der ersten Fläche des Objectives. In der That befindet sich eine Pupille, die selbst punktförmig oder unendlich eng gedacht werden darf, am Orte dieses Bildes, so wird von jedem Punkte des Gesichtsfeldes Licht in sie eindringen, da ja jedesfalls derjenige Strahl jedes Objectpunktes in die fragliche Pupille gelangt, welcher den Mittelpunkt der ersten Objectivfläche getroffen hat. Für das oben (siehe S. 250) als Beispiel gegebene System von Cardinalpunkten findet sich das Bild vom Mittelpunkte der ersten Objectivfläche im Abstande von nahezu — 1 . 3^{mm} von der zweiten Hauptebene, d. h. das fragliche Bild liegt nahezu 1 . 3^{mm} vor der zweiten Hauptebene, oder etwa 5 . 4^{mm} hinter der letzten Fläche des Oculars. Dies wäre also die zweckmässigste Lage des beobachtenden Auges. Man überzeugt sich von dem Gesagten leicht durch einen Blick in das erste beste Mikroskop; es braucht nicht einmal ein Gegenstand auf dem Objecttische zu liegen, wenn nur der Beleuchtungsspiegel so gestellt ist, dass er dem Objective reichliches Licht zukommen lässt. Befindet sich das Auge gerade im richtigen Punkte O, so sieht es einen hellen Kreis mit vollkommen schwarzer Umgebung scharf gegen dieselbe abstechend, die Grösse des hellen Kreises ist von der Pupillenöffnung unabhängig. Sein Umfang ist nichts Anderes als das virtuelle Bild des Blendungsrandes. Entfernt man jetzt das Auge vom Ocular, so legt sich, von der Peripherie herkommend, ein schwarzer Schatten über den hellen Kreis und macht denselben immer kleiner, je weiter man sich vom Ocular entfernt, zuletzt sieht man in demselben nur noch ein helles Pünktchen. Man wird leicht gewahren, dass die Grösse des hellen Kreises bei mittlerem Abstande des Auges von der Grösse der Pupille abhängt. Nähert man sich umgekehrt dem Oculare über den Punkt O hinaus, so sollte in ähnlicher Weise das Gesichtsfeld verkleinert werden. Doch ist dies in der Regel nicht der Fall, weil der Punkt O zu nahe am Ocular liegt und die Pupille zu weit ist; man berührt in der Regel eher das Ocular mit dem Scheitel der Hornhaut, als die Beschränkung des Gesichtsfeldes durch die Iris eintritt. Sehr häufig bemerkt man hingegen in diesen Fällen eine Beschränkung des Gesichtsfeldes durch ein Augenlied, dessen Schatten an den in den hellen Kreis hineinragenden Wimpern leicht kenntlich ist. Befindet sich das Auge in

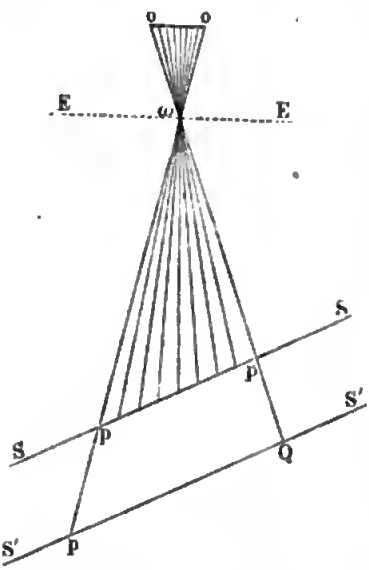
der richtigen Stellung O, so kann man die Augenlider bis auf einen ganz engen Spalt zusammenkneifen, ohne dass ihr Schatten in den hellen Kreis des Gesichtsfeldes hineinragt.

Das von einem Mikroskope dargebotene schliessliche virtuelle Bild 242
ist ein Complex von leuchtenden Punkten, welche sämmtlich in einer Ebene liegen. Es kommt nur zu Stande, wenn in der gehörigen Entfernung vom Objectiv — auf welche oben das Instrument „eingestellt" ist — ebenfalls ein in einer Ebene begriffener Complex von leuchtenden Punkten liegt. Leuchten diese Punkte mit verschiedenfarbigem oder mit verschieden starkem Lichte, so thun es die entsprechenden Punkte des Bildes auch, und es ist eben deswegen möglich, durch das Mikroskop Aufschluss über gewisse Eigenschaften eines Gegenstandes zu erhalten. Die Gegenstände, welche man unter dem Mikroskope betrachtet, sind nun meist der Art, dass ihre Oberfläche nicht vollkommen eben ist, und dass deren Punkte, von gewöhnlichem Tageslichte beleuchtet, keineswegs viel Licht aussenden. Bei hohen Vergrösserungen wenigstens würden sie also nicht wohl brauchbare Bilder im Mikroskope geben. Man muss daher für eine besondere Beleuchtung Sorge tragen. Beleuchtet man einen Gegenstand von oben oder schräg von unten der Art, dass keine Strahlen von der benutzten Lichtquelle direct ins Objectiv fallen, so bedarf die Sache keiner weiteren optischen Discussion; denn es kommt nur von jedem Punkte der Oberfläche des Gegenstandes ein Bündel diffuses Lichtes in das Instrument. Die Oberfläche des Gegenstandes ist gewissermaassen stärker selbstleuchtend gemacht als in freier Tagesbeleuchtung; es versteht sich von selbst, dass alsdann das Mikroskop ein Bild liefert, das um so brauchbarer ist, je kleiner im Vergleich mit der Objectdistanz die Abweichungen der fraglichen Oberfläche von der Ebene sind. In den meisten Fällen wird aber bei „durchfallendem Lichte" beobachtet, d. h. man bringt eine reichliche Lichtquelle unter dem Objecte an, so dass ihre Strahlen durch das Object direct auf das Objectiv fallen. Das von der Oberfläche des Gegenstandes diffus zurückgeworfene Licht verschwindet in diesem Falle ganz gegen das direct von der Lichtquelle ausgehende, und die eigentlich zu sehenden Einzelheiten erscheinen als Schatten auf einem hellen Hintergrunde. Das Zustandekommen dieser Schatten erfordert, namentlich da sie in der Regel von vollständig durchsichtigen Körpern herrühren, eine optische Begründung.

Als Lichtquelle dient ein in die Strahlung des hellen Himmels eingetauchter Spiegel. Sehen wir ab von der ungleich starken Zurückwerfung des Lichtes in verschiedenen Richtungen — das wird erlaubt sein, da in unserem Falle doch schliesslich nur unter annähernd gleichen Winkeln zurückgeworfene Strahlen in Betracht kommen —, nehmen wir ferner die Strahlung von allen Punkten des Himmels als merklich gleich stark an, so wird ein in diese eingetauchter Spiegel genau so wirken wie eine in allen Punkten gleichmässig leuchtende Fläche, deren Helligkeit zu der des Himmels in dem durch die Zurückwerfung bedingten Schwächungsver-

hältnisse steht. Mag übrigens der Spiegel eben, hohl oder erhaben sein, die Helligkeit, in welcher er erscheint, ist genau dieselbe. Nicht so würde es sein, wenn nur parallele oder sonst von einem Punkte oder von einer wenig ausgedehnten Lichtquelle kommende Strahlen den Spiegel träfen. In der That, in unserem erst gedachten Falle empfängt ja jedes Element der spiegelnden Fläche aus allen Richtungen Lichtstrahlen und sendet also auch solche nach allen Richtungen aus, da das unendlich kleine Element eben gedacht werden darf. Das Element der spiegelnden Fläche ist demnach genau so wirksam, wie ein selbstleuchtender Punkt, dessen Leuchtkraft überdies von seiner Neigung gegen irgend eine im Raume feste Gerade (z. B. die Axe des Instrumentes) unabhängig *) ist. Der ganze Spiegel muss also auch in derselben Helligkeit erscheinen, mögen seine einzelnen Elemente dieselbe Neigung gegen die Axe des Instrumentes haben oder mag diese Neigung von Element zu Element sich stetig ändern, d. h. mag er eben oder gekrümmt sein. Der Vorzug eines ebenen, hohlen oder erhabenen Spiegels kann also, wenn man in diffuaer Tagesbelenchtung beobachtet, nach dieser Betrachtung jedesfalls nicht in einer grösseren Lichtstärke, die der eine oder der andere liefert, gesucht werden. Mir ist es überhaupt sehr zweifelhaft, ob die Form des Spiegels nicht absolut gleichgültig ist. Es ist mir dies um so wahrscheinlicher, da von den berühmtesten Mikroskopikern die einen dem ebenen, die anderen dem Hohlspiegel den Vorzug geben, die Wahl also vielleicht auf Liebhaberei hinausläuft. Wenn man freilich eine punktförmige oder überhaupt nur relativ kleine Lichtquelle, z. B. eine einigermaassen entfernte Lampenflamme anwenden wollte, ao hätte jedesfalls ein Hohlspiegel den Vorzug in Beziehung auf Stärke der Beleuchtung, und zwar müsste er ao gestellt sein, dass die Lichtquelle und das zu beleuchtende Object in conjungirten Vereinigungsweiten davon abständen.

Fig. 87.



Ein in die Strahlung des hellen Himmels eingetauchter Spiegel erleuchtet ferner ein mikroskopisches Gesichtsfeld gleich gut, mag er demselben näher oder ferner stehen, wofern seine

*) Wenn diese Neigung sich ändert, so wird das Flächenelement nach gewissen Richtungen hin vielleicht gar keine Strahlen mehr aussenden, aber innerhalb des überhaupt zu Stande kommenden Strahlenkegels bleibt die Helligkeit dieselbe. Nach allen in der ganzen über der spiegelnden Seite befindlichen Hälfte des Raumes möglichen Richtungen strahlt natürlich das Element nur dann aus, wenn es horizontal unter der Himmelshalbkugel liegt.

Oberfläche nur eine gewisse Grenze der Kleinheit nicht überschreitet. Um dies einzusehen, werfen wir einen Blick auf Fig. 87. Sei $O\,O$ die erste Fläche des Objectivs, und sei das Mikroskop eingestellt auf eine Ebene $E\,E_1$. Sei $S\,S$ die Spiegelfläche (wir denken sie uns unbeschadet der Allgemeinheit eben, da bereits der Unterschied zwischen ebenem und gekrümmtem Spiegel gefallen ist). Von jedem ihrer Punkte geht, wie von einem selbstleuchtenden, ein divergentes Strahlenbündel aus. Zur Beleuchtung des unendlich kleinen Flächenelementes ω in der Objectebene tragen nun von denjenigen Bündeln unendlich schmale Theile wirksam bei, welche von den Punkten zwischen p und q ausgehen, und zwar unendlich kleine Theile, die in Kegeln mit der unendlich kleinen Basis ω liegen. Einige dieser Kegel sind in der Figur (als Linien) gezeichnet. Alle anderen vom Spiegel ausgehenden Strahlen, welche nicht in den bezeichneten unendlich schmalen Kegeln begriffen sind, treffen entweder das Objectiv gar nicht oder kreuzen sich nicht innerhalb des Flächenelementes ω, tragen also zu seinem Bilde im Mikroskope nicht bei. Rückt man jetzt den Spiegel ferner, etwa nach $S'\,S'$, so werden allerdings die auf ω fallenden Elementarlichtkegel dünner, und zwar im quadratischen Verhältnisse der Entfernung. Dagegen kommen in demselben Verhältnisse ihrer mehr zur Wirksamkeit, denn es senden jetzt alle zwischen P und Q begriffenen Punkte der Spiegelfläche Elementarkegel durch ω nach $O\,O$. Sobald natürlich die Winkelöffnung des Objectivs, d. h. der Winkel $O\,\omega\,O = p\,\omega\,q$ so gross ist, dass der Spiegel dieselbe bei einem gewissen Abstande nicht mehr ganz ausfüllt (wäre z. B. der Spiegel kleiner als $p\,q$), so würde eine weitere Entfernung die Beleuchtung bei ω im quadratischen Verhältnisse schwächen. Ebenso wurde bereits gelegentlich darauf hingedeutet, dass die Entfernung des Spiegels sofort aufhört gleichgültig zu sein, sowie man nicht mehr eine relativ unbegrenzte ursprüngliche Lichtquelle — wie den hellen Himmel — hat*).

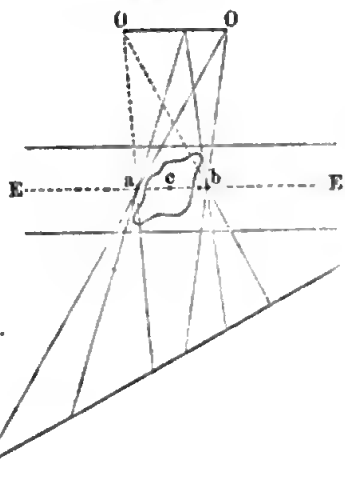
Das vom Spiegel herkommende Strahlensystem hat nach diesen Aus- 243
einandersetzungen offenbar folgende Eigenschaft: Wenn man eine Ebene senkrecht zur Axe des Mikroskopes irgendwo zwischen das Objectiv und den Spiegel legt, so kann man durch jeden Punkt derselben ein Strahlenbündel legen, das auf dem ganzen Spiegel als Basis steht, und das System dieser Bündel wird alsdann die wirklich vorhandenen Strahlen alle und nur diese enthalten**). Gehen wir unserer Ebene eine solche Lage, dass

*) Die in der ersten Auflage gleichlautend enthaltenen Entwickelungen dieses Paragraphen habe ich, obgleich sie den Angaben mancher erfahrener Mikroskopiker widersprechen, um so weniger zu ändern Veranlassung gehabt, als ich jetzt die Autorität eines der anerkanntesten praktischen Mikroskopikers dafür anführen kann. (Siehe das mehrfach citirte Werk Nägeli's.)

**) Streng genommen würde dieser Satz nur dann gelten, wenn die ganze über der Ebene des Spiegels gelegene Halbkugel des Himmels Licht zu ihm könnte

gerade das Mikroskop darauf eingestellt ist, so ist der im Gesichtsfelde liegende Theil derselben ein Object, im optischen Sinne, und zwar ein gleichmässig leuchtender Kreis, dessen Bild ein eben solcher sein muss, wie man sich auch leicht durch den Augenschein überzeugt. Wir bringen jetzt an diese Stelle allerlei kleine durchsichtige und undurchsichtige Gegenstände, ausgebreitet in einer sehr dünnen ebenen Schicht, deren obere Grenzebene über, deren untere Grenzebene eben soviel unter unserer Einstellungsebene gedacht werden mag. Ganz undurchsichtige Gegenstände in dieser ebenen Schicht werden, ihrem Umfange und ihrer Form entsprechend, einigen unserer Lichtbündel den Durchgang nach dem Objectiv verwehren. Sie bringen folgeweise in dem Bilde des hellen Kreises einen stellenweisen Lichtausfall hervor — ein Schattenbild, dem grössten Horizontalschnitt des Gegenstandes ähnlich und im Verhältniss der Vergrösserung grösser als jener. Ganz vollkommen scharf begrenzt erscheint das Schattenbild des undurchsichtigen Gegenstandes jedoch nur dann, wenn sein grösster Horizontalschnitt genau mit der Einstellungsebene zusammenfällt. In jedem anderen Falle ist am Saume des Schattens ein Halbschatten. Ein Blick auf die Fig. 88 lässt dies sehen. Die Strahlenbündel z. B., die in *a* und *b* ihr Centrum haben, werden nur zum Theil vom Objectiv *O O* abgehalten, daher an den *a* und *b* entsprechenden Stellen im Bilde Halbschatten statthaben wird; die zwischenliegenden Bündel (z. B. das bei *c*) werden ganz abgefangen, daher ist an den entsprechenden Stellen des Bildes Kernschatten. Fiele dagegen der grösste Horizontalschnitt genau mit der Einstellungsebene *EE* zusammen, so würden alle Strahlenbündel entweder ganz oder gar nicht abgefangen, daher im Bilde überall Kernschatten oder Kernlicht erscheinen, d. h. ein scharf begrenztes Kernschattenbild.

Fig. 88.



244 Die in unserer ebenen Schicht begriffenen durchsichtigen Körper werden die vom Spiegel kommenden convergirenden Strahlenbündel nach Maassgabe ihrer Gestalt und Brechkraft ablenken und gewissermaassen als

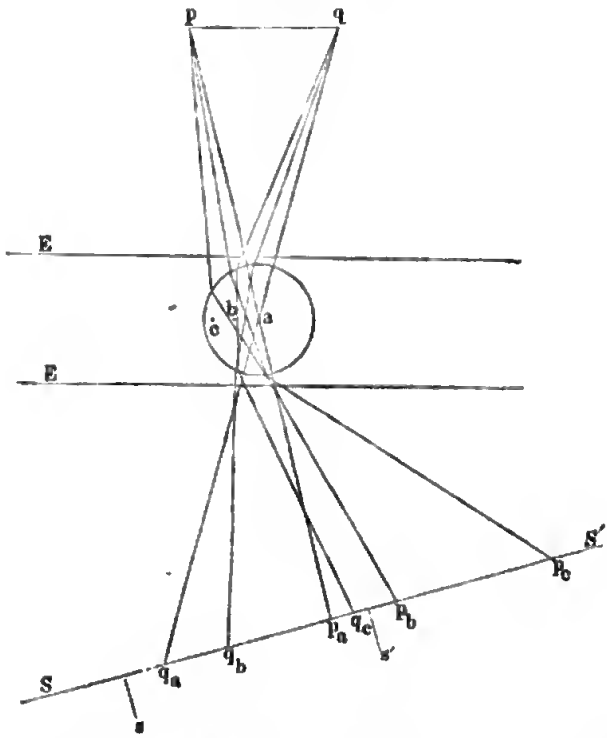
---

gelangen lassen. Diese Bedingung ist zwar in Wirklichkeit nie erfüllt, dafür haben wir aber auch in wirklichen Fällen immer nur ein sehr kleines Stück der gedachten Ebene um die Axe herum in Betracht zu ziehen, für deren Punkte bei geeigneter Stellung des Spiegels unser Satz unzweifelhaft gültig ist.

optische Werkzeuge wirken. Die Erörterung dieser Wirkung gehört natürlich zu jeder einzelnen mikroskopischen Beobachtung, es mag jedoch hier noch die Erörterung zweier einfacher Fälle Platz finden.

Wir wollen uns zuerst die ebene Schicht erfüllt denken mit einem homogenen durchsichtigen Stoffe, an einer Stelle im Bereiche des Gesichtsfeldes liege jedoch eine Kugel, deren Stoff, ebenfalls durchsichtig, das Licht stärker bricht als die Umgebung. Ihr Mittelpunkt liege in der Einstellungsebene. Die optische Discussion dieses Falles, sowie ohne Zweifel der meisten anderen Fälle, wird sich am bequemsten machen, wenn man, die Reciprocität des Strahlenganges anwendend, Lichtbündel rückwärts construirt, die vom Objectiv nach den Punkten der Einstellungsebene convergiren, und nun deren Weg nach dem Spiegel hin verfolgt. Sei z. B. in Fig. 89 pq die erste Fläche des Objectivs, EE

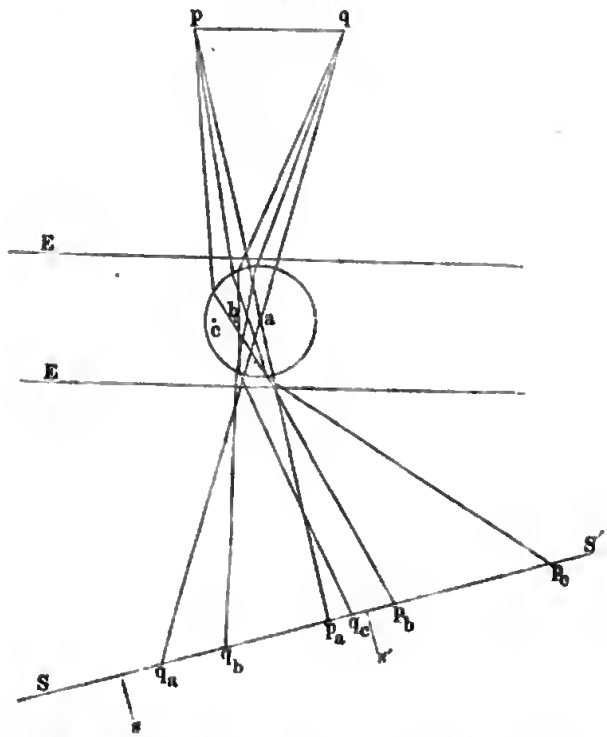
Fig. 89.



die ebene Schicht der Objecte; die Brechung an ihren Grenzen darf wohl vernachlässigt werden, da sie auf alle in Betracht kommende Strahlenbündel ziemlich gleichartig einwirkt. SS sei der Beleuchtungsspiegel. Bei a sei der Mittelpunkt unserer stärker brechenden Kugel, deren Bild gefunden werden soll. Denken wir uns, von allen Punkten des Objectivs gingen Strahlen nach a (die beiden Randstrahlen sind in der Figur gezeichnet), sie treffen sämmtlich die Oberfläche beim Ein- und Austritt senkrecht und setzen demnach ihre Wege ohne Ablenkung zum Spie-

gel fort, der von den Randstrahlen in q_a und p_a getroffen wird. Umgekehrt werden also in der Wirklichkeit von allen zwischen p_a und q_a gelegenen Punkten des Spiegels Strahlen zum Objectiv gelangen, die durch a gegangen sind, sie werden also im Mikroskope ein Bild von a erzeugen, dessen Helligkeit genau dieselbe wie im ganzen übrigen Gesichtsfelde ist, denn die Oeffnung des Strahlenkegels $p_a a o_a$ ist dieselbe, wie die eines beliebigen anderen wirksamen Strahlenkegels, der zum Bilde irgend eines ausserhalb der Kugel gelegenen Punktes der Einstellungsebene verwandt wird. Denken wir uns jetzt zweitens einen Kegel mit der Basis pq, dessen Strahlen auf b zielen. Seine beiden Randstrahlen (die in der Figur genau construirt sind) würden durch zweimalige Brechung abgelenkt und

Fig. 90.



schliesslich auf dem Spiegel das Stück $p_b q_b$ abschneiden. Nach dem Gesetze der Reciprocität werden in der Wirklichkeit nur von dem Stücke $p_b q_b$ des Spiegels Strahlen zum Objectiv gelangen, so als wären sie von b ausgegangen. Sie setzen einen zum Bilde von b wirksamen Strahlenkegel zusammen, dessen Oeffnung die des Strahlenkegels $q_a a p_a$ wenig übertrifft. Der Punkt b müsste also etwas heller als das übrige Gesichtsfeld erscheinen. Einen wirksamen Strahlenkegel mit der Basis $p_c q_c$ von noch etwas grösserer Oeffnung erhält man, wenn man auf dieselbe Weise die vom Objectiv nach c gezogenen Strahlen verfolgt. Bei den hier gemachten Schlüssen liegt übrigens die nur näherungsweise richtige Voraussetzung zu Grunde, dass homocentrische Lichtbündel, auf ein Stück

unserer Kugeloberfläche fallend, homocentrisch bleiben. Wenn man ganz genau zu Werke ginge, müssten die wirksamen Strahlenkegel alle genau gleich gross gefunden werden und sich also zeigen: zu den Bildern von a, b und c, sowie von allen anderen im mittleren Horizontalschnitte der Kugel gelegenen Punkten tragen genau gleich viel Strahlen bei, sie erscheinen also alle gleich hell, vorausgesetzt, dass die leuchtende Spiegelebene unendlich ausgedehnt ist. Ich kann zwar diesen Satz nicht streng beweisen, doch kommt es mir an sich äusserst wahrscheinlich vor, dass, wenn von allen Punkten der Ebene $S\,S$ gleich viel Strahlen ausgehen, auch ein durchsichtiger Körper in den schliesslich zu pq gelangenden Strahlenkegeln keine andere Aenderung als Schwächung durch Absorption hervorbringen kann. Ferner lässt er sich sehr leicht durch den Versuch bestätigen. Hält man einen durchsichtigen Körper, z. B. einen cylindrischen Glasstab, vor einen relativ unendlich grossen hellen Hintergrund, so erscheint er ganz gleichmässig hell. Es müssen hierbei begreiflicherweise alle Reflexe und alle Schatten (die etwa der Glasstab auf den hellen Hintergrund werfen könnte) vermieden werden. Sei dem übrigens, wie ihm wolle, wir haben es beim Mikroskope nie mit einer unendlich grossen leuchtenden Fläche zu thun. Der Spiegel (respective die Blendung im Objecttische) hat eine begrenzte Ausdehnung und umspannt in der Regel an einem Punkte des Objectes nur einen sehr mässigen Winkel. Er reiche z. B. in der Fig. 90 von s bis s'. Es ist alsdann von den drei gezeichneten Strahlenkegeln nur der wirklich ganz vorhanden, der seine Spitze in a hat und auf der Basis $q_a p_a$ steht. Der Strahlenkegel mit der Basis $q_b p_b$ steht schon nicht mehr ganz auf der Spiegelfläche. Die zu ihm gehörenden Strahlen, welche rechts von s' liegen, sind also in Wirklichkeit gar nicht vorhanden, die Helligkeit des Bildes von b wird demnach kleiner sein, als die des Bildes von a. Der dritte Strahlenkegel, welcher das Bild von c erleuchtet, steht nur noch mit dem ganz kleinen Stückchen $q_c s'$ seiner Basis auf dem Spiegel. Also ist nur ein kleiner Theil der zu ihm gehörenden Strahlen in Wirklichkeit vorhanden. Das Bild von c muss also sehr lichtschwach erscheinen. Construirte man solche Strahlenkegel für Punkte, die noch weiter seitwärts als c liegen, so werden sie bald ganz am wirklichen Spiegel vorübergehen. Die Bilder der betreffenden Punkte würden demnach ganz dunkel sein. Es ergiebt sich hieraus, die Kugel muss bei der gedachten Einstellung zu einem kreisförmigen Bilde Veranlassung geben, dessen Helligkeit am Rande Null ist, nach dem Mittelpunkte aber allmälig zunimmt, bis sie in diesem selbst die Helligkeit des übrigen Gesichtsfeldes erreicht. — Es könnte scheinen, als liesse sich der ganzen vorstehenden Betrachtung die substituiren, dass das von der Kugel erzeugte Bild des Spiegels als Object anzusehen wäre; doch geht dies nicht wohl an, da eine Kugel kein Bild im strengen Sinne des Wortes liefert, am allerwenigsten in der Ebene des Mittelpunktes, auf die wir doch das Instrument eingestellt dachten.

Es dürfte vielleicht nicht so gar schwer sein, in dieser Weise auch

verwickeltere Fälle aufzulösen und eine Reihe von Erscheinungen zu deuten, die dem Mikroskopiker täglich vorkommen, z. B. dass manche kleine Gegenstände bei verschiedener Einstellung bald hell, bald dunkel erscheinen.

Noch einfacher gestaltet sich die Erörterung eines anderen sehr häufig vorkommenden Falles. Es sei im Gesichtsfelde eine Kugel, deren Brechungsvermögen nicht merklich von der Umgebung abweicht, die aber eine stärker brechende, überall gleich dicke durchsichtige Hülle hat. Bekanntlich erscheint eine solche im hellen Gesichtsfelde als heller Kreis, jedoch mit einem dunkeln, gegen das Innere ziemlich scharf abgesetzten Saume umgeben. Wir brauchen, um dies zu erklären, nicht einmal die Strahlenbündel als vom Objectiv ausgehend anzusehen. Es ist vielmehr leicht zu sehen, dass die vom Spiegel ausgehenden Strahlenbündel im Allgemeinen unsere Kugel ohne Ablenkung durchsetzen, denn die viermalige Brechung an der sehr dünnen von parallelen Flächen begrenzten Hülle wird ihre Richtung nicht merklich verändern. Nur diejenigen Strahlenbündel, welche dem Rande des mittleren Horizontalschnittes sehr nahe in die Hülle eintreten, werden nicht zum Objectiv gelangen können, denn sie werden beim Ausfallen in sehr schräger Richtung durch totale Reflexion sehr weit aus ihrer Bahn abgelenkt. Ihr Ausfallen bedingt im Bilde an den entsprechenden Stellen natürlicherweise den dunkeln Saum. Ganz ähnlich wird sich übrigens eine Kugel mit schwächer brechender Hülle verhalten. Nur wird der Ausfall der den Rand treffenden Bündel hier durch eine totale Reflexion, welche sie erleiden, indem sie in die Hülle *eintreten*, nicht aus derselben *austreten* wollen.

Mutatis mutandis ist diese Erörterung auch auf cylindrische Massen leicht zu übertragen.

Betrachtungen dieser Art dürften sehr geeignet sein, die Tragweite des Mikroskopes genauer zu werthen. Es ist aus ihnen klar, dass ein mikroskopisches Bild keineswegs so unmittelbaren Aufschluss über die Form (über etwas Anderes darf man ohnehin billigerweise keinen Aufschluss davon erwarten) des Gegenstandes gäbe. Unmittelbar ist es nicht einmal ein Schattenriss des Gegenstandes. Dächte man sich z. B. nur einen zur Einstellungsebene schräg gestellten Cylinder von stärker brechender Substanz unter dem Deckplättchen, so würde dieser im Bilde durch eine Figur repräsentirt sein, die ich zwar im Augenblicke ausser Stande bin näher anzugeben, die aber gewiss Niemanden unmittelbar an einen schräg gestellten Cylinder erinnern würde *).

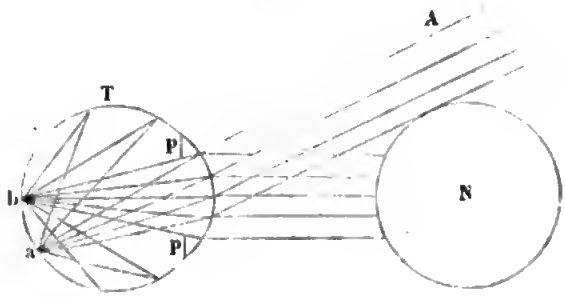
*) Den Betrachtungen dieses Paragraphen, der *unverändert* aus der ersten Auflage herübergenommen wurde, habe ich nur noch hinzuzufügen, dass inzwischen *Nägeli* in der That eine Reihe von Fällen in der obenbeschriebenen Weise genau zergliedert hat. Ich muss es mir jedoch versagen, diese schönen und praktisch höchst wichtigen Einzelheiten hier auch noch aufzunehmen. Wer die mikroskopische Wissenschaft zum genaueren Studium machen will, wird doch das Studium des *Nägeli*'schen Werkes nicht entbehren können. Es mag nur noch bemerkt sein, dass auch der einfache Fall einer durchsichtigen Kugel noch zu manchen feineren

Drittes Kapitel.

Der Augenspiegel.

Um die Theorie dieses ingeniösen von Helmholtz erfundenen In- 245
strumentes, das die ganze Augenheilkunde in eine neue Entwickelungsphase gebracht hat, zu verstehen, muss man sich zunächst den Grund davon ganz klar machen, warum der Hintergrund des Auges einem unbewaffneten Beobachter regelmässig absolut dunkel erscheint, obwohl er doch durch die Pupille reichlich Licht empfängt und nur in hohem Grade durchsichtige Körper vor ihm liegen. Dieser Grund liegt nicht etwa darin, dass die Hinterwand des Auges durch Pigment so geschwärzt wäre, dass sie von dem auf sie fallenden Licht gar nichts durch diffuse Zerstreuung zurückwirft, vielmehr alles absorbirt. Wäre dem wirklich so, so würde auch die Beobachtung mit dem Augenspiegel unmöglich sein, denn man wirft durch denselben doch wohl kaum jemals so grosse Lichtmengen ins Auge, als eine helle Tagesbeleuchtung thut. Der Grund liegt vielmehr in der regelmässigen Vertheilung der vom Augenhintergrunde diffus ausgehenden Lichtstrahlen durch die brechenden Medien. Es ist derselbe Grund, aus welchem eine in der Focalebene eines Mikroskopoculares aufgestellte Papierfläche dunkel erscheint, wenn sie nur von der Ocularöffnung aus Licht empfangen kann. Er wird verständlich, sobald man sich vergegenwärtigt, von welchen Punkten der beobachteten Augenhinterwand allein Strahlen in das beobachtende Auge gelangen können, selbst wenn von jedem Punkte derselben Strahlen nach allen Richtungen divergirten. Sei in der That T, Fig. 91, ein beobachtetes Auge, und jeder Punkt sei-

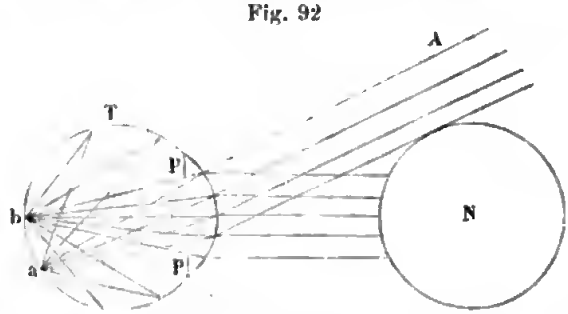
Fig. 91.



Erscheinungen Veranlassung giebt, die Nägeli eingehend analysirt hat. Ich bin gleichwohl bei meiner in der ersten Auflage gegebenen Zergliederung stehen geblieben, weil es hier nur darauf ankam, ein Beispiel einer solchen zu geben.

nes Hintergrundes, mehr oder weniger beleuchtet, sende durch diffuse Reflexion gleichsam selbstleuchtend nach allen Richtungen Lichtstrahlen aus. Einige der von *a* ausgehenden Strahlen sind in der Figur gezeichnet. Diejenigen derselben, welche in den Bereich der Pupillenöffnung fallen und

Fig. 92



folglich auch nach aussen dringen, müssen nun (wir wollen das Auge auf unendliche Ferne eingestellt denken) als parallelstrahliges Bündel nach *A* weitergehen — parallel mit der durch den Punkt *a* gelegten Richtungslinie. Von *a* aus wird also ein bei *N* befindliches beobachtendes Auge jedesfalls kein Licht empfangen können. Dagegen wird in *N* etwas von dem diffusen Lichte eindringen, was von *b* nach allen Richtungen ausstrahlt. Wir dachten für einen Augenblick den Punkt *b* auch leuchtend, in Wirklichkeit wird er aber bei der gedachten Anordnung des beobachteten und beobachtenden Auge von aussen kein Licht empfangen, also nicht leuchten, wofern nicht besondere Veranstaltungen getroffen sind, denn er liegt ganz innerhalb des (Zerstreuungs-) Bildes der Pupille von *N*, die nicht leuchtet. Mit anderen Worten, sollte *b* Licht empfangen, so müsste dies nothwendig in der Richtung von *N* herkommen; das in dieser Richtung allenfalls von rechts her kommende Licht wird aber von *N* als undurchsichtigem Körper abgefangen. In einem Falle könnte freilich der Punkt *b* doch Licht empfangen, wenn nämlich irgend ein Theil der Augenwand von *T* durchscheinend wäre, und seine Punkte von aussen stark erleuchtet, wie selbstleuchtende diffuses Licht ins ganze Auge, also auch nach *b* schickten. Dies ist der Fall bei den Albinokaninchen, deren Iris sehr stark durchscheinend ist. Die Helligkeit ihres Augenhintergrundes rührt lediglich von dem Lichte her, das von der erleuchteten Iris diffus auf die Netzhaut ohne Unterschied einzelner Stellen fällt, nicht daher, dass von dem durch die Pupille eindringenden Lichte wegen der Pigmentlosigkeit mehr zurückgestrahlt wird. In der That hält man das die Iris beleuchtende Licht durch einen Schirm mit einer Oeffnung von der Grösse der Pupille ab, dass eben nur noch durch diese Licht eindringen kann, so erscheint — worauf Donders zuerst aufmerksam gemacht hat — der Augenhintergrund ebenso dunkelschwarz, wie bei einem reichlich pigmentirten Auge.

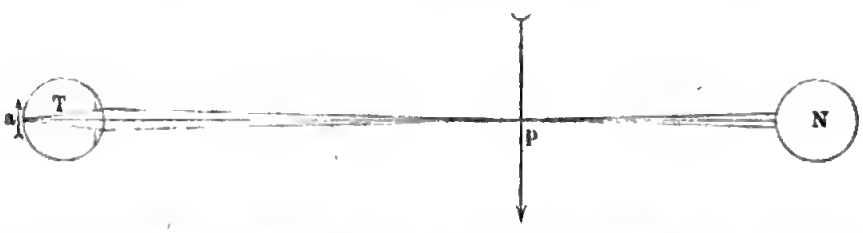
246 Der soeben erläuterte und durch Fig. 92 versinnlichte Fall ist nur ein Beispiel zu einem allgemeinen Satze, den man nunmehr sogleich in

aller Allgemeinheit zugehen wird. Ein beobachtendes Auge kann nur von solchen Punkten der Netzhaut eines beobachteten Auges Strahlen empfangen, welche innerhalb des Bildes (deutlichen oder Zerstreuungsbildes) von der Pupille des beobachtenden Auges liegen. Nach dem allgemeinen Reciprocitätsprincipe können ja von einem Punkte zu einem andern nur dann Lichtstrahlen gelangen, wenn auch umgekehrt von diesem zu jenem Licht kommen kann. Von der Pupille des Beobachters kann aber nur zu ihrem Bilde im beobachteten Auge Licht kommen, folglich kann auch nur von Punkten dieses Bildes Licht zur Pupille des Beobachters kommen. Da aber diese kein leuchtender Körper ist, folglich die Punkte seines Bildes nicht leuchtend werden, so kann das beobachtende Auge nur dann aus dem beobachteten wirklich Licht empfangen, wenn das Bild seiner Pupille ganz oder zum Theil mit dem (deutlichen oder Zerstreuungs-) Bilde einer Lichtquelle zusammenfällt, vorausgesetzt immer, dass überall nur durch die Pupille Licht in das beobachtete Auge gelangt. Veranstaltungen, welche dieses Zusammenfallen bewirken und die gleichzeitig noch einen anderen Zweck erfüllen, nennt man Augenspiegel.

Dieser zweite Zweck ist der, dass die vom Augenhintergrunde des beobachteten ausgehenden Strahlenbündel schliesslich in das Auge des Beobachters mit dem Grade der Divergenz eindringen, dass sie sich auf Punkten seiner Netzhaut vereinigen, dass, mit anderen Worten, der Beobachter ein deutliches Bild von dem Theile der Netzhaut des Beobachteten sieht, von dem überhaupt Strahlen in sein Auge kommen.

Wir wollen zuerst die Mittel kennen lernen, welche zur Erreichung 247
dieses letzteren Zweckes dienen. Sei wieder T, Fig. 93, ein beobachtetes Auge, seine ganze Netzhaut mag durch irgend welche Veranstaltung leuch-

Fig. 93.

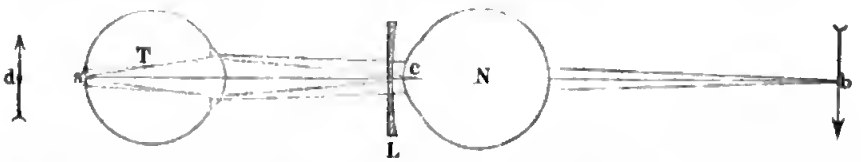


tend gemacht sein, und sei das Auge T für die Entfernung Tp accommodirt. Hier wird also ein physisches umgekehrtes vergrössertes Bild der um a herumliegenden Netzhautpartie entstehen; denn ein von einem Netzhautpunkte bei a ausgehendes Strahlenbündel muss nach seinem Austritt aus dem Auge auf einen Punkt in der Accommodationsweite convergiren, weil reciproce ein von hier aus divergirendes Bündel im Auge sich auf dem Netzhautpunkte vereinigt haben würde. Wenn ein beobachtendes Auge dies physische Bild deutlich sehen wollte, so müsste es sich etwa

bei N aufstellen, so dass Np die Entfernung des deutlichen Sehens wäre. Die Entfernung der beiden Augen von einander würde in diesem Falle die Summe der deutlichen Sehweiten beider Augen sein. Bei dieser bedeutenden Entfernung wird aber das durch die Pupille des Auges T begrenzte Gesichtsfeld so klein, dass das Auge N doch nichts deutlich unterscheiden könnte. Nur in einem Falle wäre es gleichwohl möglich, dass N ein deutliches Bild der Netzhaut von T sähe auch bei noch so kleinem Abstande zwischen T und N, wenn nämlich beide Augen auf unendliche Ferne eingestellt wären, so dass parallele Strahlenbündel aus T hervorträten, die dann auf der Netzhaut von N vereinigt würden, N möchte stehen, wo es wollte; oder wenn etwa das Auge N gar auf convergente Strahlenbündel einstellbar wäre. Es scheint, dass dies nicht selten der Fall ist, und daher werden auch viele Beobachtungen mit dem Augenspiegel ganz ohne Linsen gemacht (siehe bei Coccius der Augenspiegel etc.).

248 Um nun unter gewöhnlichen Verhältnissen ein hinlänglich grosses Stück der beobachteten Netzhaut zu übersehen, hat man zwei verschiedene Mittel. Das eine ist von Helmholtz zuerst bei seiner ursprünglichen Form des Augenspiegels angewandt und besteht in einer zwischen die beiden Augen gesetzten Zerstreuungslinse, die es dem Beobachter erlaubt, ganz nahe an den Beobachteten heranzukommen, indem sie die convergent aus dessen Auge hervortretenden Strahlenbündel in divergente verwandelt, die auf der Netzhaut des Beobachters in Punkte vereinigt werden können, wie Fig. 94 deutlich machen wird. Diese Methode liefert ein aufrechtes, virtuelles Bild. Es ist leicht zu bestimmen, welche virtuelle Brennweite die Zerstreuungslinse haben muss, damit dadurch der

Fig. 94.



Beobachter die beobachtete Netzhaut im aufrechten Bilde deutlich sieht, wenn der Abstand gegeben ist, in welchem die Linse von beiden Augen gehalten werden soll, und wenn man ausserdem die Sehweiten der beiden Augen kennt. Nach Punkten, die in der Sehweite Tb des beobachteten Auges T liegen, werden nämlich die aus demselben hervortretenden Strahlenbündel convergiren. Zieht man hiervon den Abstand der Linse vom Auge T ab, so hat man die Entfernung der Convergenzpunkte der auf L fallenden Strahlenbündel von L; sollen sie nach ihrem Durchgang durch L divergent werden, so muss jedesfalls die Brennweite von L kleiner sein als der soeben bezeichnete Abstand Lb, er mag durch p bezeichnet werden. Nun sollen sie aber so divergiren, als kämen sie aus Punkten, die von N um die Sehweite Nd dieses Auges abstehen, die also von L um

diese Sehweite weniger der Entfernung zwischen L und N abstehen. Dieser letztere Abstand — er soll p' heissen — muss also die für die Linse L zu dem Abstand $p = Lb$ conjungirte Vereinigungsweite sein. Daraus lässt sich die Brennweite f der zu wählenden Linse nach der Formel $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$ berechnen. Man hat dabei zu beachten, dass die beiden Abstände p und p' beide mit negativem Vorzeichen zu nehmen sind, da sie sich auf ein virtuelles Object und auf ein virtuelles Bild beziehen. Es bekommt daher f schliesslich immer einen negativen Werth, den es auch nothwendig haben muss, da unter den gemachten Voraussetzungen eine Zerstreuungslinse zu wählen ist. Sei beispielsweise das Auge T auf $0{,}3^m$, das Auge N auf $0{,}2^m$ accommodirt, die Linse stehe von T $0{,}03^m$ und das Auge N von der Linse $0{,}01^m$ ab. Dann liegt das virtuelle Object, d. h. die Convergenzpunkte der aus dem Auge T hervorgehenden Strahlenbündel $0{,}27^m$ hinter L, und das Bild dieses virtuellen Objectes muss, damit es dem Auge N in der deutlichen Sehweite von $0{,}2^m$ erscheine, um $0{,}19^m$ vor der Linse L liegen. Man sucht nun eine Linse, für welche $-0{,}27$ und $-0{,}19$ conjungirte Vereinigungsweiten sind; p wäre also $= -0{,}27^m$, $p' = -0{,}19^m$ zu setzen und daraus f zu berechnen; man hätte also $-\frac{1}{0{,}27} - \frac{1}{0{,}19} = \frac{1}{f}$. Daraus berechnet sich f zu wenig über $-0{,}1^m$. Es würde also eine Zerstreuungslinse von ungefähr $0{,}1^m$ Brennweite zur Beobachtung des Auges T für das Auge N nothwendig sein.

Auch die Vergrösserung, welche die gedachte Anordnung liefert, ist 249
leicht zu berechnen. Betrachten wir einen kleinen Kreis der Netzhaut von T, dessen Mittelpunkt a ist, und den das Auge N sehen kann; wir wollen ihn den Kreis A nennen. Denken wir ihn leuchtend, so muss er bei b ein physisches Bild entwerfen (wir wollen es den Kreis B nennen), dessen Durchmesser β dem gleich kommt, welchen ein bei B aufgestellter leuchtender Kreis haben müsste, wenn sein Bild gerade den gedachten Netzhautkreis bei a decken sollte. Vom Kreis B macht die Linse L ein virtuelles Bild D, dessen Durchmesser δ zu finden ist aus der Gleichung $\beta : \delta = p : p'$*), da ja immer Bild und Object am optischen Mittelpunkte einer Linse denselben Winkel umspannen, ihre linearen Dimensionen also im Verhältnisse ihrer Abstände davon stehen. Ist das Bild D nur klein gegen seine Entfernung von N, so erscheint es diesem Auge unter dem Gesichtswinkel $\frac{\delta}{dN}$ oder $\frac{\delta}{p'}$, wenn die Linse dicht vor dem Auge N steht, so dass man die Länge LN gegen DL vernachlässigen darf. $\frac{\delta}{p'}$ ist aber der soeben gebrauchten Proportion zufolge $= \frac{\beta}{p}$. Dem Auge T erscheint

*) Im Folgenden sind unter p und p' die positiv genommenen absoluten Werthe der mit diesen Buchstaben bezeichneten Abstände zu verstehen.

der Kreis B unter einem kleineren Gesichtswinkel $= \frac{\beta}{p + TL} \left(= \frac{\beta}{Tb}\right)$, der erst dann merklich gleich $\frac{\beta}{p}$, mithin gleich $\frac{\delta}{p'}$ wird, wenn der Abstand TL der Linse von T nur einen verschwindend kleinen Bruchtheil der Sehweite des Auges T, d. h. der Länge $p + TL$ ausmacht. Es ergiebt sich also der Satz: Im Allgemeinen erscheint dem beobachtenden Auge ein Netzhautstück des beobachteten unter einem etwas grösseren (mindestens gleichen) Gesichtswinkel, als diesem ein Object erscheint, dessen Bild gerade das betrachtete Netzhautstück deckt. Um die wirkliche Vergrösserung des Netzhauttheiles zu ermitteln, brauchte man nur die Entfernung desselben vom Knotenpunkte zu kennen. Nehmen wir sie beispielsweise in runder Zahl zu $0{,}015^m$ an, so wäre der Durchmesser α des Kreises A, da er durch die zum Umfang vom bekannten Kreis B durch den Knotenpunkt von T gezogenen Richtungslinien begrenzt wird, $= \frac{\beta}{p + LT} \cdot 0{,}015^m$, sein durch die Linse entworfenes virtuelles Bild hätte aber den Durchmesser $\delta = \frac{\beta \cdot p'}{p}$. Das Verhältniss $\frac{\delta}{\alpha}$ wäre demnach $= \frac{\beta\, p'}{p} : \frac{\beta}{p + TL} \cdot 0{,}015 = \frac{p'\,(p + TL)}{p \,.\, 0{,}015}$. In unserem Falle war $p = 0{,}19$; $p' = 0{,}27$; $p + TL$ die Sehweite des Auges $T = 0{,}3$, folglich $\frac{\delta}{\alpha} = 14{,}0\ldots$. Wir hätten also unter den gemachten Voraussetzungen eine wenig über 14malige Vergrösserung.

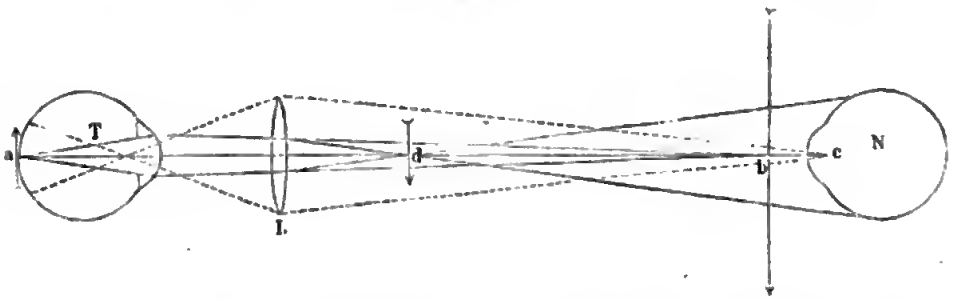
250 Das Gesichtsfeld ist bei der uns beschäftigenden Beobachtungsmethode nicht scharf begrenzt, da ja der es begrenzende Rand der Pupille von T nie mit dem viel weiter abstehenden Bilde D gleichzeitig deutlich erscheinen kann. Von seiner Grösse bekommt man eine Vorstellung, wenn man vom Mittelpunkte der Pupille des beobachtenden Auges N (siehe Fig. 94) Strahlen ausgehend denkt und diejenigen heraussucht, welche in die Pupille des beobachteten Auges T fallen. Construirt man ihren Gang durch das Auge T, so fallen sie auf einen kleinen Kreis seiner Netzhaut, das Zerstreuungsbild des Punktes c; in der Figur, wo die beiden Randstrahlen des fraglichen Bündels gezeichnet sind, ist der kleine Pfeil bei a der Durchmesser des Kreises. Es können nun natürlich reciproce durch den Mittelpunkt der Pupille des beobachtenden Auges nur Strahlen von solchen Bündeln gelangen, die von Punkten dieses Kreises ausgehen. Von weiter seitwärts gelegenen Punkten der Netzhaut des beobachteten Auges können höchstens noch durch den Rand der Pupille des beobachtenden einige Strahlen eindringen, und sehr bald wird man über beide Enden des Pfeiles a hinaus zu Punkten kommen, die gar keine Strahlen mehr ins Auge N schicken können. Rechnet man bloss diejenigen Punkte zum Gesichtsfelde, welche auch durch den Mittelpunkt der Pupille des beobachten-

Digitized by Google

den Auges einen Strahl, also im Ganzen starke Strahlenbündel in dasselbe schicken können, so ist der kleine Pfeil bei a genau der Durchmesser desselben; es ist alsdann das Gesichtsfeld gleich dem Zerstreuungsbilde vom Mittelpunkte der Pupille des beobachtenden Auges. Die soeben gemachte Ableitung ist eigentlich schon in dem oben (S. 275) Gesagten enthalten. Es wurde daselbst schon allgemein gesagt, dass immer der Beobachter nur das Zerstreuungsbild seiner eigenen Pupille im beobachteten Auge als Gesichtsfeld übersehen könne. Wir haben hier nur der Einfachheit wegen die Pupille des Beobachters auf einen Punkt reducirt. Dieser Zerstreuungskreis ist wohl in allen wirklich darstellbaren Fällen kleiner als die Pupille des beobachteten Auges, denn um ihn nur genau so gross zu machen, müsste das beobachtende schon so nahe heranrücken, dass der Punkt c fast mit dem vorderen Brennpunkte des Auges T zusammenfiele; nur alsdann könnten die in a und b die Netzhaut schneidenden Strahlen unter sich parallel sein.

Eine zweite Methode, ein geeignetes Bild der Netzhaut zur Anschauung 251
zu bringen, besteht darin, dass man ganz nahe vor das beobachtete Auge, dessen Netzhaut wir wieder leuchtend denken, eine Sammellinse von 0,02 bis 0,06^{m} Brennweite halten. Sei in Fig. 95 wieder T das beobachtete Auge. Das vom Punkte a seiner Netzhaut ausgehende Strahlenbündel wird wieder daraus dergestalt gebrochen hervortreten, dass es gegen einen in der Sehweite von T gelegenen Punkt b convergirt, dessen deutliches Bild, wenn er leuchtend wäre, auf a fallen würde. Durch die Linse L werden aber die Strahlen dieses Bündels rascher convergirend gemacht, so dass sie sich etwa schon in d schneiden; hier entsteht also ein physisches Bild von a, das der Beobachter bei N bequem entweder mit freiem Auge oder mit einer Lupe betrachten kann. Rings um d herum entstehen natürlich ebenso die Bilder der um a herum gelegenen Netzhaut-

Fig. 95.



punkte. Diese Methode liefert ein umgekehrtes physisches Bild. Die durch d zur Verbindungslinie beider Augenmittelpunkte senkrecht gelegte Ebene, in welcher das Bild der Netzhautpartie, wie wir sahen, zu Stande kommt, wird immer der Linse etwas näher liegen als ihre Hauptbrennebene, da die Strahlen schon convergent auf die Linse fallen, also die Vereinigungsweite Lb (sie mag wieder p heissen) negativ zu nehmen

ist, zu welcher $L\,d = p'$ conjungirt sein muss. Man hat nämlich $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ *), wenn f die Haupthrennweite der Linse ist. Da aber in der Regel p sehr viel grösser als f ist, so ist p' nur sehr wenig kleiner als f.

252 Was die Vergrösserung betrifft, so mag α der Halbmesser eines um a gedachteu Netzhautkreises sein, der seines physischen Bildes um d herum mag δ heissen; es käme nun darauf an, das Verhältniss $\frac{\delta}{\alpha}$, d. h. die lineare Vergrösserung zu berechnen. Wir hezeichnen zu dem Ende mit β den Halbmesser des Bildes vom gedachten Netzhautkreise, welches bei B zu Stande kommen würde, wenu L nicht da wäre. Die Entfernung der Netzhaut des Auges T von seiuem Knotenpunkte heisse y, die Entfernung der Linse von demselhen q; f, p und p' hehalten ihre obige Bedeutung, wir haben alsdann zunächst $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{y}{p+q}$, weil Bild und Object bei einem Auge sich verhalten wie ihre Abstände vom Kuotenpunkte. Es ist also der Halhmesser des Bildes $\beta = \frac{p+q}{y} \cdot \alpha$. Dies Bild ist nun virtuelles Object für die Linse L, von der es um p absteht; sie macht bei d in der Entfernung p' ein physisches Bild dieses virtuellen Objectes, und da auch hei einer Linse die Durchmesser von Object nnd Bild im Verhältnisse ihrer Abstände vom optischen Mittelpunkte der Linse stehen, so hat man $\frac{\beta}{\delta} = \frac{p}{p'}$ oder $\delta = \frac{p'}{p} \cdot \beta$, oder endlich, wenn man für β aeinen soehen gefundenen Werth setzt, $\delta = \frac{p'}{p} \cdot \frac{p+q}{y} \cdot \alpha$. Somit ist das Verhältniss: $\frac{\delta}{\alpha} = \frac{p'(p+q)}{p \cdot y}$, oder wenn man noch p' durch p und f ausdrückt: $\frac{\delta}{\alpha} = \frac{f(p+q)}{(p+f)y}$. Stellt man die Linse (wie es in der Regel wirklich nahezu geschieht) so, dass sie um ihre Brennweite vom Knotenpunkte des Auges T absteht, so ist $f = q$, und man hat $\frac{\delta}{\alpha} = \frac{f}{y}$, d. h. die Vergrösserung der Brennweite von L direct proportional. Nimmt man wieder y zu $0{,}015^{m}$ an, so hätte man zu einer zweimaligen Vergrösserung eine Linse von $0{,}03^{m}$ Brennweite nöthig, zu dreimaliger eine Linse von $0{,}045^{m}$ Brennweite etc. Diese Objectiv-Vergrösserung wäre noch mit einer Ocularvergrösserung zu multipliciren, wenn das Auge N das Bild d mit einer Lupe hetrachtet.

---

*) Wenn p den absoluten Werth des Abstandes $L\,b$ bedeutet, so muss es mit negativem Vorzeichen in die Formel gesetzt werden, weil es der Abstand eines virtuellen Objectes ist.

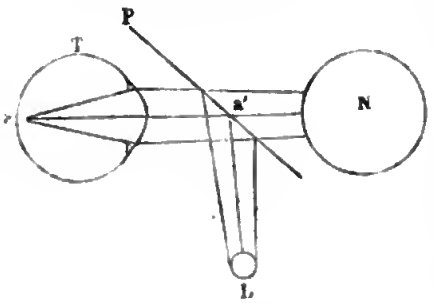
Das Gesichtsfeld erscheint begrenzt durch den Rand der Pupille von 253
T, wenn L nahe an T steht. Entfernt man L mehr und mehr, so wird die Pupille immer mehr vergrössert, und wenn die Pupille von T in der Nähe des Brennpunktes von L liegt, so verschwindet ihr Rand ganz aus dem Gesichtsfelde, das nun bloss noch vom Rande der Linse L begrenzt wird. Um die Grösse des Gesichtsfeldes zu bestimmen, behandeln wir wieder die Visirlinien des Beobachters als Lichtstrahlen. In der Figur sind zwei auf den Linsenrand zielende als punktirte Linien angedeutet; sie würden nach ihrer Brechung durch die Linse ungefähr auf deren Brennpunkt zielen, da dieser aber bei der möglichst günstigen Anordnung ganz in der Nähe des Knotenpunktes von T fällt, so gehen sie durch T fast ungebrochen und schneiden auf seiner Netzhaut ein Stück ab, welches als Gesichtsfeld betrachtet werden kann, denn nur äusserst wenige, mehr seitwärts gelegene Punkte werden noch ganz unbedeutende Strahlenbündel durch die Randtheile der Pupille von N schicken können *). Nennen wir den Durchmesser des so construirten Gesichtsfeldes c, und u den Durchmesser von L, behalten ferner y und f ihre obige Bedeutung, so hat sehr nahezu die Beziehung statt $\frac{v}{y} = \frac{u}{f}$, wie aus der Figur ohne Weiteres hervorgeht. Da man recht gut zu dem in Rede stehenden Zwecke Linsen anwenden kann, deren Durchmesser der halben Brennweite gleich ist, so kann $v = 0{,}0075^{m}$ sein, wenn $y = 0{,}015$ angenommen wird. Man kann demnach nach der zweiten Methode ein viel grösseres Netzhautstück übersehen als nach der ersten, bei der ja das Gesichtsfeld nie so gross werden konnte als die Pupille, diese aber, wenn sie nicht durch künstliche Mittel erweitert wird, kaum einen Durchmesser von 0,0075 erreicht. Die hier vorausgesetzte Stellung der Linse liefert das grösstmögliche Gesichtsfeld; denn bringt man L näher an T, so beschränkt die Pupille von T das Gesichtsfeld, weil die äussersten Visirlinien nicht mehr hindurchgehen. Entfernt man L von T, so werden die Visirlinien im Auge T abgelenkt, schneiden sich näher an der Netzhaut und schneiden auf dieser kein so grosses Stück mehr ab.

Wir haben nunmehr nach den Mitteln zu fragen, durch die man den 254
Theil der Netzhaut des beobachteten Auges, von dem der Beobachter nach einer der beschriebenen Methoden ein deutliches Bild sehen kann, wirklich leuchtend macht, so dass das Bild, dessen geometrische Sichtbarkeit nachgewiesen wurde, auch physisch sichtbar sei. Wir wissen aus der vor-

*) Man kann auch diese Ableitung wieder als unmittelbare Folgerung des Satzes auf S. 275 u. 276 darstellen, indem man die Pupille von N auf ihren Mittelpunkt reducirt und sagt: von diesem Punkt macht zunächst die Linse L ein physisches Bild, in der Nähe ihres Brennpunktes, der nahe beim Knotenpunkt von T gedacht ist; das Zerstreuungsbild von c im Auge T wird also von den Richtungsstrahlen nach dem Linsenrande begrenzt sein, wie in der Figur die punktirten Linien zeigen.

ausgeschickten Betrachtung über die scheinbare Dunkelheit des Augengrundes, dass jeder Netzhautpunkt nur von solchen Punkten ausserhalb Strahlen empfangen kann, zu welchen er auch umgekehrt Strahlen schicken kann. Wir sahen soeben, welche Punkte einer beobachteten Netzhaut zur Pupille des Beobachters Strahlen schicken können. Von ihr aus empfangen sie aber jedesfalls kein Licht, also müssen dieselben Punkte, wenn sie dem Beobachter als beleuchtete erscheinen sollen, auch noch zu anderen Punkten, welche wirklich Licht aussenden, Strahlen schicken können. Denkt man sich also das ganze Strahlenbündel, das von einem Netzhautpunkte des beobachteten Auges nach aussen dringt, so muss dies, wenn ein Beobachter den Punkt leuchtend sehen soll, zum Theil in die Pupille desselben, zum Theil zu einer Lichtquelle gehen. Geschieht dies nämlich, so kann auf dem Wege des letztgedachten Theiles (in umgekehrter Richtung) Licht auf den Netzhautpunkt fallen, und von da zurückkehrend auf dem Wege des erstgedachten Theiles etwas in die Pupille des Beobachters dringen. Offenbar kann man nach dem vorgesteckten Ziele auf zweierlei Arten streben: entweder man spaltet das gedachte Bündel in zwei Gruppen von Strahlen und veranstaltet es, dass die eine Gruppe ganz in die Pupille des Beobachters fällt, die andere Gruppe ganz zur Lichtquelle geht, oder man spaltet jeden Strahl des Bündels, so dass von jedem Strahle ein Theil zur Pupille des Beobachters, ein Theil zur Lichtquelle geht. Die letztere Idee liegt dem ursprünglichen Helmholtz'schen Augenspiegel zu Grunde, sie ist in Fig. 96 versinnlicht. Eine (unbelegte) Glasplatte P steht schräg zwischen dem beobachteten und beobachtenden Auge. Ein von a im beobachteten Auge T ausgehendes Strahlenbündel trifft bei a' auf die Glasplatte, und von jedem Strahle desselben wird ein Theil nach der Lichtflamme L reflectirt, ein Theil nach der Pupille von N hindurchgelassen. Es kann also umgekehrt auf dem Wege $L\,a'\,a$, Licht nach a gelangen, und auf dem Wege $a\,a'\,N$ kann Licht von a nach N gehen. Wenn nun noch eine Zerstreuungslinse dicht vor N oder eine Sammellinse vor T gehalten wird, so muss N den Punkt a deutlich sehen. Die richtige Stellung der Glasplatte wird dadurch bestimmt, dass das Auge T das Spiegelbild der Flamme und die Pupille von N in derselben Richtung sieht. Ist das Auge T gerade für die Entfernung des Spiegelbildes der Flamme genau adaptirt, so kann das Auge N das Flammenbildchen in T selbst genau sehen. Ein anderer Vortheil dieser Methode besteht darin, dass man den störenden Hornhautreflex sehr vermindern kann. Das von der Glasplatte nach T reflectirte Licht ist nämlich, wenn sie unter einem gewissen bekannten Win-

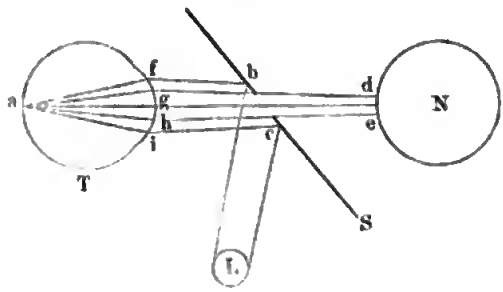
Fig. 96.



kel gestellt ist, grossentheils in der Reflexionsebene polarisirt. Diese Polarisation behält das von der Hornhaut regelmässig gespiegelte Licht bei und wird daher, als in der Einfallsebene polarisirt, hernach bei der Brechung in der Glasplatte sehr geschwächt (Bd. I. Nr. 321); hingegen hat das von der Netzhaut diffus reflectirte Licht seine Polarisation eingebüsst und erfährt bei seinem Durchgange keine besondere Schwächung. Ein ganz besonders günstiges Resultat in dieser Beziehung lässt sich durch mehrere parallele Glasplatten erzielen, die unter einem gewissen Winkel gestellt sind. Das nähere Detail hierüber ist in der ersten Schrift von Helmholtz über den Augenspiegel nachzulesen.

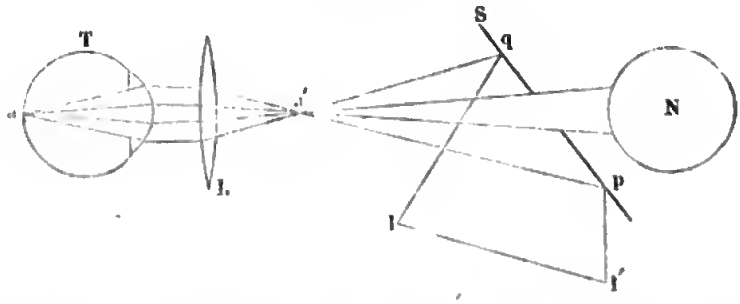
Die Spaltung des Strahlenbündels in zwei Gruppen erzielt man ge- 255
wöhnlich durch einen undurchsichtigen Spiegel, der in der Mitte ein kleines Loch hat. Sei in Fig. 97 wieder a ein Punkt der Netzhaut des beobachteten Auges T. Von dem Strahlenbündel, das er durch die Pupille nach aussen schicken kann, sind fünf in der Figur gezeichnet; sie würden alle gegen einen hinter N gelegenen Punkt convergiren, wenn nicht der durchbohrte Spiegel S vorhanden wäre. Durch das Loch desselben gehen nun die zwischen $g\,d$ und $h\,e$ gelegenen Strahlen des Bündels zur Pupille des beobachtenden Auges N, alle Randstrahlen aber, die zwischen $f\,b$ und $g\,d$ einerseits, sowie zwischen $h\,e$ und $i\,c$ andererseits begriffen sind, werden vom Spiegel zur Lichtquelle L reflectirt. Es kann also der Punkt a durch diese Randstrahlen in umgekehrter Richtung beleuchtet und somit leuchtend gemacht werden und hernach durch das Loch Strahlen nach N schicken. Offenbar setzt jedoch diese Beleuchtungsart voraus, dass das Loch im Spiegel kleiner ist als der Schnitt des Strahlenkegels, folglich jedesfalls kleiner als die scheinbare Pupille von T, wenigstens, wenn der Beobachter durch die Mitte des Loches visiren will. Ueberhaupt wird offenbar der Punkt a um so weniger von L aus erleuchtet, je grösser das Loch in S ist, so ausgedehnt auch die Lichtquelle sein mag. Viel günstiger sind die Bedingungen für diese Beleuchtungsart, wenn vor T noch eine Sammellinse steht (wenn also ein umgekehrtes physisches Bild beobachtet werden soll); in diesem Falle darf auch das Loch im Spiegel grösser sein. Ein Blick auf die Fig. 98 (a. f. S.) wird hinreichen, sich davon zu überzeugen. Das von a aus durch die Pupille gehende Strahlenbündel wird durch die Linse L nach a' hin vereinigt und divergirt von diesem Punkte so stark, dass es mit sehr breiter Basis $p\,q$ auf dem Spiegel S steht. Ein kleinerer Bruchtheil desselben geht offenbar durch das Loch zum Auge N und somit für die Beleuchtung verloren,

Fig. 97.



während eiu sehr grosser Theil nach der Lichtquelle reflectirt wird; sie gelangen freilich nur daun alle zur Lichtquelle, wenn diese die gehörige

Fig. 98.



Ausdehnung hat. In unserem gedachten Falle müsste z. B. ihre Breite gleich der Linie ll' sein, wenn soviel Strahlen als möglich zur Beleuchtung verwaudt werdeu sollen. Es wird nun in den meisten Fällen nicht wohl eine wirkliche Lichtquelle, etwa eine Flamme, von der erforderlichen Breite anwendbar sein, und deshalb ändert man den Apparat so ab, dass die äussersten Randstrahlen pl' und ql doch noch nach einer kleineren Lichtquelle gelangen. Man übersieht das Princip dieser Ahänderung noch hequemer, wenn man es ein wenig anders formulirt. Es wäre offenhar das letzte hier vorschwebende Ziel vollständig erreicht, wenn es gelänge, die Fläche des Spiegels S selhst in eine Lichtquelle zu verwandeln, die von jedem Punkte (ausgenommen natürlich sind die, welche dem Loche entsprechen) auf die ganze Linse L ein stetiges Strahlenbündel schickt. Man brauchte alsdann den Weg der Strahlen $a'p$ und $a'q$ gar nicht weiter zu verfolgen; denn man wüsste schon im Voraus: der Punkt a empfängt in Wirklichkeit Strahlen von allen Punkten der Spiegelfläche, zu denen er Strahlen schicken kann. Nichts ist aber leichter, ale die Fläche S leuchtend zu machen. Wir hraucheu sio nämlich nur concav gekrümmt, statt eben zu nehmen nnd nnu eine Lichtflamme so zu stellen, dass deren vom Hohlspiegel S entworfenes physisches Bild mit der Linse L zusammenfällt und mindestens eben so gross als dieselbe ist, so dass das Bild die Linse ganz deckt. Alsdann geht ja in der That von jedem Punkte der Spiegelfläche nach jedem Punkte der Linse L, d. h. des Bildes der Lichtflamme, das die Linse deckt, ein Strahl, und für die Linse L iet also S in seiner ganzen Ausdehnung eine flächenartig ausgehreitete Lichtqnelle. Der Hohlspiegel kann ührigens auch ersetzt werden durch einen ehenen oder convexen Spiegel, zwischen welchem und der Lichtflamme eine Sammellinse so gesetzt ist, dass das physische Bild, welches sie von der Lichtflamme entwirft, vom ehenen Spiegel S gerade nach der Liuse L hingeworfen wird und eie in ihrer ganzen Ausdehnung deckt.

256 Die beiden Beleuchtungsmethoden, mit den heiden Beohachtungsmethoden combinirt, gehen vier Grnndformen des Augenspiegels, die, im Ein-

zelnen mannigfach modificirt, unter verschiedenen Namen im Gebrauch sind.

Beispielsweise mag hier noch eine Rechnung Platz finden, die man anzustellen hätte, um die möglichst günstige Anordnung zu finden, die man den einzelnen Stücken geben müsste, um ein verkehrtes, viermal vergrössertes Bild von der Netzhaut eines normalen, auf unendliche Ferne eingestellten Auges zu erhalten. Nach dem Obigen (s. S. 280) müssten wir zu dem Ende vor Allem nothwendigerweise eine Sammellinse von $0{,}06^m$ Brennweite in einer Entfernung von ebenfalls $0{,}06^m$ vom Knotenpunkt des beobachteten Auges aufpflanzen; ihr Durchmesser mag $0{,}03^m$ betragen. Das Bild der Netzhaut würde alsdann in der Hauptbrennebene, also $0{,}06^m$ vor der Linse entstehen. Ist nun die Sehweite des Beobachters etwas über $0{,}15^m$, so dürfte der Beleuchtungshohlspiegel (der ja zwischen Beobachter und Beobachteten zu stellen ist) höchstens $0{,}15^m$ vom Bilde, also $0{,}15^m + 0{,}06^m = 0{,}21^m$ von der Linse entfernt aufgestellt werden. Die Grösse, welche dem Spiegel gegeben werden muss, ist durch die Bedingung zu bestimmen, dass im ganzen Gesichtsfelde ein Maximum der Helligkeit ist. Dies tritt offenbar dann ein, wenn von jedem Punkte der Linse L (Fig. 98) ein Strahl durch jeden Punkt der Pupille des beobachteten Auges fällt. Diese Bedingung wird aber offenbar erfüllt, wenn die genannte Pupille gleich oder kleiner ist als das Bild, welches die Linse L in ihrer Nähe von dem Spiegel entwirft. Da die Pupille durch Belladonna selbst bis auf $0{,}01^m$ erweitert werden kann, so muss der Spiegel einen Durchmesser von mindestens $0{,}025^m$ haben; dann wird sein Bild grösser als $0{,}01^m$. Die Brennweite, die wir dem Hohlspiegel geben müssen, bestimmt sich aus der Bedingung, dass das von ihm entworfene Bild die ganze Linse decken muss, wenn man noch hinzunimmt, dass man nicht wohl eine Flamme von mehr als $0{,}015^m$ Durchmesser anwenden kann. Wir haben uns demnach zu fragen, wie gross muss die Brennweite eines Spiegels sein, der in einer Entfernung von $0{,}21^m$ von einem $0{,}015^m$ breiten Gegenstande ein $0{,}03^m$ breites Bild entwirft; denn so breit muss ja das Bild der Lampenflamme sein, damit es die ganze Linse deckt. Da hiernach das Bild 2mal so gross sein soll als der Gegenstand, so muss nach den bekannten Regeln der Katoptrik (Bd. I. Nr. 218) erstlich der Gegenstand halb so weit vom Spiegel entfernt sein als das Bild, d. h. die Lichtflamme muss jedenfalls in $0{,}105^m$ Entfernung vom Spiegel aufgestellt werden; damit aber $0{,}105^m$ und $0{,}210^m$ für einen Hohlspiegel conjugirte Vereinigungsweiten seien, so muss zweitens derselbe eine Brennweite von $0{,}07^m$ haben, denn es ist $\frac{1}{70} = \frac{1}{105} + \frac{1}{210}$.

In Betreff näheren Details über die Theorie der Augenspiegel ist auf die meisterhafte Darstellung zu verweisen, die Helmholtz theils in seiner ersten Abhandlung, theils in seiner physiologischen Optik (allgemeine Encyclopädie der Physik, redigirt von Karsten) von derselben giebt.

Aus dieser letzteren, die überhaupt dem Vorstehenden zu Grunde liegt, mag hier noch ein Satz wörtlich citirt werden, der ein bequemes Mittel an die Hand giebt, die Wirkung jedes Augenspiegels sich am eigenen Auge experimentell klar zu machen: „Man stelle das zur Erleuchtung dienende Licht auf und bringe das Instrument vor sein Auge in dieselbe Lage, wie es sonst vor dem Auge des Beobachteten steht; der Theil des Gesichtsfeldes, welcher alsdann hell erscheint, entspricht dem Theile der Netzhaut, welcher erleuchtet ist. Man kann erkennen, ob das helle Feld grose oder klein, ob es gleichmässig erleuchtet ist, oder ob sich dunkle Stellen darin befinden, und wie dunkel diese sind. Alsdann nehme man die Flamme von der Stelle weg, wo sie zur Erleuchtung des Auges dient, und bringe sie hinter das Instrument, da wo sich sonst das Auge des Beobachters befindet, so dass das Licht durch die Oeffnung scheint, die dem Beobachter zum Durchsehen dient. Was jetzt im Gesichtsfelde erleuchtet ist, ist der Kreis, welchen der Beobachter von der Netzhaut übersehen kann."

Viertes Kapitel.

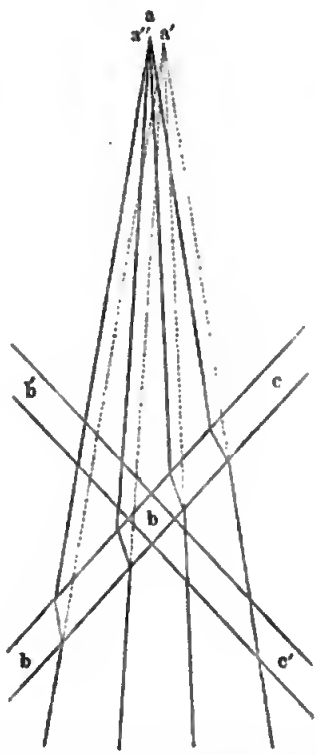
Das Ophthalmometer.

257 Zum Zwecke, die Krümmungen der brechenden Flächen des Auges am Lebenden zu bestimmen, hat Helmholtz ein eigenes Instrument — das Opbthalmometer — construirt. Sein nächster Zweck ist, die Grösse der durch Reflex an den betreffenden Flächen entstehenden Bilder heller Gegenstände genau zu messen. Natürlich kann man die Krümmung einer spiegelnden Fläche sofort berechnen, sowie man die Grösse des Spiegelhildes gemessen hat, das sie von einem Gegenstande entwirft, dessen Grösse und Entfernung von der Fläche bekannt ist. Handelt es sich freilich um eine spiegelnde Fläche (z. B. die Linsenflächen des Auges) vor der sich noch brechende Medien befinden, so müssen auch über diese alle Data bekannt sein. Indessen ist dies zu entwickeln Sache der physiologischen Optik selbst. Wir haben uns hier nur zu beschäftigen mit der Methode, nach welcher die Grösse der Reflexhildchen gemessen wird. Diese Messung könnte freilich ganz einfach geschehen mit Hülfe eines Fernrohres, in dessen Ocular sich ein Mikrometer befindet, und in der That sind derartige Messungen in früherer Zeit öfters angestellt. Man sieht aber leicht, dass bei Beobachtung mit dem Fernrohr jede zufällige Bewegung des zu beobachtenden Auges während der Messung in diese mit ihrem ganzen Betrage als Fehler eingeht. In der That muss man

sich hier zuerst merken, mit welchem Theilstriche des Mikrometers der eine Rand des zu messenden Bildes coincidirt, und dann zusehen, bei welchem Theilstrich der andere Rand liegt. In der dazwischen nothwendig verstreichenden Zeit kann sich aber das beobachtete Auge und mithin das Reflexbild, resp. sein Bild im Fernrohroculare verschieben, so dass der zuerst fixirte Rand desselben bei der Fixation des zweiten gar nicht mehr an dem Theilstriche liegt, an welchem er zuerst lag. Um den ganzen Betrag dieser Verschiebung würde man also das Reflexbild zu gross oder zu klein schätzen. Dieser Uebelstand ist bei dem Helmholtz'schen Ophthalmometer vollständig vermieden, indem die Messung mit diesem Instrumente darauf hinausläuft, eine einzige Coincidenz zu beobachten.

Das Princip des Instrumentes wird durch die Fig. 99 deutlich. Sei 258

Fig. 99.



a ein leuchtender Punkt. Von den davon allseitig ausgehenden Strahlen sind vier als ausgezogene Linien gezeichnet. Fällt nun dies Strahlenbündel schief auf eine planparallele Glasplatte bc, deren Ebene zur Ebene der Zeichnung senkrecht gedacht wird, so geht nach den Brechungen jeder einzelne Strahl in einer zu seiner ursprünglichen parallelen Richtung weiter, jedoch etwas verschoben, so dass das ganze Strahlenbündel aus einem seitwärts und etwas näher gelegenen Punkte a' zu kommen scheint *). Dieser Punkt ist offenbar um so mehr gegen a verschoben, je grösser die Winkel sind, die die Strahlen mit den Einfallslothen machen, oder je schräger das Bündel die Platte trifft. Für Alles, was hinter der Platte dem ausfahrenden Bündel begegnet, ist es also erlaubt, von der Brechung in der Platte abzusehen und den Punkt a' für den leuchtenden Punkt a zu setzen. Hätte jetzt die Platte die Lage $b'c'$ (zu bc und den Strahlen symmetrisch auf der andern Seite) gehabt, so wäre ein ausfahrendes Bündel entstanden, das von dem Punkte a''

*) Es ist zu bemerken, dass diese Deduction nur für Strahlenkegel von geringer Oeffnung am Punkte a mit hinreichender Annäherung gültig ist; doch wird bei der darauf gegründeten Methode auch nur von solchen Gebrauch gemacht.

auszugehen schiene, der zu a' symmetrisch auf der anderen Seite von a liegt. Helmholtz brachte nun zwei vollkommen gleich dicke Glasplatten drehbar an eine Axe, die in beider Ebenen liegt, so dass der Apparat, wenn die Axe senkrecht gedacht und er in der Richtung der Axe angesehen wird, ein Kreuz, wie in Fig. 99, von variabler Oeffnung darstellt. Er befestigt den Apparat vor dem Objectiv eines Fernrohres, so dass die obere Platte die obere, die untere Platte die untere Hälfte des Objectivs bedeckte. Er gab endlich dem Apparat eine Einrichtung, vermöge deren beide Platten gleichzeitig durch eine Schraube gedreht werden konnten, und zwar so, dass die durch die Ueberkreuzungsstelle gehende Fernrohraxe immer Halbirungslinie des Winkels ($b'dc$ Fig. 99) zwischen beiden Platten war. Drehte sich also z. B. der Punkt c nach vorn und links, so drehte sich vermöge des Mechanismus b' um eben so viel nach vorn und rechts, und umgekehrt. Sieht man durch das so vorgerichtete Fernrohr nach einem leuchtenden Punkte a (Fig. 99), während die beiden Platten irgend einen von Null verschiedenen Winkel bilden, so sieht man den Punkt doppelt, und keins der beiden Bilder liegt in der Axe des Fernrohres, vielmehr das eine links, das andere rechts davon. Die Hälfte des Strahlenbündels nämlich, welche durch die obere Platte und nachher durch die obere Hälfte des Objectivs gegangen ist, formirt ein Bild da, wo der conjungirte Vereinigungspunkt zu a' liegt. Die andere Hälfte des Strahlenbündels formirt ein Bild in dem conjungirten Vereinigungspunkte zu a''. Setzt man statt des Punktes a ein von rechts nach links ausgedehntes Object in den Focus des Fernrohres, so sieht man davon ebenfalls zwei Bilder, die sich vielleicht theilweise decken. Verkleinert man den Winkel $b'dc$ zwischen den Glasplatten, so rücken nach der obigen Erörterung die Bilder seitlich auseinander, und wenn das Object keine zu grosse Ausdehnung hat, kann man es dahin bringen, dass sich beide nur noch mit den Rändern berühren; dann beträgt also die Verschiebung von a' gegen a in der zur Fernrohraxe senkrechten Ebene gemessen gerade die halbe Breite des Objectes. Da diese Verschiebung aber, wie wir sahen, von dem Winkel zwischen dem Strahlenbündel und der Glasplatte abhängt, so kann man umgekehrt unter sonst bekannten Verhältnissen aus diesem Winkel die Verschiebung und folglich in dem hier gedachten Falle die halbe Breite des Objectes berechnen. Der Winkel, dessen Grösse zu diesem Ende bekannt sein muss, ist bekannt durch den Winkel, um den man die Glasplatten drehen musste, bis sich die Ränder der beiden Bilder des Objectes gerade deckten. Diese Einstellung kann aber offenbar geschehen, ohne dass kleine Bewegungen des Objectes störend wirken.

259 Eine leicht einzusehende Eigenthümlichkeit des Instrumentes, welche die Berechnungen wesentlich vereinfacht, besteht darin, dass die scheinbare seitliche Verschiebung (aa' oder aa'' in der Figur) linear ausgedrückt von der Entfernung des Punktes a von den Glasplatten, resp. dem Fernrohr unabhängig ist. Mit anderen Worten, jedem bestimmten Winkel

zwischen den planparallelen Glasplatten entspricht eine bestimmte, in Millimetern ausdrückbare scheinbare Verschiebung des Punktes *a*. Man kann sich also von vornhereiu eine Tabelle entwerfen (sei es durch Rechnung, sei es empirisch), welche für jeden Wertb jenes Winkels von Grad zu Grad die lineare Verschiebung oder auch sogleich ihren doppelten Werth giebt. Stellt man nun das Instrument richtig justirt vor ein Auge, an dessen Cornea sich ein geeignetes helles Object spiegelt — z. B. zwei Licbtflammen, deren Verbindungslinie zur Richtung der Axe der Glasplatten senkrecht steht — und fängt an, die Glasplatten zu drehen, so wird man zwei Paar von Flammenbildchen in einer geraden Linie sehen. Man dreht so lange, bis die beiden mittlereu Flammenbilder in eines zueammenfallen. Den Winkel, welchen alsdann die Glasplatten miteinander bilden, liest man an den Theilungen des Instrumentes ab und kann aus der vorläufig entworfenen Tabelle nunmehr sogleich den absoluten Werth des Spiegelbildes entnehmen, das die Hornhautfläche von dem Abstande der beiden Lichtflammen entwirft, denn dies Spiegelbild ist das Doppelte der scheinbaren Verschiebung, die jede Glasplatte in der betreffenden Stellung an jedem leucbtenden Punkte hervorbringt, die Entfernung des Instrumentes vom beobachteten Auge mag sein, welche sie will.

Man wählt der Bequemlichkeit und Sicherbeit der Beobachtung wegen gemeiniglich nur kleine Entfernungen. Das Fernrohr muss daher auf solche Abstände einstellbar sein. Da nun aber die gewöhnlichen achromatiscben Fernrohrobjective auf parallelstrahlige Bündel berechnet sind und schlechte Bilder geben, wenn sehr divergente Bündel darauf fallen, combinirte Helmholtz in seinem Instrumente zwei solche Objective zu einem Objectivsystem. Steht dann das Object ungefähr in der Brennebene des ersten Objectivs, so macht dies die Strahlenbündel parallel, und das zweite sammelt sie in seiner Brennebene. Gilt es, auf weitere Entfernungen einzuetellen, so wird dae eine Objectiv aus dem Inetrumente entfernt.

Fünftes Kapitel.

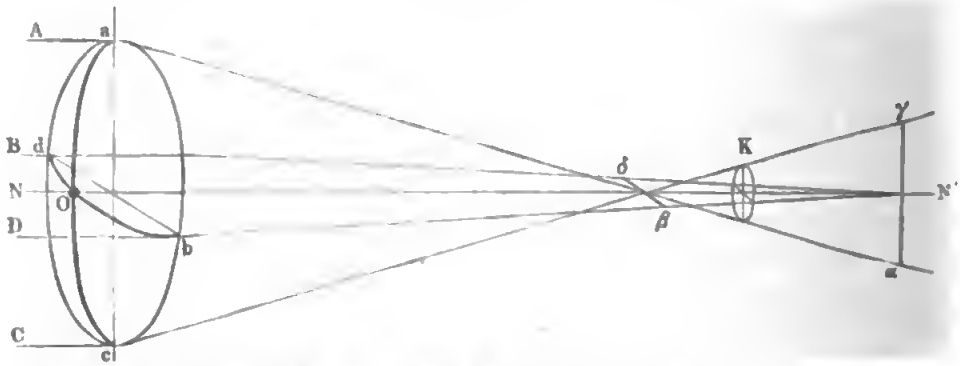
Strahlenbrechung an nicht kugelförmigen Flächen.

Es ist, wie oben (S. 231) scbon anegesprochen wurde, auch noch 260
möglich, die Brechung eines bomocentriscben Strablenbündels an einer irgendwie gestalteten Fläcbe anzugeben, wenn man wieder nur die eine einschränkende Bedingung setzt, unter welcher homocentriscbe Strahlen-

bündel bei Brechung an kugeligen Flächen homocentrisch bleiben, dass nämlich nur solche Strahlen in Betracht gezogen werden, die mit ihren respectiven Einfallslothen kleine Winkel bilden. Da diese Lehre in der physiologischen und pathologischen Optik beim sogenannten Astigmatismus des Auges wichtige Anwendung findet, so muss sie hier in ihren Grundzügen dargestellt werden.

Wir wollen uns eine beliebig gestaltete krumme Oberfläche denken. Sie trenne Luft von einem stärker brechenden durchsichtigen Körper, etwa Glas oder Wasser. Aus dieser Fläche grenzen wir uns jetzt mit der ringförmig in sich zurücklaufenden Linie *abcd*, in Fig. 100, ein verhält-

Fig. 100.



nissmässig kleines Stück ab, dessen Mittelpunkt *O* sei. Das Wort verhältnissmässig klein bezieht sich auf den Krümmungshalbmesser und bedeutet also, dass das in Betracht gezogene Stück der Fläche in keiner Richtung einen grossen Winkel am Krümmungsmittelpunkt umspannt. Unser Flächenstück könnte nun, wenn wir die Untersuchung in möglichst allgemeiner Weise führen wollten, unter andern auch so gedacht werden, dass es nach derselben Seite in einer Richtung convex, in der andern concav wäre, wie z. B. ein sattelförmiges Flächenstück. Von diesem Falle soll aber hier abgesehen werden. Wir denken uns das Flächenstück in allen Richtungen nach links convex und nehmen zugleich an, dass auf seiner linken Seite Luft, auf seiner rechten das stärker brechende Medium liege. Wir ziehen nun durch den Mittelpunkt *O* unseres Flächenstückes die Normale dazu, sie sei *N' N*. Legt man jetzt durch die Normale beliebige Ebenen, die wir Meridianebenen nennen wollen, so schneiden sie das Flächenstück sämmtlich in Curven, die nach links convex sind. Die Grösse ihrer Krümmung ist aber verschieden in den verschiedenen Meridianen. Man kann ganz allgemein geometrisch nachweisen, dass der Meridian grösster und der Meridian kleinster Krümmung aufeinander senkrecht stehen. In der Figur sei beispielsweise *a O c* der Meridian grösster und *b O d* der Meridian kleinster Krümmung. Es falle nun auf unser Flächenstück von links her also in der Luft ein homocentrisches Strahlenbündel, dessen Centrum im Verhältniss zu den Abmessungen des Flächenstückes weit ab-

steht. Dann ist bei der verhältnissmässigen Kleinheit unseres Flächenstückes die obige Bedingung erfüllt, dass kein Strahl mit seinem betreffenden Einfallslothe einen beträchtlichen Winkel einschliesst, so wie nur noch weiter angenommen wird, dass der auf O treffende Strahl des Bündels mit seinem Einfallslothe, d. h. mit der Normale ON, einen kleinen Winkel einschliesst. Im Calcul werden nämlich jene Winkel sämmtlich unendlich klein angenommen und unter dieser Annahme ergehen sich die gleich mitzutheilenden Schlüsse. In unserem Beispiel wollen wir geradezu annehmen, dass ein Strahl des Bündels die Richtung der Normale selbst hat und dass die übrigen ihm parallel seien. Es sind also die Linien Aa, Bb, Cc, Dd, NO fünf Strahlen des einfallenden Bündels.

Der Calcul lehrt, dass aus einem homoentrischen Strahlenbündel 261
von der beschriebenen Beschaffenheit nach der Brechung an unserem Flächenstücke, d. h. also in dem Medium rechts von demselben, ein Strahlenbündel eigenthümlicher Form wird, die sich folgendermaassen charakterisiren lässt: In der Meridianebene stärkster und in der Meridianebene schwächster Krümmung lässt sich eine begrenzte gerade Linie angeben, jede senkrecht auf der Normale NN', und die in der Meridianebene stärkster Krümmung weiter von der brechenden Fläche entfernt als die andere. Jeder Strahl des durch Brechung entstehenden neuen Bündels geht nun durch einen Punkt der einen und der andern geraden Linie. Dadurch ist die Lage aller Strahlen vollständig gegeben, sowie nur die Lagen der beiden geraden Linien, die man „Brennlinien“ nennt, gegeben sind. In unserem Beispiel sei $\alpha\gamma$ die eine und $\beta\delta$ die andere Brennlinie ($\beta\delta$ ist senkrecht auf der Ebene des Papieres zu denken). Zwischen den beiden Brennlinien auf der sogenannten Brennstrecke giebt es eine Stelle, siehe K in Fig. 100, wo das Strahlenbündel einen kreisförmigen Querschnitt hat. Sonst sind alle Querschnitte des Strahlenbündels elliptisch.

Ueber die Lage und Grösse der Brennlinien lassen sich noch folgende Regeln ableiten. Die vordere (näher an der Fläche gelegene) Brennlinie liegt in der Meridianebene schwächster, die hintere in der Meridianebene stärkster Krümmung. Die vordere Brennlinie ist stets kürzer als die hintere. Die Abstände beider Brennlinien von dem kreisförmigen Querschnitte des Strahlenbündels stehen in demselben Verhältnisse wie ihre Längen, es liegt also der kreisförmige Querschnitt des Bündels nicht in der Mitte der Brennstrecke, sondern stets der vorderen Brennlinie näher.

Eine nicht kugelförmige Trennungsfläche entwirft daher nicht von leuchtenden Punkten optische Bilder im engeren Sinne des Wortes. Man kann aber den Ausdruck Bild eines leuchtenden Punktes mit einiger Berechtigung verallgemeinern auf die Stelle, wo die von jenem Punkte ausgegangenen Strahlen nach der Brechung am concentrirtesten sind. Solcher Stellen haben wir aber hier zwei für jedes Strahlenbündel, nämlich die beiden Brennlinien, die übrigens, wenn die Krümmung der Fläche in

den verschiedenen Meridianebenen nicht sehr verschiedene Werthe hat, nahe aneinander liegen. Die Brennstrecke ist alsdann eben sehr kurz. Man kann also einen Bild auffangenden Schirm jetzt an zwei Stellen aufstellen und erhält beide Male von dem leuchtenden Punkt ein kleines linienförmiges Bild ohne Zerstreuungskreis. Es ist kein Grund vorhanden, einer dieser Stellen den Vorzug zu geben. Befinden sich im ersten Medium mehrere leuchtende Punkte in einer zur Axe (der Normale NN' Fig. 100) senkrechten Ebene, so wird man auf einem Schirm, der im zweiten Medium an der einen oder andern Stelle aufgestellt ist, ein entsprechendes Aggregat kleiner beleuchteter Linien wahrnehmen, die eine Art von optischem Bilde des zusammengesetzten Objectes darstellen. In gewissen Fällen kann ein solches dieselbe Schärfe darbieten wie ein wirkliches von sphärischen Flächen geliefertes Bild, das Punkt für Punkt dem Objecte entspricht. Nehmen wir nämlich beispielsweise an, das Object bestehe in einer geraden Reihe leuchtender Punkte, d. h. einer leuchtenden Linie parallel der Meridianebene schwächster Krümmung. Stellen wir nun einen Schirm im zweiten Medium in der Entfernung auf, wo die vorderen Brennlinien der Strahlenbündel liegen, welche von den Punkten unserer Objectlinie ausgehen. Dann wird die Lichtprojection auf diesem Schirm wie das Object eine gerade Linie sein in der Richtung der Objectlinie und ebenso scharf gezeichnet wie diese selbst, denn alle Brennlinien, welche den einzelnen Punkten des Objectes angehören, fallen in die Ebene des Meridianes schwächster Krümmung und mithin in der Richtung der Objectlinie, in welcher sie sich aneinanderreihen zu einer einzigen geraden Linie. Wie eine einzige solche Gerade wird aber auch ein noch mehr zusammengesetztes Object auf demselben Schirm genau abgebildet werden, wenn es aus lauter Linien besteht, die zur Meridianebene schwächster Krümmung parallel sind. Sind die Linien im Objecte parallel zur Meridianebene stärkster Krümmung, so werden sie ebenso scharf abgebildet auf einem Schirm, den man da aufstellt, wo die hinteren Brennlinien der einzelnen Strahlenbündel entstehen.

262 Ueber den Abstand der Brennstrecke von der brechenden Fläche und seine Beziehung zum Abstande des leuchtenden Punktes, der das zur Brennstrecke convergirende Strahlenbündel liefert, gelten ähnliche Regeln wie über die Beziehung zwischen conjugirten Vereinigungsweiten bei sphärischen Flächen. Es ist natürlich auch hier wieder, wofern bloss von reellen Objectpunkten die Rede ist, die Brennstrecke am nächsten an der brechenden Fläche, wenn der leuchtende Punkt in unendlicher Ferne liegt. Zugleich sind in diesem Falle die Brennstrecke und die Brennlinien am kürzesten. Rückt nun der leuchtende Punkt aus unendlicher Ferne an die brechende Fläche heran, so rückt die Brennstrecke von derselben weg, und zwar anfangs langsam, dann immer schneller und schneller, wenn man den leuchtenden Punkt mit constanter Geschwindigkeit bewegt denkt. Die Brennstrecke wird dabei selbst immer länger und länger, was man auch so ausdrücken kann, dass die hintere Brennlinie rascher nach hinten rückt

als die vordere. Die hintere Brennlinie wird schon in unendliche Ferne hinausgerückt sein, wenn sich die vordere noch in endlichem Abstande befindet. Der leuchtende Punkt muss sich alsdann in einer gewissen Ebene vor der leuchtenden Fläche befinden, die sich allenfalls der vorderen Hauptbrennebene einer sphärischen Trennungsfläche vergleichen liesse. Jedoch müsste man hier noch eine zweite Ebene in die Analogie hineinziehen, nämlich diejenige, in welcher sich der leuchtende Punkt befinden muss, wenn zuletzt auch die vordere Brennlinie in unendlicher Ferne liegt. Bei dieser Lage des leuchtenden Punktes werden natürlich die Strahlen des Bündels, welche auf die Meridianebene schwächster Krümmung fallen, schon divergent im zweiten Medium verlaufen, und die hintere Brennlinie liegt dann virtuell im ersten Medium vor der Fläche. Je grösser die Brennstrecke ist, desto länger wird auch jede der beiden Brennlinien selbst.

Je näher also der leuchtende Punkt an der brechenden Fläche liegt, um so weiter ist die Brennstrecke von derselben entfernt, um so länger ist sie selbst und um so länger sind die beiden Brennlinien.

Die vorstehend entwickelten allgemeinen Sätze gelten auch für ein 263
System von mehreren brechenden Flächen, unter denen eine oder mehrere von der Kugelgestalt derart abweichen, dass ihre Krümmung in verschiedenen Meridianen verschieden ist. Beiläufig bemerkt, hat auch ein System vollkommen kugeliger Flächen, wenn dieselben nicht centrirt sind, ähnliche dioptrische Wirkung. Es wird also namentlich in solchen Systemen jedes homocentrisch einfallende Strahlenbündel in ein Bündel verwandelt, das an zwei hintereinanderliegenden Stellen auf eine gerade Linie concentrirt ist, und zwar überkreuzen sich diese beiden Geraden senkrecht. Die Lage der Brennlinien im einzelnen Falle anzugeben, wird freilich manchmal grosse Schwierigkeiten haben, und selbst die Meridianebenen, in welchen die beiden Brennlinien liegen, können nicht einfach bestimmt werden, so wie nicht die Meridianebenen grösster und kleinster Krümmung für alle Flächen des Systems zusammenfallen.

Man kann sich sehr leicht ein brechendes System der beschriebenen Art herstellen, woran man sich die sämmtlichen vorstehend entwickelten Lehren schön anschaulich machen kann. Man schneidet nämlich aus einem Flaschenbauche, der in senkrechter Richtung schwächer gekrümmt ist als in wagerechter, ein kleines kreisförmig begrenztes Stück heraus, kittet es mit dem Rande auf ein ebenes Glasstück und füllt den Zwischenraum mit Wasser oder Terpentinöl. Man hat alsdann eine „astigmatische“ Linse, vor welcher man leuchtende Punkte und Linien aufstellen kann. Die austretenden Strahlenbündel fängt man auf weissen Papierschirmen auf und kann bequem die Form der Lichtprojection bei jeder beliebigen Entfernung des Objectes und des Schirmes studiren. Natürlich müssen die einfallenden Strahlen stets durch ein Diaphragma mit ziemlich kleiner kreisförmiger Oeffnung gehörig beschränkt werden.

Sehr lehrreich dürfte dieser kleine Apparat namentlich für den ophthalmologischen Unterricht sein, indem man damit die Correction des Astigmatismus durch Cylindergläser aufs anschaulichste demonstriren kann. Dies ist freilich auch wohl möglich, indem man eine Kugellinse erst durch eine Cylinderlinse astigmatisch macht und dann durch eine andere corrigirt. Dies versinnlicht aber doch nicht so unmittelbar den Hergang der Sache im Auge, als wenn der Astigmatismus durch die Abweichung einer brechenden Fläche von der Kugelgestalt bedingt ist, wie dies ja im Auge selbst ebenwohl der Fall ist.

Sechstes Kapitel.

Vom Maasse der Stärke dioptrischer Vorrichtungen.

264 Es ist besonders für die praktische Ophthalmologie ein Bedürfniss, die Refractionszustände verschiedener Augen oder desselben Auges zu verschiedenen Zeiten etc. quantitativ genau zu vergleichen und daher ein Princip zu haben, wonach man diese Zustände in Zahlen darstellen kann. Ein solches Princip kann natürlich nur conventionell festgestellt werden, und es liessen sich sehr verschiedene denken, die alle in abstracto ihrem Zweck entsprechen. Der Vorzug des einen oder des andern kann nur bestehen in der Bequemlichkeit der Handhabung und der Einfachheit des Ueberblickes, den es gewährt. Donders hat ein solches Princip seit einigen Jahren*) in mehreren Abhandlungen zur Anwendung gebracht, das, wie mir scheint, unbedingt den Vorzug verdient. Auch ist es wohl seither schon durch stillschweigendes Uebereinkommen von allen Ophthalmologen angenommen.

Das Donders'sche Maassprincip ist zunächst für Linsen gültig und lautet einfach dahin, dass die Stärke einer Linse zu messen ist durch den reciproken Werth ihrer Brennweite**), die dabei algebraisch in Rechnung zu bringen ist, d. h. positiv bei einer Sammellinse, negativ bei einer Zerstreuungslinse. Dass der reciproke Werth der Brenn-

*) Schon vorher ist in der ersten Auflage dieses Werkes (siehe §. 218) bezüglich der Accommodation des Auges eine Betrachtung angestellt, die das später von Donders vorgeschlagene Maassprincip implicite enthält.

**) Der Quotient der Einheit dividirt durch die Brennweite.

weite alle Eigenschaften besitzt, die man an ein Maass für die „Stärke" einer Linse stellen kann, ist leicht zu sehen. In der That wird man diese Stärke um so grösser nennen, je weiter die Linse im Allgemeinen Strahlen von ihrer ursprünglichen Richtung ablenkt, und offenbar lenkt nun eine Linse von kleinerer Brennweite Strahlen mehr ab als eine von grösserer Brennweite; dem entsprechend ist aber das Maass der Stärke für erstere nach unserem Principe grösser als für letztere. Ueberdies lässt das Maass durch sein algebraisches Vorzeichen erkennen, in welchem Sinne die Strahlen abgelenkt werden. Das positive Vorzeichen deutet an, dass die Strahlen eines homocentrischen Bündels gesammelt, das negative, dass sie zerstreut werden. Der reciproke Werth der Brennweite ist aber durchaus nicht die einzige mathematische Grösse, welche diese Eigenschaften hat, beispielsweise hätte eins, dividirt durch jede beliebige ungerade Potenz der Brennweite, dieselben Eigenschaften. Es ist daher dennoch willkührlich und rein conventionell, wenn der reciproke Werth der Brennweite als Maas für die Stärke einer Linse festgesetzt wird.

Ein höchst bemerkenswerther Vorzug des vorstehend definirten Maass- 265
principes, den es vor allen sonst möglichen voraus hat, besteht in Folgendem: Legt man zwei Linsen derart zusammen, dass man ihren in der gemeinsamen Axenrichtung gemessenen Abstand gegen alle sonst in Betracht kommenden Entfernungen vernachlässigen darf, so ist die Stärke des Systemes nach demselben Principe gemessen einfach die algebraische Summe der Stärkenwerthe der beiden Linsen. Der Beweis dieses Satzes ergiebt sich unmittelbar aus den ersten Grundsätzen der Dioptrik. Denken wir uns zwei Linsen mit den Brennweiten f und f' dicht aneinandergelegt und fragen, wieweit hinter der zweiten ein parallelstrahliges Bündel vereinigt wird, das auf die erste auffällt und beide passirt? Wäre die erste allein vorhanden, so würde es in der Entfernung f von ihr zur Vereinigung kommen; es fällt somit auf die zweite Linse ein nicht mehr parallelstrahliges Bündel auf, dessen Vereinigungspunkt auch von ihr, da wir den Abstand zwischen beiden Linsen vernachlässigen, um die Länge f entfernt ist. Wir haben also nur die zu dieser Entfernung für die zweite Linse conjugirte Vereinigungsweite zu suchen, die mit x bezeichnet sein mag, um zu wissen, wo ein parallelstrahliges Bündel nach der Brechung durch beide Linsen zur Vereinigung kommt. Dabei ist aber f mit dem entgegengesetzten Vorzeichen von dem in Rechnung zu bringen, welches es als Brennweite der ersten Linse hat. Ist nämlich die erste Linse collectiv und ihre Brennweite positiv, so liegt das Centrum des auf die zweite Linse fallenden Strahlenbündels hinter derselben, entspricht einem virtuellen Objecte, dessen Abstand negativ in Rechnung zu bringen ist. Im entgegengesetzten Falle kommt ein divergentes Bündel auf die zweite Linse, dessen Strahlen gerade so gehen, als kämen sie von einem reellen Objectpunkte in der Entfernung f. Diese Grösse kommt also positiv in Rechnung, während sie als Brennweite der ersten Linse in diesem Falle

negativ zu nehmen ist. Wenn also f und f' schon selbst die algebraischen Grössen sind, welche die Brennweiten der beiden Linsen bestimmen, so können wir zur Berechnung von x ganz allgemein die dioptrische Grundgleichung so schreiben $-\frac{1}{f}+\frac{1}{x}=\frac{1}{f'}$ oder $\frac{1}{x}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}$, das heisst der reciproke Werth der Brennweite des ganzen Systemes ist gleich der (algebraischen) Summe der reciproken Werthe der Brennweiten der beiden Linsen. Da nun diese drei reciproken Worthe nach unserem Maassprincipe die Stärkenwerthe des Systems und der beiden einzelnen Linsen sind, so haben wir den Satz, dass der Stärkenwerth des Systems die algebraische Summe der Stärkenwerthe seiner Componenten ist.

Einige Zahlenbeispiele mögen das Vorstehende erläutern. Wir wollen annehmen, wir legten eine Zerstreuungslinse von — 8 Zoll Brennweite und eine Sammellinse von + 6 Brennweite zusammen, nun falle ein parallelstrahliges Bündel zuerst auf die Zerstreuungslinse, dann kommt es auf die unmittelbar danebenstehende Sammellinse genau so, als wäre es von einem 8 Zoll abstehenden leuchtenden Punkte ausgegangen, und wird also in einer Entfernung x vereinigt, die sich berechnet aus der Gleichung $-1/8+\frac{1}{x}=1/6$, d. h. in einer Entfernung von 24″. Die Zusammenstellung beider Linsen vereinigt also ein parallelstrahliges Bündel in 24″ Entfernung, oder hat eine Brennweite von + 24″, also nach unserem Maassprincip eine Stärke von $+1/24=-1/8+1/6$. Es ist aber $-1/8$ die Stärke der einen und $+1/6$ die Stärke der anderu Linse. Hätten wir zweitens 2 Sammellinsen von + 9″ und + 6″ Brennweite, so würde ein parallelstrahliges Bündel von der ersten gebrochen so auf die zweite fallen, dass alle seine Strahlen auf einen 9″ hinter ihr liegenden Punkt zielen. Um zu diesem Punkte die conjugirte Vereinigungsweite zu berechnen, muss man den Abstand des (virtuellen) Objectes mit dem Minuszeichen in die Rechnung bringen, da die Objectabstände positiv genommen werden, wenn sie einem vor der Linse liegenden reellen Objecte entsprechen. Man hat also zur Berechnung der Vereinigungsweite x des auf die zweite Linse fallenden Bündels die Gleichung $-1/9+\frac{1}{x}=1/6$ und $x=18/5=3.6''$. Die Stärke dos Systems ist somit auszudrücken durch $+\frac{1}{3.6}$ und diese Zahl ist gleich der Summe von $+1/9$ und $+1/6$, welche Zahlen die Stärken der beiden Linsen messen. Diese beiden Fälle werden unsern Satz hinlänglich anschaulich machen, dass die Stärke des Systems allemal gleich ist der Summe der Stärkenwerthe beider Linsen, jeden dieser Werthe mit dem ihm zugehörigen Vorzeichen genommen. Sind die beiden Linsen Sammellinsen, so hat daher die Zusammenstellung stets einen positiven Stärkenwerth, der numerisch grösser ist als die Stärke jeder einzelnen Linse. Sind die beiden Linsen Zerstreuungslinsen, so hat

die Stärke der Zusammenstellung einen wiederum numerisch grösseren und nothwendig negativen Werth. Ist die eine Linse collectiv, die andere dispansiv, dann sind verschiedene Fälle möglich. Haben die beiden zusammengelegten Linsen gleiche Stärke, aber von entgegengesetztem Vorzeichen, so entsteht ein System von der Stärke Null, d. h. es wirkt wie eine planparallele Glasplatte, seine Brennweite ist gleichsam unendlich gross, es lenkt die Strahlen gar nicht ab.

Was eoeben mit einiger Ausführlichkeit bezüglich zweier Linsen entwiekelt wurde, gilt natürlich auch von einer beliebigen Anzahl. Wenn man eine beliebige Anzahl von Linsen so nahe zusammenstellt, dass immer noch die Dicke des ganzen Systems, in der Axe gemessen, vernachlässigt werden darf gegen die übrigen in Betracht kommenden Längen, so ist die Stärke des Systems gleich der algebraischen Summe der Stärkenwerthe der einzelnen Linsen. Man kann nun offenbar auch allgemein sagen: Wenn man zu irgend einem brechenden System eine Linse hinzusetzt, deren Abstand von der vorderen Hauptebene des Systems vernachlässigt werden darf, sonst mögen die Abmessungen des Systemes gross oder klein sein, so ist die Stärke des neuentstehenden Systemes die Summe der Stärke des alten und der Stärke der hinzugefügten Linse. Man kann daher auch den Unterschied der Stärke zweier Systeme einfach ausdrücken durch die Stärke einer Linse, welche dem einen System in der Nähe seiner Hauptebene hinzugefügt werden müsste, wenn ein System von gleicher Stärke wie das andere hervorgehen sollte.

Sind die zu vergleichenden Systeme Augen, so ist zu beachten, dass 266
man deren Stärke nicht in absolutem Maasse angeben kann. Einmal nämlich hat das Auge als ein System, bei dem das erste Mittel (Luft) und das letzte (Glaskörper) nicht identisch sind, zwei verschiedene Brennweiten; man müsste daher eine neue Feststellung machen, um unserem Maassprincipe bestimmte Bedeutung zu geben. Wollte man aber auch dies thun, z. B. den reciproken Werth der ersten Brennweite als Maass annehmen, so wäre es doch nicht möglich, dies Maass für ein gegebenes lebendes Auge zu finden, denn es ist unmöglich, die Brennweiten des lebenden Auges zu messen. Wir müssen uns daher begnügen, für Augen ein bloss relatives Maass der Stärke aufzustellen, was übrigens auch vollständig genügt, da die relative Lage der Hauptbrennebenen zur Netzhaut weit mehr Interesse hat als die absoluten Werthe der Brennweiten. Man ist daher übereingekommen, erstens alle Augen als dioptrisch äquivalent anzusehen unter der Bezeichnung „emmetropisch", bei denen im Ruhezustande die hintere Brennebene mit der Netzhaut zusammenfällt. Zwei solche Augen können möglicherweise sehr verschiedene Brechkraft besitzen. Wenn z. B. das eine klein, das andere gross ist, so muss jenes eine viel grössere Stärke, d. h. viel kleinere Brennweiten haben als dieses, denn jenes muss eben parallelstrahlige Bündel auf der nahe an der Hornhaut befindlichen Retina vereinigen, dies auf der viel ferneren. Mit einem Worte, die Brennweiten

emmetropischer Augen können so verschieden sein wie ihre Durchmesser von vorn nach hinten.

Auf die Emmetropie, so wenig dieselbe einen absolut bestimmten Refractionszustand bezeichnet, können wir nun jede andere Beschaffenheit des Auges beziehen. Man nennt ein Auge myopisch, wenn es (im Ruhezustande des Accommodationsapparates) relativ stärker bricht als ein emmetropisches, und hypermetropisch, wenn es relativ schwächer bricht. „Relativ" stärker oder schwächer will sagen mit Beziehung auf die Lage der Netzhaut, d. h. also wir nennen myopisch ein Auge, das parallele Strahlen bereits vor, hypermetropisch eines, das solche erst hinter seiner Retina zur Vereinigung bringt. Absolut genommen, könnte recht wohl ein gegebenes myopisches Auge *A* schwächer brechend sein, d. h. kürzere Brennweiten besitzen als ein gegebenes emmetropisches Auge *B*. Jenes wäre dann relativ stärker brechend, sofern seine hintere Brennebene doch noch vor seiner Netzhaut läge. Mit Hülfe unseres Maassprincipes können wir nun numerisch angeben, um wie viel ein bestimmtes myopisches Auge an relativer brechender Kraft das emmetropische Auge übertrifft, oder um wie viel ein bestimmtes hypermetropisches Auge daran hinter dem emmetropischen zurücksteht. Wir brauchen nur zu ermitteln welche Stärke eine $\left\{\begin{matrix}\text{Sammel-}\\ \text{Zerstreuungs-}\end{matrix}\right\}$linse haben müsse, die einem emmetropischen Auge zugesetzt, mit ihm zusammen ein System von der relativen Brechkraft des gegebenen $\left\{\begin{matrix}\text{myopischen}\\ \text{hypermetropischen}\end{matrix}\right\}$ Auges ausmacht. Die Differenz der relativen Brechkraft eines beliebigen ametropischen Auges von der des emmetropischen ist somit einfach der reciproke Werth des Abstandes, für welchen das ametropische Auge im Ruhezustande eingerichtet ist. Diese Differenz hat daher, wie auch sonst ersichtlich, für ein myopisches Auge einen positiven, für ein hypermetropisches Auge einen negativen Werth, da letzteres im Ruhezustande für einen negativ zu rechnenden Abstand, d. h. für convergente Strahlenbündel eingerichtet ist. Denken wir uns beispielsweise ein myopisches Auge, dessen Fernpunktsabstand 7 Zoll ist, d. h. ein Auge, das bei ruhendem Anpassungsapparate auf 7 Zoll Abstand eingerichtet ist. Um ein emmetropisches Auge in ein für diese Entfernung eingerichtetes System zu verwandeln (natürlich ohne innere Veränderung), muss man offenbar eine Sammellinse von 7″ Brennweite davor setzen, so dicht jedoch, dass der Abstand der Linse von der Hauptebene des Auges gegen die 7″ vernachlässigt werden darf. Diese Linse nämlich bricht Strahlenbündel, die aus 7″ abstehenden Punkten kommen, so, dass sie parallelstrahlig werden und mithin auf der Retina des emmetropischen Auges zur Vereinigung kommen. Zur Brechkraft des emmetropischen Auges muss also $+ \frac{1}{7}$ hinzukommen, um die relative Brechkraft des gegebenen myopischen Auges zu erhalten. Wir hätten auch umgekehrt fragen können, wie viel müsste von der Brechkraft des gedachten Auges subtrahirt werden, um es emmetropisch zu machen. Die Antwort würde auch hier wieder gelautet

haben $^1/_7$, dann man muss vor das gedachte myopische Auge eine (Zerstreuungs-) Linse von 7 Zoll Brennweite, d. h. von $-\,^1/_7$ Brechkraft setzen, um ein emmetropisches System zu erhalten, d. h. mit anderen Worten, wenn das Auge in unendliche Ferne sehen soll. Nach Donders's Bezeichnungsweise wird der echte Bruch, dessen Zähler die Einheit, dessen Nenner der Fernpunktsabstand ist, der Grad der Myopie genannt.

Denken wir uns zweitens ein hypermetropisches Auge, das im Ruhezustande Strahlenbündel auf der Retina zur Vereinigung bringt, die auf Punkte convergiren, welche 20 Zoll hinter seiner Hauptebene liegen. Dann ist klar, dass ein emmetropisches Auge eine Zerstreuungslinse vorsetzen müsste von der Stärke $-\,^1/_{20}$, um sich in ein entsprechendes System zu verwandeln. Umgekehrt müsste das gedachte Auge eine Sammellinse von $+\,^1/_{20}$ Stärke vorsetzen, um wie ein emmetropisches zu sehen. Die Differenz der relativen Brechkraft des gedachten Auges von der eines emmetropischen wäre also $-\,^1/_{20}$, welche (negative) Zahl den „Grad der Hypermetropie" ausdrückt.

Besonders werthvoll ist das Maassprincip angewandt auf die Accom- 267
modation. Bekanntlich macht die Anstrengung des Accommodationsapparates das Auge stärker brechend. Man könnte folglich denselben Erfolg erzielen durch Vorsetzen einer Sammellinse vor das unverändert gelassene Auge, und man hat ein Maass für die Leistungsfähigkeit eines Accommodationsapparates, wenn man ermittelt, wie stark eine Linse sein muss, damit das auf seinen Fernpunkt innerlich eingerichtete Auge seinen Nahepunkt deutlich sehe. Offenbar muss diese Linse eine solche Brennweite haben, dass für sie der Nahepunktsabstand und der negativ gerechnete Fernpunktsabstand conjugirte Vereinigungsweiten sind, d. h. dass sie von einem im Nahepunktabstande liegenden Objecte im Fernpunktsabstande ein virtuelles Bild erzeugt. Ist also N der Nahepunkts- und F der Fernpunktsabstand, so muss die Brennweite f der Linse der Gleichung genügen: $\frac{1}{N} - \frac{1}{F} = \frac{1}{f}$, oder ihre Stärke muss $= \frac{1}{N} - \frac{1}{F}$ sein, welche Zahl man gemeiniglich in die Form eines Bruches mit dem Nenner 1 bringt. In der That leistet ja die so bestimmte Linse genau dasselbe, was die möglichste Anstrengung des Accommodationsapparates leistet. Reicht also beispielsweise ein Auge von 48 Zoll bis auf 6 Zoll Abstand, so wäre das Maass seines Accommodationsvermögens $= \frac{1}{6} - \frac{1}{48} = \frac{1}{6.86}$ zu setzen. Das Accommodationsvermögen eines Auges, welches von 6 Zoll bis auf 3 Zoll reicht, wäre $= ^1/_3 - ^1/_6 = ^1/_6$, also etwas grösser als das des ersteren.

In analoger Weise sieht man auch den Werth des Astigmatismus eines Auges an. Man ermittelt nämlich die beiden Entfernungen, in welchen zwei gerade Linien am deutlichsten gesehen werden, von denen die eine in der Ebene des Meridianes schwächster, die andere in der Ebene

des Meridianes stärkster Brechung liegt, bildet die Differenz der reciproken Werthe dieser beiden Entfernungen und bringt ihren Werth auf die Form eines echten Bruches mit dem Zähler 1.

Siebentes Kapitel.

Physikalische Hülfsmittel, gemischtes Licht zu erhalten.

268 Die Physiologie und die ophthalmiatrische Diagnostik stellt an die Physik häufig das Verlangen, homogenes Licht von jeder bestimmten Brechbarkeitsstufe und gemischtes Licht aus bestimmten Componenten in jedem beliebigen Verhältniss der Intensität herzustellen. Die Methoden der Herstellung homogenes Lichtes werden in der allgemeinen Physik abgehandelt. Insbesondere sind in neueren Lehrbüchern die verfeinerten Methoden von Kirchhoff und Bunsen hinlänglich ausführlich beschrieben, so dass wir hier nicht darauf einzugehen brauchen. Wir brauchen daher hier nur die Methoden zu besprechen, nach denen man zwei oder mehrere homogene Lichtarten in beliebig abgestuftem Verhältniss der Stärke auf die gesunde oder kranke Retina zusammenwirken lassen kann. Am vollkommensten wird dieser Zweck zu erreichen sein, wenn wir das Auge eine weisse (d. h. alle Lichtarten gleich gut diffus reflectirende) Fläche betrachten lassen, die ausschliesslich nur mit den Lichtarten beleuchtet wird, deren zusammengesetzte Wirkung untersucht werden soll. Wird ausserdem noch verlangt, dass die zusammenwirkenden Strahlungen vollkommen homogen und von genau bekannter Wellenlänge seien, so kann nur durch Ausscheidung derselben mittels des Prisma der Zweck erreicht werden.

Eine sehr vollkommene und verhältnissmässig einfache Methode derart ist von Helmholtz angegeben. Ein nahezu parallelstrahliges Bündel directes Sonnenlichtes fällt durch einen Spalt in einem Schirme auf das Prisma Fig. 101. Jener Schirm und der Gang des auffallenden Strahlenbündels sind in der Figur nicht gezeichnet, man muss sich dasselbe in passender Lage links vom Prisma p denken. Es wird alsdann, wie man aus der allgemeinen Optik weiss, von jedem Punkte der hintern Fläche des Prismas ein Lichtbündel divergiren, dessen Strahlen der Reihe nach violett, indigo, blau, grün etc. gefärbt sind. Einen Theil dieser sämmtlichen Strahlen, von denen einzelne in der Figur gezeichnet sind, lässt man durch eine Oeffnung im Schirm SS hindurchgehen. Jedesfalls darf die Oeffnung nur so gross sein, dass die farbigen Säume noch nicht in ihren Bereich fallen, dass also z. B. der unterste rothe und der oberste vio-

lette vom Prisma ausgehende Strahl (wie auch die Figur andeutet) abgefangen werden. Es wird somit auch von jedem Punkte der Oeffnung aus ein Lichtbündel divergiren, dessen oberster Strahl violett, dessen unterster roth ist; die in der Mitte liegenden sind der bekannten Reihenfolge nach gefärht. Von diesen sämmtlichen Strahlen sind in der Figur gezeichnet: die hlauen und gelhen, welche durch die Punkte a, b, c, d und e der Oeffnung gehen, sowie noch die rothen und violetten, welche durch die Endpunkte der Oeffnung gehen. Der durch b gehende hlaue Strahl kommt von einem anderen Punkte p des Prismas als der ebenfalls durch b gehende gelbe Strahl, welcher von q kommt. Man kann aber auch zweitens die Sache so ansehen, als gingen durch die Oeffnung in SS unter verschiedenen Winkeln parallelstrahlige homogen gefärhte Bündel, z. B. ein gelh gefärbtes in der Richtung $q\,b$, ein blau gefärhtes in der Richtung $p\,b$. Das ganze durch die Oeffnung gedrungene Licht fällt auf eine achromatische Linse $L\,L_1$, welche bekanntlich die Eigenschaft hat, einen rothen Strahl schliesslich gerade so abzulenken wie einen blauen oder anders gefärbten. Verfolgen wir zunächst die zweite Auffassung dee durch die Oeffnung gedrungenen Licbtes, so wird die Linse jedes der homogen gefärhten parallelstrahligen Bündel in einem Pnnkte ihrer Hanptbrennebene zur Vereinigung bringen; auf einem daselbst aufgestellten Schirme

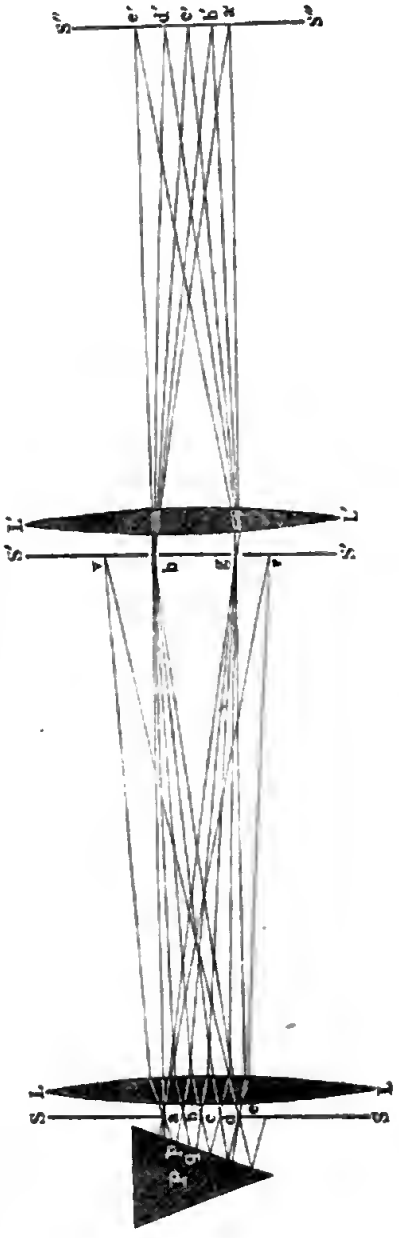


Fig. 101.

$S'S'$ wird demnach ein reines Spectrum entstehen, in dem das violette parallelstrahlige Bündel in v, das blaue in b, das gelbe in g, das rothe in r zur Vereinigung kommt. Sehen wir die Sache aus dem Gesichtspunkte der ersten Auffassung an, so wird die Linse LL jedes der divergenten verschiedenfarbigen Bündel etwas weniger divergent entlassen, so dass ein ungefärbtes (weisses) virtuelles Bild von der Oeffnung des Schirmes SS entsteht auf derselben Seite der Linse und in einer Entfernung von ihr, die zu der Entfernung zwischen SS und LL als conjugirte Vereinigungsweite gehört. Dies (virtuelle) Bild würde von einem hinlänglich grossen achromatischen Auge wahrgenommen werden können. Man kann es aber auch objectiv wieder in ein reelles verwandeln, d. h. man kann die von den einzelnen Punkten des virtuellen Bildes divergirenden Bündel (wenn auch ihre Strahlen verschieden gefärbt, also für gewöhnlich verschieden brechbar sind) durch eine zweite achromatische Linse $L'L'$ wieder vereinigen. Die Vereinigung kommt zu Stande in einer Entfernung von $L'L'$, welche der Entfernung des vorerwähnten virtuellen Bildes von ebendaselbst als conjugirte Vereinigungsweite zugeordnet ist. Stellte man hier (etwa in $S''S''$) einen Papierschirm auf, so würde man auf demselben ein umgekehrtes Bild der Oeffnung ae ohne Färbung sehen. Zu jedem Punkte dieses Bildes würden nämlich Strahlen aller Farben beitragen. Durch einen

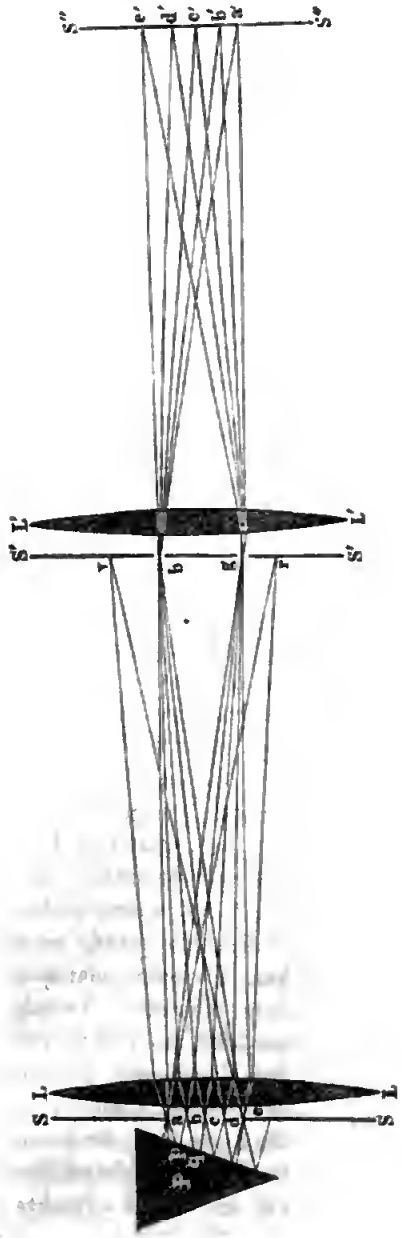


Fig. 102.

in $S'\,S'$ aufgestellten Schirm mit einzelnen beweglichen Spalten kann man nun aber die Strahlen von gewissen Farben verhindern dies zu thun, und es wird alsdann das Bild bloss noch von den übrigen, welche durch die Spalten gehen, verursacht, es muss also in der aus diesen gemischten Farbe erscheinen. In der Figur ist als Beispiel der Fall gezeichnet, wo das Bild $a'\,e'$ in der Mischfarbe aus Indigoblau und Gelb (die übrigens weiss ist) erscheint. Es geht von a ein divergentes Strahlenbündel aus, dessen Strahlen nach der Brechung in $L\,L$ von einem ein wenig mehr zurückliegenden Punkte divergiren, sie würden sich nach der Brechung in $L'\,L'$ in a' vereinigen; dahin gelangen aber nur die Strahlen des Bündels, welche durch b und g gegangen sind, weil nur hier Löcher in dem Schirm S' S' sind; es kommt also auf dem weissen Papier in a' ein blauer und ein gelber Strahl, ebenso kommt in b' ein blauer und ein gelber Strahl zur Vereinigung, welche beide durch die Punkte b und g des ersten Schirmes gegangen sind, ebenso in den Punkten c', d', e'. Alle diese Strahlen sind in der Figur ausgezogen und verfolgbar. Das ganze Stück $a'\,e'$ muss also in der Mischfarbe aus Blau und Gelb erscheinen. Man kann auf diese Weise die Mischfarben aus beliebigen Paaren in grösster Vollkommenheit auf einer weissen Fläche erzeugen, wenn man dem Schirm $S'\,S'$ eine Einrichtung giebt, dass man auf ihm zwei Spalten anbringen kann, wo man will.

Je weiter man eine der Spalten des Schirmes $S'\,S'$ öffnet, um so mehr Strahlen der betreffenden Gattung fallen auf das beleuchtete Feld des Schirmes $S''\,S''$, und um so intensiver tritt also die betreffende Nüance in die Mischfarbe ein. Es ist jedoch dabei zu bedenken, dass, sowie die Spalten des Schirmes $S'\,S'$ nicht absolute mathematische Linien sind, auch nicht mehr absolut homogenes Licht hindurchgeht, indessen kann man doch immer die Breite dieser sämmtlichen Spalten so klein machen, dass dieselbe gegen die Ausdehnung des ganzen Spectrums auf $S'\,S'$ verschwindet, und dennoch jedes gewünschte Verhältniss zwischen den Breiten der Spalten und mithin zwischen den Intensitäten der verschiedenfarbigen Lichtarten herstellen.

Wenn es die Zwecke der Untersuchung erlauben, auf absolute Homo- 269
geneität der zusammenzusetzenden Lichtarten zu verzichten, so kann man einen Apparat anwenden, den ich mir vor einigen Jahren zum Zwecke der Demonstration construirt habe, dessen Princip übrigens (wie ich später erfahren habe) schon von Lambert vorgeschlagen ist. In der Vorderwand eines innen gut geschwärzten Kastens sind sechs Sammellinsen von gleicher Brennweite eingelassen, in zwei Reihen übereinander geordnet. Die Hinterwand ist verschiebbar und mit einem weissen Papierblatte überzogen. Eine seitliche Oeffnung im Kasten gestattet, die weisse Fläche im Hintergrunde von vorn zu betrachten. Man stellt nun vor dem Kasten sechs farbige Vierecke ebenfalls in zwei Reihen übereinander so auf, dass die von den drei oberen durch die oberen Linsen entworfenen Bilder auf ein und dieselbe Stelle des weissen Blattes im Hintergrunde fallen. An

dieser Stelle wirken also die Lichtarten zusammen, welche von den drei oberen farbigen Flächen ausgesandt werden. Darunter kann natürlich auch weiss oder schwarz, d. h. Lichtmangel sein. Der letztere Fall wird am einfachsten hergestellt, wenn man die betreffende Linse verdeckt. Die drei unteren farbigen Flächen sind so aufgestellt, dass ihre von den drei unteren Linsen entworfenen Bilder wiederum auf ein und dieselbe Stelle des weissen Papieres im Hintergrunde des Kastens fallen. Man richtet es noch so ein, dass die beiden Felder, welche die drei oberen und die drei unteren Bilder enthalten, genau aneinander grenzen. Man kann alsdann die beiden Mischfarben aus je drei beliebigen Componenten miteinander vergleichen. Es ist gut, zwischen den Linsen schwarze Scheidewände derart aufzustellen, dass jede der sechs farbigen Flächen nur durch eine einzige Linse scheinen kann. Um störendes fremdes Licht abzuhalten, müssen die sechs farbigen Flächen vor einem absolut schwarzen Hintergrunde aufgestellt sein. Sie auf einer geschwärzten Tafel zu befestigen, ist ungenügend. Am besten steckt man sie an dünnen Drähten frei auf und bringt dahinter einen recht tiefen inwendig geschwärzten, vorn offenen Kasten. Das Innere desselben bildet bei geeigneten Dimensionen einen genügend lichtlosen Hintergrund. Die Intensitätsverhältnisse der einzelnen in die Mischung eingehenden Componenten hat man bei meinem Apparate dadurch in der Gewalt, dass vor jeder Linse ein Schieber beweglich ist, so dass man von derselben jeden beliebigen Bruchtheil der Oeffnung verdecken und mithin die Beleuchtungsstärke des betreffenden Bildes in jedem beliebigen Grade abschwächen kann. Man müsste auf diese Weise auch genaue quantitative Resultate erzielen können, und der Apparat könnte dann den in seiner Anwendung so höchst unbequemen Farbenkreisel ersetzen. Mit dem von mir ausgeführten Apparate ist es mir indessen nicht möglich gewesen, brauchbare quantitative Resultate zu erhalten. Doch liegt dies wohl nur an der Mangelhaftigkeit der Ausführung.

Der beschriebene Apparat dürfte besonders geeignet sein, um dem Schüler die Grundsätze der Farbenmischungslehre zu demonstriren. Er empfiehlt sich zu diesem Zwecke besonders dadurch, dass die Farbenmischungen sehr brillant erscheinen und dass namentlich das durch die geeigneten Mischungen zu erzielende Weiss auch demjenigen den Eindruck des wirklichen Weiss macht, der nicht überlegt, dass jenes „abscheuliche Grau", das Göthe nicht müde wurde den Physikern vorzuwerfen, bloss darin seinen Grund hat, dass man bei gewissen Methoden der Farbenmischung oft heller leuchtende weisse Flächen zur Vergleichung in der Nähe hat.

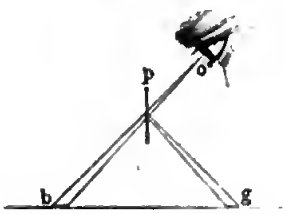
270 Ein anderes unschätzbares und bis jetzt unentbehrliches Hülfsmittel, die Wirkung zusammengesetztes Lichtes zu untersuchen, ist der Farbenkreisel. Seine Anwendbarkeit beruht auf einem rein physiologischen Princip, dass nämlich im Sehnerven genau derselbe Erregungszustand eintritt, wenn verschiedene Lichtarten rasch nacheinander in periodischem Wechsel die Retina treffen, als wenn sie dieselbe gleichzeitig träfen, jede mit einer Intensität proportional der objectiven Intensität der Lichtart multi-

plicirt mit der kurzen Dauer, während welcher sie wirkt. Man erhält also die Mischfarbe, wenn man eine Kreisscheibe mit verschiedenfarbigen Sectoren rasch dreht.

Bekanntlich muss die Scheibe, wenn lauter verschiedenfarbige Sectoren darauf sind und die Mischfarbe sicher gleichmässig erscheinen soll, wenigstens 30 Umläufe in der Secunde machen. Zu diesem Zwecke bedient man sich sehr verschiedener mechanischer Vorrichtungen, die in den Lehrbüchern der Physik hinlänglich genau beschrieben sind. Sie können daher hier ganz übergangen werden. Nur einige weniger allgemein bekannte Kunstgriffe sind hier zu besprechen. Um die Grösse der verschiedenfarbigen Sectoren ganz continuirlich abändern zu können, nimmt man von jeder Farbe (resp. auch weiss und schwarz) eine ganze Scheibe. Diese hat in der Mitte ein Loch, um die Axe des Drehapparates durchzulassen, und einen radialen Schlitz. Legt man zwei oder mehrere solche Scheiben aufeinander und schiebt sie gegenseitig durch ihre Schlitze hindurch, so werden auf jeder Seite Sectoren der einzelnen Scheiben von beliebig veränderlicher Breite sichtbar, so dass das Mischungsverhältniss der Farben continuirlich geändert werden kann. Um verschiedene Mischungen vergleichen zu können, muss man von jeder Farbe und von Weiss und Schwarz zwei Scheiben haben, eine grössere und eine kleinere. Die grossen müssen alle unter sich gleichen Durchmesser haben, und ebenso die kleinen. Steckt man nun auf den Drehapparat zuerst eine Zusammenstellung von grossen und darüber eine Zusammenstellung von kleinen Scheiben, so sieht man bei der Drehung die Mischung von den Farben der kleinen Scheiben in der Mitte und die Mischung von den Farben der grossen am Rande. Man kann sie also bequem vergleichen, namentlich auch durch wiederholtes Abändern und Probiren schliesslich zwei gleich aussehende Mischungen zuwegebringen. Mit Hülfe eines in Grade getheilten Ringes kann man dann die Breite der einzelnen Sectoren messen, die erforderlich war, zwei Mischungen gleich erscheinen zu machen. Diese Aufstellung von Farbengleichungen ist der Hauptzweck des Farbenkreisels. Man kann dabei einen hohen Grad von Genauigkeit erreichen.

Um sich gelegentlich ohne grosse Vorbereitungen von den Haupt- 270
sätzen der Farbenmischungslehre zu überzeugen, kann man sich eines anderen, von Helmholtz vorgeschlagenen, sehr einfachen und sinnreichen Mittels bedienen: man sieht nach einem farbigen Punkte durch eine Glasplatte und lässt sich in derselben einen anderen gefärbten Punkt spiegeln, so dass sein Spiegelbild mit dem ersten Punkte zusammenfällt. Nebenstehende Figur 103 giebt eine deutliche Anschauung von der Methode. Bei *b* und *g* mag z. B. eine blaue und gelbe Ohlate auf dem Tisch liegen; das Auge *o* sieht durch ein

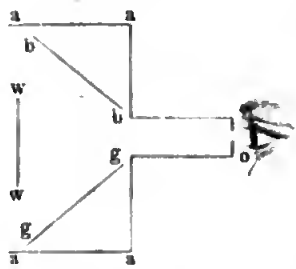
Fig. 103.



wie p gehaltenes Glasplättchen nach b und sieht g an derselben Stelle gespiegelt, es kommt also blaues und gelbes Licht auf dieselbe Stelle der Netzhaut; durch Veränderung der gegenseitigen Stellung kann man jedes beliebige Verhältniss zwischen den Intensitäten der beiden Lichtarten hervorbringen, wenn man nur daran denkt, dass die Intensität gespiegelten Lichtes mit dem Einfallswinkel wächst, während die Intensität durchgelassenes Lichtes mit demselben abnimmt.

Durch einen Fig. 104 dargestellten höchst einfachen Apparat kann man auch noch in unvollkommener, jedoch für viele Fälle ausreichender Weise auf eine weisse Fläche verschieden gefärbte Lichtmassen bringen. $a\,a\,a\,a$ ist der senkrechte Durchschnitt eines parallelepipedischen Kastens. Er ist vorn offen bis auf einen Streifen, dessen Durchschnitt bei $w\,w$ zu sehen ist, der eine weisse Fläche dem Inneren des Kastens zukehrt. Im Kasten können nun farbige Flächen, etwa blaues und gelbes Papier, angebracht werden, so dass z. B. $b\,b$ der Durchschnitt des blauen, $g\,g$ der des gelben Papieres ist; sie empfangen Tageslicht von vorn durch die Oeffnung des Kastens. Wenn im Uebrigen der Kasten inwendig gut geschwärzt ist, so fällt auf die weisse Fläche $w\,w$ kein anderes als das von $b\,b$ und $g\,g$ diffus zurückgeworfene, das aber eben die betreffenden Farben, die man mischen will, hat. Die so beleuchtete Fläche betrachtet ein Auge bei o durch ein Ansatzstück mit einem engen Schlitze.

Fig. 104.



271 Wir haben jetzt noch die principielle Unzulässigkeit einer Methode nachzuweisen, deren Anwendung viel Verwirrung in die Theorie der Farbenmischung gebracht hat. Man hat bekanntlich oft Farben zu mischen geglaubt, wenn man Pigmente oder farbige Pulver mischte, oder wenn man farbige Gläser hinter einander vor das Auge brachte. Es lässt sich mit einem Worte das Unrichtige dieser Verfahrungsarten bezeichnen, wenn man bedenkt, dass man durch sie eine Subtraction von Lichtarten ausführt, während doch eine Farbenmischung eine Addition von Lichtarten sein soll. Dass dieser Vorwurf das Hintereinanderhalten von zwei farbigen Gläsern trifft, springt unmittelbar in die Augen. Man denke sich z. B., man sehe durch ein blaues Glas nach einem weissen Gegenstande. Das Glas absorbirt die gelben und rothen Strahlen fast vollständig, die grünen lässt es schon etwas durch, die blauen schwächt es wenig, und auch die violetten lässt es zum Theil durch; man bekommt also durch ein solches eine Lichtmasse in das Auge, in welcher die blauen Töne entschieden vorherrschen, so dass sie für den Farbeneindruck maassgebend sind; daneben tritt aber auch noch violettes und grünes Licht auf. Bringt man nun noch ein gelbes Glas vor das Auge, so wird dadurch von der beschriebenen Lichtmasse noch ein Theil subtrahirt oder ausgelöscht, denn ein gelbes Glas lässt nur

rothes, gelbes und grünes Licht durch, blaues nnd violettes dagegen sehr wenig. Da das gelbe und rothe Licht aber bereits von dem blauen Glase fast ganz verschluckt waren, so können sie in der schliesslich in das Auge gelangenden Lichtmasse keinen merklichen Einfluss mehr äussern. Es wird demgemäss in derselben nur das grüne Licht, das sowohl vom blauen als vom gelben Glase in namhafter Intensität durchgelassen wird, tonangebend auftreten können. Man sieht in der That — was allgemein bekannt ist — durch zwei hinter einander gehaltene Gläser, von denen das eine blau, das andere gelb ist, einen weissen Gegenstand grün. Aber weit entfernt, daraus zu schliessen, dass Grün die Mischfarbe aus Blau und Gelb sei, können wir bloss das mit Sicherheit daraus ableiten: Grünes Licht allein geht durch jedes der beiden Gläser in namhafter Intensität hindurch, während jede andere Lichtart entweder von dem einen oder von dem anderen oder von beiden Gläsern absorbirt wird. Man sieht noch besser, dass diesem Verfahren ein principieller Fehler zu Grunde liegt, wenn man sich einen extremen Fall denkt, der freilich praktisch nicht herzustellen ist. Hätte man zwei Gläser, deren jedes wirklich nur eine einzige homogene Farbe durchliesse, so würde durch beide hinter einander ein weisser Gegenstand nicht etwa in der Mischfarbe dieser homogenen Farben, sondern gar nicht gesehen werden — die Zusammenstellung beider Gläser wäre eben vollkommen undurchsichtig. Versuche mit zwei hinter einander gehaltenen farbigen Gläsern widersprechen auch, weil sie eben keine Farbenmischungen sind, dem bekannten Grundsatze von der Abfahlung durch Mischung, im Gegentheile erscheint die übrig bleibende Farbe nicht weisslicher als die Farbe der einzelnen Gläser, sondern vielmehr gesättigter und homogener, was ganz natürlich ist, da das zweite Glas noch fernere Theile des Spectrums auslöscht, die durch das erste Glas durchgegangen waren; ausserdem erscheint begreiflicherweise das übrigbleibende Licht schwächer als die durch ein Glas durchgehenden Mengen; man könnte sich bildlich so ausdrücken: es wird Schwarz zugemischt, während in einer eigentlichen Farbenmischung immer mehr oder weniger Weiss erscheint.

Wir haben den Fall zweier farbiger Gläser, obgleich derselbe wenig zu Trugschlüssen über Farbenmischung ausgebeutet worden ist, doch so ausführlich behandelt deshalb, weil in der Mischung von farbigen Pulvern oder Pigmenten, auf welche sonst immer die ganze Lehre von der Farbenmischung gegründet wurde, ganz dasselbe Princip, wenn auch etwas versteckt, zu Grunde liegt. Fragt man nämlich, woher das Licht kommt, welches ein farbiges Pulver farbig erscheinen lässt, so kann die Antwort nur die sein: das aus dem Inneren herkommende Licht ist das gefärbte, und zwar ganz wie bei einem farbigen Glase durch Absorption, das von der Oberfläche zurückgeworfene ist im Allgemeinen weiss. Man kann jetzt also ganz wie oben schliessen: Mischt man ein blaues und ein gelbes Pulver, so werden überall gelbe und blaue durchsichtige Körnchen über einander liegen, und von dem aus der Tiefe zurückgestrahlten Lichte ab-

sorbiren die blauen Körnchen die rothen und gelben Theile und lassen grüne, blaue und violette Antheile übrig; hiervon absorbiren die gelben Körnchen noch Blau und Violett, so dass nur Grün übrig bleibt. Diesem mischt sich freilich noch der schwache weisse Schimmer bei, der von dem an der äussersten Oberfläche zurückgeworfenen Lichte herrührt. Aus diesem Gesichtspunkte erklären sich alle Erscheinungen ungezwungen, die bei Mischung farbiger Pulver oder Pigmente wahrgenommen werden; vor Allem die auffallende Verdunkelung der Farben, welche bei solchen Mischungen wahrgenommen wird. Ferner erklärt sich so auch der Umstand, dass bei manchen complementären Mischungen wirklich Weiss entsteht — oder vielmehr eigentlich Schwarz. Wenn nämlich die Absorption ganz vollständig ist, d. h. wenn das eine Pulver gar keine derjenigen Lichtarten durchlässt, welche das andere durchlässt, so strahlt aus dem Inneren gar kein Licht mehr zurück und es bleibt nur das wenige von der äussersten Oberfläche reflectirte weisse Licht übrig, das auf der wegen gänzliches Lichtmangels schwarzen Grundlage den Eindruck jenes „abscheulichen" Grau macht, das Goethe den Physikern wiederholt vorrückte. Wenn der Vorwurf sich auf diesen Versuch beschränkt hätte, so wäre er gegründet gewesen.

Achtes Kapitel.

Untersuchung thierischer Gewebe im polarisirten Lichte.

272 Bekanntlich spielt neuerdings in der Anatomie die Untersuchung der thierischen Gewebe im polarisirten Lichte eine wichtige Rolle. Dieselbe kann ohne Zweifel mancherlei Aufschlüsse geben, die auf andere Weise nicht zu erhalten sind. Man bringt bei solchen Untersuchungen gemeiniglich die betreffenden durchsichtigen Körper zwischen zwei polarisirende Vorrichtungen und lässt durch das ganze System Licht hindurchgehen. Zeigen sich alsdann eigenthümliche Farbenerscheinungen oder theilweise Erhellungen der Gesichtsfelder bei gekreuzten Polarisationsebenen, so wird man Schlüsse auf eine von der Isotropie abweichende innere Molekularstructur des untersuchten Körpers machen können. Oft bringt man vor oder hinter dem zu untersuchenden Körper noch ein Gypsblättchen oder einen Quarzkeil oder sonst einen doppelbrechenden Körper von vollständig bekannter optischer Beschaffenheit zwischen die beiden polarisirenden Vorrichtungen und beobachtet, welche Aenderung der Körper, dessen optische Eigenschaften gesucht werden, in den vom bekannten Körper herrührenden Erscheinungen bewirkt.

Wo es auf Erforschung der optischen Eigenschaften der Elementartheile im Einzelnen abgesehen ist, muss die Untersuchung im polarisirten Lichte mit der mikroskopischen Untersuchung verbunden werden. Es muss alsdann eine polarisirende Vorrichtung unterhalb des Objecttisches

angebracht sein, so dass nicht eine Strahlung natürliches Lichtes, sondern eine Strahlung polarisirtes Lichtes das Object durchzieht und zum Mikroskope gelangt, und eine zweite polarisirende Vorrichtung muss oberhalb des Objectes angebracht werden. Man nennt bekanntlich die erstere polarisirende Vorrichtung den Polarisator schlechthin, die zweite den „Analysator". Als Polarisator könnte allenfalls der Beleuchtungsspiegel des Mikroskopes selbst benutzt werden. Derselbe müsste dann aber aus einer blossen schwarzen Glasplatte bestehen und unter dem Polarisationswinkel gegen die Axe des Instrumentes gestellt sein. Die Lichtquelle müsste für diesen Fall so angebracht werden, dass ihre Strahlen wirklich unter dem betreffenden Winkel in die Axenrichtung des Instrumentes reflectirt würden. Dies könnte man, wenn das diffuse Himmels- und Wolkenlicht benutzt werden soll und das Instrument ein für allemal senkrecht feststeht, leicht erzielen durch einen zweiten Spiegel, der das Himmelslicht in der betreffenden Richtung auf den schwarzen Polarisationsspiegel wirft. Ist das ganze Instrument um eine wagerechte Axe drehbar, so kann der Polarisationsspiegel direct in der passenden Lage in die diffuse Himmelsstrahlung eingetaucht werden, so dass möglichst starkes polarisirtes Licht in der Axenrichtung durch Object und Mikroskop geht. Diese Methode, polarisirtes Licht zu erhalten, kann aber nur da mit Vortheil angewandt werden, wo bloss schwache Vergrösserungen zur Anwendung kommen, und wo man sich daher mit einer mässigen Lichtstärke begnügen kann, denn die schwarze Glasplatte reflectirt von dem auffallenden Lichte viel weniger als ein belegter Spiegel. Den vollkommensten Polarisator bildet immer ein gutes Nicol'sches Prisma, das man in geeigneter Fassung in den Objecttisch einsetzt, durch welches alsdann die vom gewöhnlichen Beleuchtungsspiegel kommende Strahlung durch muss, ehe sie zum Objecte gelangt.

Als Analysator dient wiederum ein Nicol'sches Prisma, dem man aber noch verschiedene Stellungen anweisen kann. Namentlich zwei mögliche Stellungen sind häufig im Gebrauch. Die Einen bringen den analysirenden Nicol im Tubus des Mikroskopes unmittelbar über dem Objectiv an, Andere ziehen es vor, den analysirenden Nicol auf das Ocular zu setzen. Aus rein theoretischen Gesichtspunkten sollten beide Stellungen ganz gleichwerthig sein. Praktisch scheint jede ihre Vortheile und ihre Nachtheile zu haben. Soll der Analysator im Tubus über dem Objectiv seinen Platz haben, so ist eine besondere Maschinerie nothwendig, um ihn von aussen zu drehen, was doch während der Beobachtung muss ausgeführt werden können, wofern man nicht den ganzen Tubus drehen will, was nicht einmal an allen Instrumenten ausführbar ist. Dieser Schwierigkeit geht man aus dem Wege, wenn man den Analysator in geeigneter Fassung aussen auf das Ocular aufsetzt, wo er von freier Hand beliebig gedreht werden kann. Viele ziehen die Stellung des Analysators über dem Ocular der über dem Objecti auch noch aus dem Grunde vor, weil bei jener Stellung die gekreuzten Polarisationsebenen eine viel voll-

Digitized by Google

ständigere Verdunkelung des Gesichtsfeldes herbeiführten als bei der andern. Endlich soll die Schärfe der Bilder weniger beeinträchtigt werden, wenn der Analysator über dem Ocular, als wenn er dicht über dem Objectiv steht, jedoch wird dies von Manchen in Abrede gestellt. Zu Gunsten der Stellung über dem Objectiv spricht der Umstand, dass dabei das Gesichtsfeld weniger beschränkt wird. Im Ganzen scheint es mir praktischer, den Analysator über dem Ocular ganz ausserhalb des Mikroskopkörpers anzubringen.

Einen für viele Fälle wohl ausreichenden Ersatz für die sehr kostspieligen Nicol'schen Prismen können Glasplattensätze bilden. Man kann sich solche in der gerade passenden Grösse leicht selbst aus Deckplättchen verfertigen. Man braucht nur ein vierseitiges Prisma aus Pappdeckel zu bilden von solchen Abmessungen, dass wenn man ein Deckplättchen darin beiderseits anlehnt, es gegen die Axe des Prismas unter dem Polarisationswinkel steht. Legt man so 10 bis 12 Plättchen aufeinander, so hat man einen Satz, der in der Axenrichtung des Prismas fast nur vollständig polarisirtes Licht hindurchgehen lässt. Das Ganze wird dann passend gefasst und kann genau wie ein Nicol'sches Prisma benutzt werden, freilich verschluckt es bedeutend mehr Licht als ein solches. Turmalinplatten können bei mikroskopischen Untersuchungen weder als Polarisator noch als Analysator verwandt werden, da sie, wenn sie vollständig polarisiren, stets ziemlich stark gefärbt sind und sehr viel Licht verschlucken.

273 Die Deutung der Erscheinungen im polarisirenden Mikroskope ist genau dieselbe, wie wenn ein durchsichtiger Körper in irgend einem andern Polarisationsapparate untersucht wird. Dass das Licht ausserdem noch durch die Linsen des Mikroskopes zu gehen hat, ist für die Erscheinungen, auf die es hier ankommt, gleichgültig. Es wird daher bei mikroskopischer Untersuchung nach denselben Grundsätzen wie sonst in der Physik aus Farbenerscheinungen oder partiellen Verdunkelungen resp. Erhellungen des Sehfeldes auf die optische Beschaffenheit der zwischen den beiden polarisirenden Vorrichtungen befindlichen Körper geschlossen. Da diese Grundsätze in den gangbaren physikalischen Lehrbüchern (namentlich auch Bd. I, S. 841 u. fgd.) hinlänglich ausführlich dargestellt werden, so brauchen wir hier nicht weiter darauf einzugehen. Gewisse besondere Fälle müssen wir jedoch hier noch hervorheben, die im allgemeinen physikalischen Lehrgange bei Seite gelassen oder nur ganz flüchtig berührt zu werden pflegen. Dort wird meist nur die Theorie derjenigen Erscheinungen gründlich behandelt, welche hervorgerufen werden durch doppelt brechende Körper von durchweg homogener Beschaffenheit. So können wir einen Körper nennen, in welchem zwar an einem Punkte nach verschiedenen Richtungen hin verschiedene elastische Kräfte auf das daselbst befindliche Aethertheilchen wirken, in welchem aber in ein und derselben Richtung an allen Stellen dieselbe elastische Kraft auf die Aethertheilchen wirkt. Einen solchen Körper stellt bekanntlich jedes beliebige Stück irgend eines Krystalles dar, der nicht zum regulären System gehört.

Gerade in den organischen Reichen kommen nun aber höchst wahrscheinlich viele doppelt brechende Körper von anderer Beschaffenheit vor, von solcher nämlich, dass die elastische Kraft, welche in einer gewissen Richtung auf die Aethertheilchen wirkt, von Ort zu Ort variirt. In einem solchen Körper würde also beispielsweise in der Richtung von oben nach unten an verschiedenen Punkten verschiedene Aetherelasticität statthaben. Ein Körper dieser Art könnte angesehen werden als zusammengesetzt aus lauter unendlich kleinen doppelt brechenden Krystallen, deren Elasticitätsaxen in Grösse und Richtung von Punkt zu Punkt stetig variiren. Wofern alle Moleküle des Körpers unter sich gleichartig wären, so würde man bloss die Axenrichtung von Punkt zu Punkt stetig variirend zu denken haben, die Verhältnisse der drei Hauptaxen der Elasticität wären dann überall gleich. Der Körper bestände dann gleichsam aus lauter gleichartigen, aber verschieden orientirten unendlich kleinen Krystallen. Zu dieser Art von Körpern gehören alle unkrystallinischen Körper, wenn sie durch innere Spannungen doppelt brechend werden, z. B. ungleichförmig gepresste, rasch gekühlte oder ungleich erwärmte Glasmassen, und wie gesagt verhalten sich höchst wahrscheinlich sehr viele thierische oder pflanzliche Elementartheile ebenso. In der That stellen wir uns beispielsweise ein Stärkekorn vor, so deutet schon die sichtbare Structur darauf, dass die daran beobachteten Doppelbrechungserscheinungen nicht wohl auf ein überall gleichartiges krystallinisches Gefüge bezogen werden können. Nichts lässt vermuthen, dass in diesem Gebilde irgend eine absolut bestimmte Richtung an allen Punkten in gleicher Weise ausgezeichnet sein könnte. Dahingegen giebt die sichtbare Structur sehr wohl Anhaltspunkte, gewisse relative Richtungen auszuzeichnen, die also von Punkt zu Punkt eine andere Lage im absoluten Raume haben. So wäre es z. B. durchaus annehmbar, dass an jedem Punkte die zur Schichtung senkrechte Richtung irgend einen Vorzug vor den übrigen Richtungen hätte, dass etwa an jedem Punkte in dieser Richtung die Aetherelasticität kleiner wäre, als in jeder andern. Diese Richtung senkrecht zur Schicht variirt aber natürlich stetig von Punkt zu Punkt, und es hätte offenbar gar nichts Unwahrscheinliches, wenn ein Stärkekorn so auf das Licht wirkte, wie ein Aggregat von lauter unendlich kleinen einaxigen Krystallen, die schichtenweise so aneinandergelagert wären, dass die Axen aller senkrecht zur Schicht ständen. Was am Beispiele des sichtlich geschichteten Stärkekornes erläutert wurde, gilt gewiss von vielen organischen Bildungen. Man wird wahrscheinlich nur in seltenen Fällen Grund haben, eine und dieselbe absolut bestimmte Richtung für alle Punkte des Gebildes zu bevorzugen.

Der Gang der Lichtstrahlen durch solche Körper, bei denen die Richtung 274
der Elasticitätsaxen von Punkt zu Punkt stetig variirt, ist von Neumann zum Gegenstand einer umfangreichen mathematischen Untersuchung *) ge-

*) Abhandlungen der Berliner Akademie 1841. Bd. II.

macht worden, welche die Grundlage jeder experimentalen Untersuchung derartiger Körper bilden muss, und die von Allen, welche sich mit dem Verhalten organischer Bildungen im polarisirten Lichte beschäftigen, durchaus zu Rathe gezogen werden muss, wenn sie die Erscheinungen richtig deuten wollen. Merkwürdigerweise hat von den zahlreichen Forschern auf diesem Gebiete bis jetzt ausser M. Schultze keiner*) von dieser bahnbrechenden und grundlegenden Untersuchung Notiz genommen. Es ist daher nothwendig, hier auf dieselbe recht ausdrücklich aufmerksam zu machen. Eine eigentliche Mittheilung der Ergebnisse in derart, dass sie nun unmittelbar auf experimentelle Untersuchung angewandt werden könnten, ist leider an dieser Stelle unmöglich, da sie zu viel Raum in Anspruch nehmen würde und doch nicht ohne Anwendung des Kalküls in verständlicher Weise gegeben werden könnte. Wer die Neumann'schen Principien auf eigene Untersuchungen anwenden will, muss die citirte Abhandlung selbst studiren. Ich kann hier nur einige der von Neumann entwickelten Sätze (ohne Beweis) hinstellen, die auch ausser dem Zusammenhange einigermaassen verständlich sind.

Stellt man sich vor, ein Lichtstrahl gehe durch einen Körper von der gedachten Beschaffenheit, so ist klar, dass derselbe nicht bloss beim Uebertritt aus einem einfach brechenden Medium (Luft, Wasser oder dergleichen) in den Körper in zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen gespalten wird, sondern auch beim weiteren Fortgange im Inneren müsste jeder Strahl, sowie er ein neues Molekül erreicht, von Neuem in zwei solche Strahlen gespalten werden, da er auf jedem Punkte seiner Bahn gleichsam ein neues anders orientirtes doppelt brechendes Krystallindividuum erreicht. Irgend ein einfacher Strahl würde demnach, wenn er eine endliche Strecke in dem Körper zurückgelegt hätte, in unendlich viele Strahlen zerfallen sein, deren jeder eine krummlinige Bahn im Inneren verfolgt. Müssten nun wirklich diese unendlich vielen Spaltungen in Betracht gezogen werden, dann wären die Schwierigkeiten des Problemes wohl unübersteiglich, und es würde unmöglich sein, die beobachteten Erscheinungen mit den Folgerungen aus der Theorie zu vergleichen. Neumann hat aber gezeigt, dass es nicht nöthig ist, diese Spaltungen in Betracht zu ziehen, sowie es erlaubt ist anzunehmen, dass die doppelt brechende Kraft der einzelnen Moleküle sehr gering ist, dass mit anderen Worten die Verhältnisse der Hauptaxen der Aetherelasticität für jeden Punkt nicht viel von der Einheit verschieden sind. Neumann hat ferner gezeigt, dass diese Annahme in den Fällen, auf die er seine Theorie anwendet, wirklich gerechtfertigt ist. Es sind dies die Fälle, wo in einem isotropen Medium durch mechanisch oder thermisch hervorgerufene Unterschiede der inneren Spannungen Doppelbrechung entsteht. Oh für die doppelt brechenden organischen Bil-

*) Valentin erwähnt allerdings in seinem Buche über mikroskopische Untersuchungen im polarisirten Lichte die Neumann'sche Arbeit, macht aber keinerlei Gebrauch von ihren Ergebnissen zur Deutung der Erscheinungen.

dungen die fragliche Annahme auch gemacht werden darf, ist allerdings nicht ohne Weiteres sicher, jedoch wird es wahrscheinlich, wenn man bedenkt, dass vielleicht die organischen Gewebselemente, Membranen, Fasern, geschichtete Kugeln etc., ihre doppelt brechenden Eigenschaften eben nur Molekularspannungen verdanken, die ihnen durch die Ernährungs- und Quellungsverhältnisse und dergleichen mechanisch aufgezwungen werden. Unter jener Annahme beweist nun Neumann: 1. Die Bahnen der Lichtstrahlen im Inneren des Körpers können bei Berechnung der Interferenz (und der durch sie bedingten Farbenerscheinungen) als geradlinig betrachtet werden. 2. Die nach dem Austritte miteinander interferirenden Strahlen können angesehen werden, als hätten sie den Körper in derselben Richtung durchlaufen. Diese beiden Sätze vereinfachen die Theorie bedeutend.

Bei Anwendung der Theorie auf einzelne Fälle zeigt sich, dass zu- 275
weilen ganz ähnliche Erscheinungen zu erwarten sind, wie an Platten einaxiger Krystalle, welche zur optischen Axe senkrecht geschnitten sind. So behandelt z. B. Neumann den Fall einer Glaskugel, in welcher die Temperaturen und mithin die molekulären Spannungen in jeder concentrischen Elementarschicht gleich sind. Dieser Fall dürfte für unsere Zwecke vielleicht von besonderer Wichtigkeit sein, da höchst wahrscheinlich in concentrisch geschichteten Bildungen — wie Stärkemehlkörnern — eine analoge Vertheilung der Spannungen statthat. Eine solche Kugel muss nun nach der Neumann'schen Theorie im polarisirten Lichte concentrische Farbenringe mit dunklem resp. hellem Kreuze zeigen, ähnlich wie eine zur Axe senkrecht geschnittene Platte eines einaxigen Mediums. Die Grösse der Ringe ist einem besonderen Gesetze unterworfen, das die Erscheinung von der am einaxigen Krystalle unterscheidet. Der Charakter der Farbenerscheinung bezüglich der Reihenfolge der Farben im Ringsysteme ist analog dem in positiven Krystallen (z. B. Bergkrystall) wahrzunehmenden, wenn die Temperatur vom Mittelpunkte der Kugel nach der Oberfläche wächst. Im entgegengesetzten Falle, wenn die Temperatur vom Mittelpunkte der Kugel nach der Oberfläche abnimmt, ist der Charakter der Farbenfolge ähnlich wie bei einem negativen Krystalle (z. B. Kalkspath). Dieser Satz scheint bei Ausdeutung allfälliger Beobachtungen an organischen kugeligen Gebilden keiner Anwendung fähig zu sein, da es sich hier jedesfalls nicht um Spannungen handelt, welche durch Temperaturunterschiede hervorgerufen sind. Die Anwendbarkeit springt aber sofort in die Augen, sowie man dem Satze eine etwas andere Fassung giebt. Der wesentliche Unterschied der beiden Fälle läuft nämlich darauf hinaus, dass die radiale Richtung für jeden Punkt der Kugel im einen Falle die Richtung der grössten, im andern aber die der kleinsten Aetherelasticität ist. Es kann also aus dem Charakter der Farbenerscheinung in diesem Sinne ein Schluss gemacht werden; die Verschiedenheit der Aetherelasticität in verschiedenen Richtungen mag durch Temperaturverschiedenheiten oder durch andere Ursachen bewirkt sein.

Ein anderer von Neumann untersuchter besonderer Fall dürfte

für unsere Zwecke von Interesse sein, nämlich der einer hohlen Kugelschale, auf welche von innen und von aussen verschiedene Druckkräfte wirken. Dadurch werden natürlich in der Kugelschale molekuläre Spannungen erzeugt und mithin Doppelbrechung. Es wird nun auch hier gezeigt, dass concentrische Farbenringe mit farblosem Kreuze entstehen müssen, ähnlich den an einaxigen Krystallplatten. Der Charakter der Farbenfolge gleicht hier dem der positiven Krystalle, wenn der innere Druck den äusseren übertrifft, und dem der negativen Krystalle, wenn der äussere Druck höher ist. Dieser Satz kann vielleicht ganz directe Anwendung erleiden bei Untersuchungen thierischer Gewebe, denn es dürften sehr wahrscheinlich bläschenartige Gebilde vorkommen, welche doppelt brechend wirken in Folge verschiedenes Druckes innen und aussen. Die Farbenerscheinungen könnten alsdann Aufschluss darüber geben, ob der äussere oder innere Druck höher wäre. Daraus liessen sich dann auch noch weitere Folgerungen ziehen; denn wenn sich z. B. ergäbe, dass der äussere Druck höher ist als der innere, so müssten wir der Wandung des kugeligen Gebildes einen relativ hohen Grad von Starrheit zuschreiben.

276 Bei der mikroskopischen Untersuchung von Geweben im polarisirten Lichte muss man noch eine andere Reihe von Phänomenen beachten, die zum Theil schon vor längerer Zeit beobachtet worden sind, denen aber erst in jüngster Zeit von dem Physiker Fizeau und dem Anatomen Ronget mehr Aufmerksamkeit geschenkt ist. Im Allgemeinen wird nämlich der Polarisationszustand eines Strahles verändert, wenn derselbe an einer Begrenzungsfläche oder Kante eines durchsichtigen oder undurchsichtigen Körpers vorbeistreift, mag dieser Körper einfach oder doppelt brechend sein. Liegt also ein beliebiges Körperchen zwischen gekreuzten Nicol'schen Prismen unter dem Mikroskope, so ist klar, dass an den Contouren des Körperchens eine Anhellung des Gesichtsfeldes eintreten kann, auch wenn die Substanz des Körperchens einfach brechend ist; und wenn noch ein Gypsblättchen eingeschoben ist, so kann die Farbe des Gesichtsfeldes an den Rändern des Körperchens verändert werden, ohne dass Doppelbrechung im Spiele wäre, und umgekehrt kann durch die Wirkung der Ränder hier die Farbe des Gypsblättchens erscheinen, obwohl die Substanz des Körperchens doppelt brechend ist. Die Theorie dieser Wirkungen ist noch so gut wie gänzlich unentwickelt, es ist daher noch nicht möglich, allgemeine Regeln für diese Erscheinungen aufzustellen. Wir müssen uns darauf beschränken, einige der Erscheinungen als solche mitzutheilen, um zu zeigen, wie vorsichtig man sein muss, wenn man aus Farbenerscheinungen im polarisirten Lichte auf doppelt brechende Eigenschaften der Farben zeigenden Körper schliessen will.

Bringt man unter das Mikroskop zwischen gekreuzte Nicol'sche Prismen ein Gypsblättchen von gewisser Dicke, so erscheint bekanntlich das Gesichtsfeld bei einer gewissen Orientirung des Blättchens hell in purpurrother Färbung. Bringt man jetzt auf den Objecttisch noch eine dünne Wasserschicht zwischen zwei Glasplatten (einem Objectträger und

einem Deckgläschen), so ändert dieselbe im Ganzen nicht die Farbe nnd Helligkeit des Gesichtsfeldes, da ja Glas und Wasser isotrope Medien sind. Machen aber die vier freien Ränder der Wasserschicht Winkel von 45° mit den Hanptschnitten der Nicol'schen Prismen, so erscheinen zwei einander parallele Ränder hlan und die beiden anderen erscheinen gelh. Feste durchsichtige Platten organisches oder mineralisches Ursprunges zeigen dieselbe Erscheinung, auch wenn ihre Substanz isotrop ist. Ein Tropfen mit convexer Oberfläche von Wasser, Glycerin oder einer anderen isotropen Flüssigkeit zeigt nnter den gedachten Bedingungen Farbenveränderungen, die nicht anf den äussersten Rand beschränkt sind. Je kleiner der Tropfen und je convexer mithin seine Oberfläche ist, um so mehr breitet sich die Farbenänderung vom Rande nach dem Mittelpunkte desselben aus. Wenn feste flüssige oder halbflüssige Körper Erhebungen oder Vertiefnngen an der Oberfläche haben, so zeigen anch diese nnter den gedachten Bedingungen Farbenerscheinungen. So erscheinen auf einer Glasplatte eingerissene Striche hlan oder gelh anf dem Purpurgrnnde des Gypsblättchens je nach dem Winkel, den sie mit den Hauptebenen der Nicol'schen Prismen machen.

Bei einigen dieser Erscheinungen, ist man allerdings versucht doch an Doppelhrechung zu denken, hervorgehracht durch die capillare Spannung an der freien Oberfläche von Flüssigkeitsmassen. In der That mnss ja die Molekularanordnung in der änssersten Schicht einer Flüssigkeit eine andere sein als im Inneren, und diese Schicht kann also auch eine andere Wirkung anf das polarisirte Licht haben. Wäre dies aber auch in der That der wahre Grund eines Theiles der beschriebenen Erscheinungen, so läge darin doch ein wesentlich anderes Erklärungsprincip für Farbenerscheinnngen im polarisirten Lichte, als das hisher vorwiegend angewandte, wonach man stets auf doppelt hrechende Eigenschaften zu schliessen gewohnt ist, welche der fraglichen Substanz vermöge ihrer chemischen Constitution innewohnen. Es giebt übrigens noch manche andere hierhergehörige Erscheinungen, namentlich viele von Fizeau an nndurchsichtigen Körpern beobachtete, die kaum zurückzuführen sein dürften anf Doppelhrechung in der freien Grenzschicht eines sonst isotropen Medinms. Es würde indessen die Grenzen dieses Werkes übsrschreiten, wollten wir alle diese Erscheinungen noch hesprechen. Wer sich näher für den Gegenstand interessirt, findet die Abhandlnngen Fizeau's im Jahrgang 1862 von Poggendorff's Annalen.

Neuntes Kapitel.

Geometrische Principien der Horopterlehre.

Es soll hier noch ein Gegenstand behandelt werden, der zwar streng 277
genommen nicht znr physikalischen Lehre vom Lichte gehört, den aber

doch der Leser berechtigt ist in diesem Abschnitte des vorliegenden Werkes zu suchen, sofern derselbe soviel als möglich von dem enthalten soll, was zum Verständnisse der physiologischen Optik an Vorkenntnissen erfordert wird. Es handelt sich um ein eigentlich rein geometrisches Problem, das die physiologische Optik stellt, wenn sie nach dem sogenannten Horopter fragt. Suchen wir uns zunächst zu verständigen über die Vorstellung, die man gegenwärtig mit dem Worte Horopter verbindet.

Es ist keinem Zweifel unterworfen, dass jedem sensibelen Punkte der Retina des rechten Auges ein sensibeler Punkt im linken Auge derart entspricht, dass zwischen den von beiden Punkten gelieferten Empfindungen eine gewisse Beziehung besteht. Mag diese Beziehung eine im anatomischen Bau des Nervensystems begründete *angeborene* oder (was mir wahrscheinlicher ist) eine durch Gewöhnung beim Gebrauche der Augen als Sehorgan erworbene sein, sie veranlasst uns, die Ursachen der von zwei so correspondirenden Punkten der beiden Netzhäute gelieferten Lichtempfindungen vorzugsweise gern an demselben Orte im äusseren Raume vorzustellen. Ob eine unausweichliche Nöthigung dazu bestehe, darüber sind die Meinungen unter den Physiologen noch immer getheilt. Viele nehmen es an manche gehen sogar so weit, zu behaupten, die Erregung zweier „*identischer*" Stellen — so nennt man die in der bezeichneten Weise zusammengehörigen Paare empfindender Punkte — führe gar nicht zu *zwei* Empfindungen, sondern veranlasse ursprünglich bloss eine einzige *Empfindung*. Es ist natürlich Aufgabe der *Physiologie*, zu beurtheilen, ob sich diese Annahme überhaupt mit den allgemein anerkannten Grundsätzen über das Wesen der Nerventhätigkeit unter den gegebenen anatomischen Bedingungen vertrage. Es genügt hier angeführt zu haben, dass diese Annahme Vertheidiger hat. Andere Physiologen bleiben eben dabei stehen, wie angedeutet, zu behaupten, wir seien *gezwungen*, bei Erregung zweier identischer Stellen beider Netzhäute uns die Ursachen beider Erregungen resp. beider Lichtempfindungen am selben Orte vorzustellen, oder wenigstens sie uns vorzustellen auf derselben Richtungslinie des Sehens. Bei letzterer Annahme insbesondere ist dann stillschweigend oder ausdrücklich vorausgesetzt, das Bewusstsein nehme beim Sehact einen einzigen bestimmten Punkt im Raume als Standpunkt ein, von welchem die Richtungslinien des Sehens ausgehend gedacht werden müssen. Es wird dabei verzichtet auf die Annahme, wir hätten ein Bewusstsein darüber, dass wir mit jedem Auge von einem andern Standpunkte in den Raum hinausschauen. Die Vertheidiger dieser Lehre behaupten ferner, dass die Ursachen der von zwei nichtidentischen Stellen der beiden Netzhäute gelieferten Lichtempfindungen schlechterdings niemals am selben Orte vorgestellt werden könnten, sofern die Vorstellung einzig durch jenen im Einzelnen sich unbewusst vollziehenden psychischen Mechanismus zu Stande kommt, den wir eben den Sehact nennen.

Im Gegensatze hierzu behaupten andere Physiologen, es gebe keine Paare identischer Netzhautstellen in dem Sinne, dass die Ursachen der

von beiden gelieferten Empfindungen *nothwendig* an demselben Orte vorgestellt würden, und dass die von einem anderen Stellenpaare gelieferten Empfindungen nothwendig auf räumlich getrennte Ursachen bezogen würden. Im Gegentheil nehmen diese Physiologen an, es könne sich eine bestimmte Stelle der linken Retina unter verschiedenen Umständen mit verschiedenen Stellen der rechten Retina in solche Beziehung setzen, dass die von den beiden Stellen gelieferten Lichtempfindungen auf ein und dieselbe Ursache an einem Orte des Raumes bezogen werden. Wer aber auch immer diese Lehre für richtig hält, wird dennoch bereitwillig zugehen, dass jedem Punkte der linken Netzhaut nur *ein bestimmter* Punkt der rechten Netzhaut entspricht, dessen Empfindungen *vorzugsweise gern* auf eine Ursache bezogen werden, die sich am selben Orte befindet, wie die Ursache der Empfindung jenes Punktes der linken Netzhaut, oder mit dieser Ursache identisch ist. Wir können daher den Begriff der identischen Netzhautstellen festhalten, wir mögen uns zu den principiellen Fragen stellen wie wir wollen, wenn wir eben unter identischen Stellen diejenigen verstehen, deren Eindrücke jedesfalls vorzugsweise gern auf ein und dieselbe Ursache bezogen werden. Es hat daher auch vom Standpunkte jeder Ansicht aus die Frage nach dem „*Horopter*" einen Sinn, d. h. die Frage nach dem Inbegriff derjenigen Punkte des äusseren Raumes, deren optische Bilder in beiden Augen auf identische Netzhautstellen fallen.

Um das Problem des Horopters anzugreifen, muss man vor allen 278
Dingen die Anordnung der identischen Stellen auf beiden Netzhäuten kennen. Da die Lage von Netzhautpunkten als solcher nicht ins Bewusstsein fällt und auch nicht an einem andern Lebenden genau ausgemittelt werden kann, ist es zweckmässig, statt der Lage von Netzhautstellen die Lage der Richtungen anzugehen, in welchen ein leuchtender Punkt gelegen sein muss, wenn ein deutliches optisches Bild desselben auf die betreffende Netzhautstelle soll fallen können. Offenbar ist diese Richtung *eine* in Beziehung zum Augapfel ganz bestimmte, so lange der dioptrische Apparat des Auges seine Einrichtung beibehält. Die fragliche Richtung ist nach den früher auseinandergesetzten Principien eine durch den ersten Knotenpunkt zur Verbindungslinie des zweiten Knotenpunktes mit der betreffenden Netzhautstelle parallel gezogene Gerade. Sowie freilich die Einrichtung des dioptrischen Apparates eine andere wird, ändern möglicherweise die Knotenpunkte ihre Lage, und es kann sich dann mit einer bestimmten Netzhautstelle eine andere Richtung des Sehens verknüpfen. Wir wollen jedoch von dieser Aenderung absehen, d. h. mit anderen Worten voraussetzen, wir hätten es lediglich zu thun mit dem Auge bei ruhendem Accommodationsapparate. Wir können alsdann dem System der Netzhautpunkte substituiren ein System von geraden Linien, die alle vom ersten Knotenpunkte ausgehen und von denen jede eine bestimmte Lage in Beziehung zum Augapfel hat, von denen jede z. B. an einem ganz bestimmten Punkte der vorderen Hornhautfläche aus dem Auge

austritt. Wir können dann auch, statt zu fragen, welche Stelle der linken Netzhaut entspricht dieser oder jener bestimmten Stelle der rechten; vielmehr die Frage so stellen: welche Linie des zum linken Auge gehörigen Linienbüschels correspondirt dieser oder jener Linie des zum rechten Auge gehörigen Büschels? Die Beziehung zwischen zwei so correspondirenden Linien wäre alsdann dahin zu definiren, dass, wenn auf jeder von beiden ein leuchtender Punkt läge (und der eine nur in das eine, der andere nur in das andere Auge schiene), die beiden hervorgerufenen Lichtempfindungen vorzugsweise gern auf eine Ursache an ein und demselben Orte des äusseren Raumes bezogen werden; natürlich, denn die optischen Bilder der beiden leuchtenden Punkte erregten ja identische Netzhautstellen. Die Substitution eines Linienbüschels oder Strahlenbüschels (im Sinne der Geometrie) statt des Systemes von Netzhautpunkten hat besonders den Vorzug, dass man seine Beschaffenheit durch Versuche am Lebenden ausmitteln kann. Wir wollen nunmehr geradezu von „identischen Richtungslinien" sprechen, und darunter je zwei Linien der beiden Büschel verstehen, welche einander in der beschriebenen Weise correspondiren.

279 Es hat bis vor ganz kurzer Zeit als eine ausgemachte Sache gegolten, die beiden Büschel der Richtungsstrahlen müssten nothwendig so beschaffen sein, dass man beide dergestalt aufeinander legen könnte, dass jede Richtungslinie des einen Bündels mit der identischen des andern zusammenfiele. Wenn die beiden Büschel diese Beschaffenheit haben, so müssen Augenstellungen denkbar sein, bei welchen je zwei identische Richtungsstrahlen einander parallel wären. Selbstverständlich könnten dies immer nur solche Augenstellungen sein, bei denen die „Gesichtslinien" oder „Blickrichtungen" parallel sind. Die beiden Gesichtslinien, d. h. die zu den Mitten der gelben Flecke gehörigen Richtungslinien, sind nämlich jedesfalls identische, sie müssen also sicher auch parallel sein, wenn jede zwei identische Richtungslinien parallel sein sollen. Lassen wir fürs Erste diese Beschaffenheit der beiden Büschel von Richtungslinien gelten und leiten unter dieser Voraussetzung den Horopter für verschiedene Augenstellungen ab. Mit Hülfe des jetzt eingeführten Begriffes der identischen Richtungslinien lässt sich der Horopter für eine gegebene Augenstellung leicht definiren als der Inbegriff aller Durchschnittspunkte identischer Richtungslinien.

Denken wir uns zunächst den Fall paralleler Stellung der Gesichtslinien, und es seien beide Augen um ihre respectiven Gesichtslinien so orientirt, dass jede zwei identischen Richtungslinien parallel sind, dann ist offenbar eine unendlich entfernte zur Antlitzfläche parallele Ebene der Horopter. In den Punkten dieser Ebene schneiden sich nämlich alle Paare identischer Richtungslinien, da jedes ein Paar von Parallelen ist, und parallel sein ist gleichbedeutend mit Schneiden in unendlicher Ferne. Es kann gleich bemerkt werden, dass dies der einzige Fall ist, in welchem jedes Paar von identischen Richtungslinien einen Durchschnittspunkt hat.

Digitized by Google

Wenn es eine einzige Lage der parallel gerichteten Gesichtslinien giebt, bei welcher wirklich alle Paare identischer Richtungslinien Paare von Parallelen sind, und wenn ferner das bekannte Listing'sche Gesetz der Augenbewegungen wirklich gültig ist (und nach den neueren Versuchen von Helmholtz scheint es in der That wenigstens sehr annähernd zu gelten), dann sind stets alle Paare identischer Richtungslinien Paare von Parallelen, sowie die Gesichtslinien parallel sind, diese mögen übrigens eine Richtung haben welche sie wollen. Mit anderen Worten heisst dies, sowie ein unendlich ferner Punkt (nach welcher Richtung derselbe auch liegen mag) fixirt wird, so ist eine der Antlitzfläche parallele, unendlich ferne Ebene der Horopter, und es müssen mithin auch alle unendlich fernen Punkte ausser dem fixirten einfach gesehen werden. Es scheint, dass die Erfahrung diesen Satz bestätigt, wenigstens hat noch kein Beobachter angegeben, dass er von den Sternen irgend einen doppelt sehe, wenn er einen derselben fixirt. Dass in der That, wie schon bemerkt, der betrachtete Fall der einzige ist, wo für jedes Paar identischer Richtungslinien ein Durchschnittspunkt (in unendlicher Ferne) existirt, ist leicht zu sehen. Man findet in der Anschauung sofort, dass bei irgend einer andern Stellung der beiden Linienbüschel im Allgemeinen identische Linien aneinander vorbeischiessen, und dass nur allemal einzelne aus einer unendlichen Schaar zur Durchschneidung kommen können. Ihre Anzahl kann freilich selbst wieder unendlich gross sein und ist es wirklich, wie wir bald zeigen werden, aber sie ist dennoch unendlich klein gegen die ganze Anzahl der Linien des Büschels, die eben unendlich von einer höheren Ordnung ist.

Um jetzt für andere Augenstellungen den Horopter zu bestimmen, 280
wollen wir eine von Hering*) ersonnene, sehr zweckmässige elementargeometrische Methode befolgen. Wir theilen zunächst die Linien unserer Büschel in ebene Gruppen und zwar folgendermaassen. Man denke sich die beiden Büschel der Richtungslinien in der Lage, welche sie einnehmen, wenn beide Gesichtslinien parallel geradeaus nach vorn gerichtet sind, so dass jedes Paar identischer Richtungslinien ein Paar von Parallelen ist. Nun legen wir eine wagerechte Ebene durch die beiden Gesichtslinien, sie wird natürlich auch die sogenannte Grundlinie, d. h. die Verbindungslinie, zwischen den beiden Knotenpunkten enthalten. Nach den vorhin gemachten Voraussetzungen sind die beiden ebenen Gruppen von Richtungsstrahlen, welche in dieser Ebene liegen, Gruppen identischer Richtungslinien, d. h. jeder in dieser Ebene liegenden Richtungslinie des rechten Auges entspricht eine des linken Auges, welche in derselben Ebene liegt. Legen wir nun durch die Grundlinie bei der gedachten Augenstellung irgend eine an-

*) Beiträge zur Physiologie, drittes Heft. Im vierten Hefte giebt Hering eine noch allgemeinere und elegantere Methode zur Horopterbestimmung, die aber schwieriger für die Anschauung ist.

dere Ebene, so enthält sie gleichfalls zwei Gruppen identischer Richtungslinien beider Augen. Denken wir uns also die unendlich vielen Ebenen, welche durch die Grundlinie gelegt werden können, die theils nach unten theils nach oben von der zuerst gedachten abweichen, so haben wir die sämmtlichen Richtungslinien auf eine Weise in ebene Gruppen vertheilt. Wir wollen diese Gruppen „Querschnitte" nennen, und die zuerst construirte Ebene heisse der mittlere Querschnitt. Wir können die beiden Büschel von Richtungslinien nun noch auf eine andere Weise in identische ebene Gruppen vertheilen. Man stelle bei der fraglichen Augenstellung längs der beiden parallelen Gesichtslinien Ebenen senkrecht auf den mittleren Querschnitt. Offenbar enthalten diese beiden Ebenen wieder lauter identische Richtungslinien, sie sollen die mittleren Längsschnitte heissen. Zwei andere Gruppen von lauter identischen Richtungslinien erhält man dann offenbar, wenn man durch die beiden Knotenpunkte zwei andere Ebenen senkrecht auf die mittlere Querschnittsebene stellt, welche mit den mittleren Längsschnitten nach derselben Seite gleiche Winkel einschliessen. Indem wir alle die unendlich vielen möglichen Ebenen derart gelegt denken, haben wir auf eine zweite Weise die sämmtlichen Richtungslinien in ebene Gruppen vertheilt. Diese zweite Schaar von Ebenen wollen wir die Längsschnitte nennen. Die Längsschnitte jedes Auges schneiden einander sämmtlich in einer im Knotenpunkte auf den mittleren Querschnitt senkrecht gestellten Geraden.

281 Gehen wir jetzt den Augen eine andere Lage, so fallen identische Querschnitte beider Augen im Allgemeinen nicht mehr in eine Ebene zusammen, und identische Längsschnitte sind nicht mehr im Allgemeinen parallel, wie dies in der erstgedachten Lage der Fall war. Wenn wir aber in der neuen Lage der Augen nur wissen, wie die Gesichtslinien und die mittleren Querschnitte liegen, so können wir zu jedem Querschnitte des einen Auges den identischen des andern angeben, denn er muss mit dem mittleren Querschnitt denselben Winkel bilden. Ebenso ist es mit den Längsschnitten; denn erstens ist die Lage der beiden mittleren Längsschnitte bekannt, sowie die Lage der mittleren Querschnitte und der Gesichtslinien darin gegeben ist, da der mittlere Längsschnitt auf dem mittleren Querschnitte längs der Gesichtslinie senkrecht steht. Identische Längsschnitte machen aber mit den mittleren Längsschnitten gleiche Winkel.

Jede einzelne Richtungslinie liegt in einem bestimmten Querschnitte und in einem bestimmten Längsschnitte, und ist also gegeben, wenn der Querschnitt und der Längsschnitt gegeben ist, in denen sie liegt. Die identische Richtungslinie des andern Auges liegt natürlich im identischen Querschnitt und im identischen Längsschnitt.

Man kann die Querschnitte und Längsschnitte auch auf die Netzhäute beziehen, und darunter die Linien verstehen, in welchen die definirten Ebenen die Netzhäute durchschneiden. Wäre die Netzhaut eine Kugelfläche um den Knotenpunkt, so würden alsdann die Querschnitte ein System von Meridianen darstellen, dessen Pole an den Enden einer Aequa-

torialaxe des Auges lägen, die bei der Ausgangsstellung wagerecht von rechts nach links geht. Die Längsschnitte wären ein System von Meridianen, dessen Pole in der Ausgangsstellung an den Enden der senkrechten Aequatorialaxe lägen. Da aber die Gestalt der Netzhaut von einer um den Knotenpunkt beschriebenen Kugelfläche bedeutend abweicht, so wollen wir wie bisher nicht auf sie zurückgehen, sondern stets die nach aussen gezogenen Richtungslinien der Betrachtung zu Grunde legen und unter den Schnitten ebene Scharen solcher Richtungslinien verstehen.

Es ist gut zu bemerken, dass die Schar der Querschnitte eine zur Gesichtslinie senkrecht aufgestellte Tafel in einer Schar paralleler gerader Linien schneidet. Ebenso schneidet die Schar der Längsschnitte eine solche Tafel in einer Schar paralleler gerader Linien und zwar stehen diese beiden Scharen von Linien auf einander senkrecht. Die erstere ist wagerecht für die Ausgangsstellung des Auges, in welcher der mittlere Querschnitt im Horizont liegt. Solche Scharen paralleler gerader Linien, gezogen auf einer zur Gesichtslinie senkrechten Tafel, bilden sich also auf einem Meridiansysteme der Netzhaut ab, dessen Pole an den Enden einer Aequatorialaxe liegen.

Wir denken uns jetzt die beiden Augen in irgend eine Lage und mit 282
jedem in fester Verbindung sein Querschnittsystem und Längsschnittsystem. Stellen wir uns insbesondere einen bestimmten Querschnitt des rechten Auges vor, und dazu den identischen Querschnitt des linken, so werden sich diese beiden Ebenen (da sie nicht mehr allgemein in eine Ebene zusammenfallen) irgendwo im Raume längs einer geraden Linie schneiden. Nehmen wir nun einen dem ersten unendlich benachbarten Querschnitt des rechten und wieder den identischen des linken Auges, so schneiden diese beiden Ebenen einander offenbar längs einer Geraden, welche jener erst construirten Geraden im Raume unendlich nahe liegt, ohne jedoch im Allgemeinen mit ihr einen Punkt gemein zu haben. Gehen wir so stetig nacheinander alle die unendlich vielen Paare identischer Querschnitte durch, so erhalten wir eine Schar von unendlich vielen Durchschnittslinien, die stetig aufeinander folgen, und somit eine Fläche darstellen, die wir den Horopter der Querschnitte nennen wollen. Beiläufig gesagt, ist diese Fläche der Construction zufolge allemal eine geradlinige Fläche*) zweiter Ordnung, also entweder ein Cylinder, oder ein Kegel oder ein einschaliges Hyperboloid oder ein System zweier Ebenen. Ziehen wir zu irgend einem Punkte dieser Fläche die Richtungslinien aus beiden Knotenpunkten, so liegen dieselben jedesfalls in identischen Querschnitten, sind jedoch nicht im Allgemeinen identische. Nehmen wir jetzt in derselben Weise die sämmtlichen Paare identischer Längsschnitte durch, so liefert wieder jedes Paar eine gerade Durchschnittslinie und die ganze Schar dieser Durchschnittslinien bildet eine Fläche derselben Art, die wir den Horopter der Längsschnitte nennen können.

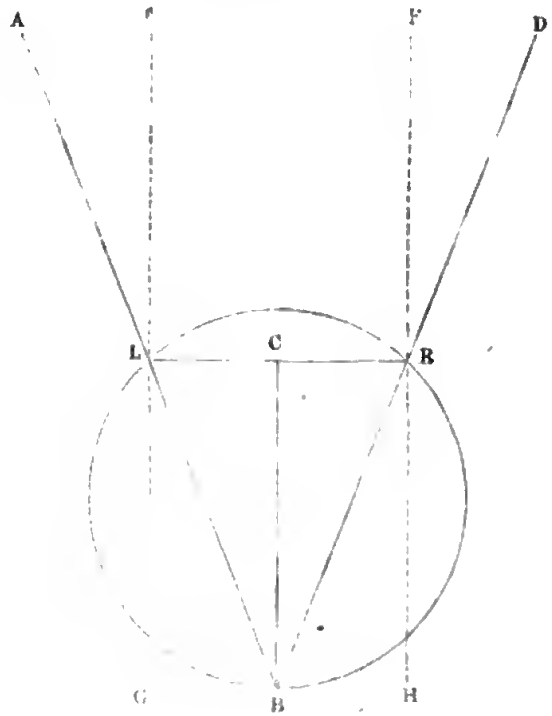
*) Was die Franzosen „surface règlée“ nennen.

Die beiden soeben construirten krummen Flächen werden einander im Allgemeinen längs einer doppelt gekrümmten Curve schneiden, und diese ist der Horopter für die gedachte Augenstellung, d. h. der Inbegriff aller derjenigen Punkte, welche in beiden Augen auf identischen Stellen abgebildet werden, oder, was dasselbe sagt, das zu irgend einem Punkte dieser doppelt gekrümmten Curve gezogene Paar von Richtungslinien ist ein Paar identischer Richtungslinien. Dies ist aus der Construction unmittelbar einleuchtend. In der That denken wir uns die beiden Richtungslinien, welche aus den beiden Knotenpunkten nach irgend einem Punkte der construirten Curve gezogen sind. Sie liegen in identischen Querschnitten, da der Punkt, zu welchem sie gezogen sind, dem Horopter der Querschnitte angehört; sie liegen aber auch in identischen Längsschnitten, da der Punkt, zu dem sie gehen, auch dem Horopter der Längsschnitte angehört, denn er liegt ja der Voraussetzung nach auf der Durchschnittscurve des Querschnitthoropters mit dem Längsschnitthoropter. Zwei Linien aber, welche sowohl in identischen Quer- als in identischen Längsschnitten liegen, sind identische Richtungslinien.

283 Wir wollen jetzt einige besondere Fälle betrachten, um die Sache anschaulicher zu machen. Als ersten fingiren wir eine Augenstellung, die zwar (wofern Listing's Gesetz gültig ist) in Wirklichkeit nie vorkommt, die aber ein bemerkenswerthes Beispiel für die Construction abgiebt. Wir denken uns die Gesichtslinien parallel gerade nach vorn gerichtet, und die Augen symmetrisch um die Gesichtslinien gedreht, so dass nicht mehr wie sonst bei dieser Blickrichtung die beiden mittleren Querschnitte zusammen in den Horizont fallen, sondern dass der mittlere Querschnitt des rechten Auges sich nach rechts unter den Horizont neigt, und dass der linke mittlere Querschnitt sich nach links um denselben Winkel unter den Horizont neigt. Man sieht ganz leicht, dass in diesem Falle der Horopter der Querschnitte erstens aus der Medianebene des Kopfes besteht (natürlich muss dieselbe ins Unendliche erweitert gedacht werden), denn je zwei identische Querschnitte liegen symmetrisch im Kopfe und schneiden sich also in einer in der Medianebene gelegenen Geraden. Dazu kommt aber noch die durch die Grundlinie gelegte Verticalebene, denn in ihr fallen diejenigen beiden identischen Querschnitte gänzlich zusammen, welche auf den mittleren Querschnitten senkrecht stehen. Horopter der Längsschnitte ist erstens eine Ebene, welche der „Visirebene", d. h. der die beiden Gesichtslinien enthaltenden Ebene parallel verläuft und unterhalb derselben liegt in einer Entfernung davon, die aus folgender Betrachtung leicht ersichtlich ist. Seien Fig. 106 L und R die Knotenpunkte des linken und des rechten Auges, LR also die Grundlinie, und die Ebene der Zeichnung sei senkrecht auf der Visirebene, so dass die beiden Gesichtslinien in L und R auf der Ebene des Papiers senkrecht stehende Gerade wären. Die punktirten Linien EG und FH sind also die gemeinsamen Durchschnittslinien sämmtlicher Längsschnitte in beiden Augen bei der ursprünglichen Normalstellung. Bei der Stellung, von welcher wir jetzt

sprechen, haben sich dieselben symmetrisch nach beiden Seiten geneigt, wie AB und DB, und schneiden sich im Punkte B. Im Punkte B müssen

Fig. 106.



sich demnach jedesfalls alle Paare identischer Längsschnitte schneiden, da er allen Längsschnitten beider Augen überhaupt angehört. Er gehört also ohne Zweifel dem Horopter der Längsschnitte an. Dieser ist aber, wie sich aus ziemlich einfachen Betrachtungen ergiebt, eine zur Visirebene parallele Ebene. Ihr Abstand davon ist demnach, da ihr der Punkt B angehört, die Linie BC in der Figur. Zu dieser Ebene kommt aber als Bestandtheil des Horopters der Längsschnitte wiederum die Verticalebene durch die Grundlinie, denn hierin fallen die beiden identischen Längsschnitte zusammen, welche auf den mittleren Längsschnitten senkrecht stehen. Der wirkliche Horopter für die vorausgesetzte Augenstellung ist also der Durchschnitt der beiden Ebenen, d. h. der Medianebene und jener durch B zur Visirebene parallel gelegten Ebene. Er ist also eine in B zur Ebene der Zeichnung senkrecht gestellte Gerade. Die beiden anderen Bestandtheile des Horopters der Längsschnitte und des Horopters der Querschnitte führen zu keiner Bestimmung, weil sie gar nicht in Wahrheit verschieden sind, denn es sind die Querschnitte, welche zugleich Längsschnitte sind. Gleichwohl aber kommt zum wirklichen Horopter noch ein Bestandtheil, nämlich eine Kreislinie, welche durch die beiden

Knotenpnnkte und den Pnnkt B in der Figur geht, wie sich aus anderen Betrachtungen leicht ergiebt.

284 Wir wollen zweitens die Augen so gestellt denken, dass die mittleren Querschnitte in eine Ebene zusammenfallen (welche Ebene wir uns horizontal vorstellen können), nnd dass darin die Gesichtslinien auf einen in der Medianebene endlich entfernt gelegenen Punkt symmetrisch convergiren*). Die übrigen Paare identischer Querschnitte schneiden einander in diesem Falle offenbar in lauter geraden Linien, welche sämmtlich der Medianehene angehören, und deren ganze Schar geradezu die Medianehene hildet. Horopter der Querschnitte ist also die Zusammenstellung der Medianebene mit der horizontalen Visirebene, in welche letztere die beiden mittleren Querschnitte znsammenfallen. Da die Längsschnitte sämmtlich auf dem Horizonte senkrecht stehen, so schneiden je zwei identische Längsschnitte einander in einer zum Horizonte, oder, was hier dasselhe sagt, zur Visirebene senkrechten Geraden. Die Durchschnittslinie der beiden mittleren Längsschnitte insbesondere steht im fixirten Punkte auf der Visirehene senkrecht. Die übrigen Durchschnittslinien identischer Längsschnitte bilden offenbar einen geraden Cylindermantel, der noch durch die Knotenpunkte heider Augen geht. Dieser Cylinder ist also Horopter der Längsschnitte. Der wirkliche Horopter ist folglich der Durchschnitt dieses Cylinders und jenes räumlichen Gebildes, das aus der Medianebene und der Visirebene hesteht. Nun ist offenbar dieser Durchschnitt erstens derjenige Kreis in der Visirebene, welcher durch die beiden Knotenpunkte und den fixirten Punkt geht — der bekannte Müller'sche Horopterkreis —, zweitens eine im Fixirpunkte zur Visirebene senkrechte Gerade. In dem Kreise schneidet nämlich der Cylinder, welcher den Horopter der Längsschnitte ausmacht, die zum Horopter der Querschnitte gehörige Visirebene, und in jener Geraden schneidet der Cylinder die ebenfalls zum Horopter der Querschnitte gehörige Medianehene.

Convergiren die Gesichtslinien nnsymmetrisch auf einen ausserhalb der Medianebene gelegenen Punkt, bleiben aber die mittleren Querschnitte immer noch beide in der Visirebene, so ist der Horopter der Längsschnitte, wie vorher, ein znr Visirebene senkrechter Kreiscylinder, denn je zwei identische Längsschnitte schneiden sich immer noch in einer zur Visirebene senkrechten Geraden, da sie alle auf ihr senkrecht stehen, auch schneiden sich alle Paare wieder unter gleichen Winkeln, so dass alle Dnrchschnittslinien einen Cylindermantel hilden. Horopter der Querschnitts ist jetzt erstens wieder die Visirebene und zweitens eine zu ihr senkrechte Ebene, deren Lage nicht kurz hezeichnet werden kann. Diese Ebene enthält aber jedesfalls nicht den Fixationspunkt. Der wirkliche Horopter ist also

*) Dies sind die symmetrisch convergirenden Secundärstellungen nach Meissner's Bezeichnungsweise.

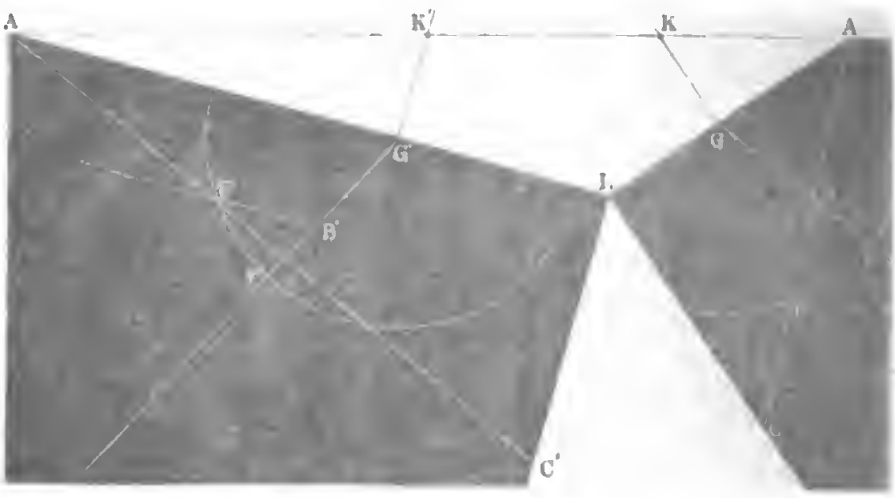
jetzt erstens wieder jener Kreis in der Visirebene gegeben durch die beiden Knotenpunkte und den Fixationspnnkt, zweitens eine Gerade, welche in einem Punkte des Kreises (seitwärts vom Fixationspunkt) zur Visirebene senkrecht steht.

Denken wir uns ferner die Gesichtslinien symmetrisch convergent 285
auf einen in der Medianebene gelegenen Punkt, aber die mittleren Querschnitte nicht mehr in der Visirebene zusammenfallend, vielmehr beide gegen dieselbe geneigt, jedoch, wie es bei solchen Stellungen wirklich der Fall ist, *symmetrisch* geneigt. Bei dieser Augenstellung ist offenbar wieder die unendlich erweiterte Medianebene Horopter der Querschnitte, denn je zwei beliebige identische Querschnitte (nicht bloss die mittleren) sind gegen die Medianebene symmetrisch gelagert. Dazu kommt aber noch eine andere Ebene, welche die Visirebene in der Grundlinie unter einem gewissen Winkel schneidet und welche auf der Medianebene senkrecht steht. Man sieht nämlich leicht, dass in einer solchen Ebene zwei ganze Querschnitte vollständig zusammenfallen, nämlich derjenige des rechten Auges, welcher durch den Knotenpnnkt des linken, und derjenige des linken Anges, welcher durch den Knotenpunkt des rechten geht. Horopter der Längsschnitte ist eine schiefe Kegelfläche, deren Spitze in der Medianebene liegt und zwar unter der Visirebene, wenn die beiden mittleren Längsschnitte nach unten, über der Visirebene, wenn dieselben nach oben convergiren. Es ist leicht einzusehen, dass der Inbegriff aller Durchschnittslinien je zweier identischer Längsschnitte im gegenwärtigen Falle eine Kegelfläche sein muss. Die Längsschnitte jedes Auges haben ja eine Gerade gemeinschaftlich, welche auf dem respectiven mittleren Querschnitte senkrecht steht. Diese beiden Geraden schneiden sich aber bei unserer Augenstellnng als bei einer symmetrischen in einem Punkte. Der Durchschnittspunkt ist also *allen* Längsschnitten beider Augen und mithin allen Paaren identischer Längsschnitte gemein. Durch ihn müssen also die sämmtlichen Durchschnittslinien je zweier identischer Längsschnitte hindurchgehen. Eine Fläche aber, die erzeugt wird durch lauter gerade Linien, die einen Punkt gemein haben, nennt man eine Kegelfläche und den gemeinsamen Pnnkt die Spitze. Die Kegelfläche, welche in nnserm Falle Horopter der Längsschnitte ist, schneidet die Visirebene in einem Kreise, der durch die beiden Knotenpunkte und den Fixationspunkt geht. Dies zu beweisen erfordert eine verwickeltere geometrische Betrachtung, welche die Grenzen dieses Abschnittes überschreiten würde. Nnr darauf mag noch aufmerksam gemacht werden, der fragliche Kegel geht in den oben beschriebenen Cylinder über, wenn die Raddrehung Nnll wird, denn in diesem Falle rückt die Spitze des Kegels, d. h. der Durchschnittspunkt, der beiden Geraden, welche je einem Büschel von Längsschnitten gemeinsam sind, in unendliche Ferne — die Durchschnittslinien werden parallel. Der fragliche Kegel wird immer weiter und weiter, je kleiner der Convergenzwinkel beider Gesichtslinien wird, und wenn dieser ganz verschwindet, d. h. die Gesichtslinien parallel werden, ohne dass jedoch

gleichzeitig die Raddrehung gleich Null wird*); dann geht unser Kegel über in jene der Visirebene parallele Ebene, die oben als Horopter der Längsschnitte beschrieben wurde für den Fall einer Parallelstellung mit symmetrischer Raddrehung. Der wirkliche Horopter in unserem Falle ist nun erstens eine durch den Fixationspunkt gehende, in der Medianebene gelegene zur Visirebene geneigte Gerade, denn in einer solchen schneidet der Horopter der Längsschnitte — jener Kegel — den einen Bestandtheil des Horopters der Querschnitte, nämlich die Medianebene, und zweitens eine Kreislinie, welche durch die Knotenpunkte und durch einen Punkt jener Geraden hindurchgeht, und welche in einer zur Visirebene geneigten Ebene liegt. In dieser Kreislinie schneidet nämlich der Horopter der Längsschnitte den zweiten Bestandtheil des Horopters der Querschnitte, nämlich die oben erwähnte, durch die Grundlinie gehende und zur Visirebene geneigte Ebene.

286 Convergiren die beiden Gesichtslinien unsymmetrisch und sind zugleich die mittleren Querschnitte (resp. die darauf senkrechten mittleren Längsschnitte) unsymmetrisch geneigt, so ist sowohl der Horopter der Querschnitte als der Horopter der Längsschnitte eine nicht leicht vorstellbare Fläche und ihre Durchschnittslinie eine Curve doppelter Krümmung, die sich nicht mehr ohne Weiteres in der Anschauung construiren lässt. Es mag aber noch ein einfacher elementargeometrischer Beweis**) hier Platz finden, dass überall auch in solchen Fällen der Horopter sich nicht auf den Fixationspunkt zurückzieht, wie zuweilen behauptet worden ist, sondern dass eine Reihe continuirlich aufeinander folgender Punkte, d. h.

Fig. 107.



*) Ein Fall, der freilich, wie oben schon bemerkt wurde, in Wirklichkeit nicht vorkommt.

**) Siehe Hering, Beiträge S. 198.

eine Linie den Horopter bildet. Es sei in Fig. 107 die Ebene der Zeichnung die Visirebene, K und K die beiden Knotenpunkte darin, G nnd G' die beiden Punkte des directen Sehens auf der Netzhaut, also GK und $G'K'$ die Gesichtslinien. Wir wollen nun in den beiden Punkten des directen Sehens Ebenen zu den beiden Gesichtslinien senkrecht stellen, wir wollen sie die Netzhautebenen nennen, indem wir gleichsam die Netzhautpunkte von den Knotenpunkten aus auf diese Ebenen projiciren. Diese beiden Ebenen werden von den beiden mittleren Längsschnitten offenbar in zwei Geraden geschnitten, die durch G nnd G' gehen und gegen die Visirebene wegen der ungleichen Raddrehung nngleich geneigt sind. Es seien nnn in Fig. 107 AL und $A'L$ die Durchschnittslinien der Visirebene mit den beiden Netzhautebenen, und wir wollen uns denken, wir hätten die über der Visirebene hervorragenden Theile der letzteren durch Drehung um die Durchschnittslinien AL und $A'L$ in die Visirebene nach hinten niedergelegt, so dass die Durchschnittslinie beider Netzhautebenen, die natürlich bei der wahren Lage derselben senkrecht zur Visirebene stand, jetzt in $L\,C$ liegt, sofern sie der rechten, nnd in $L\,C'$, sofern sie der linken Netzhautebene angehört. Die schraffirten Theile der Zeichnung bedeuten die umgelegten Stücke der Netzhautebenen. GP nnd $G'P'$ seien die Durchschnittslinien der Netzhautebenen mit den respectiven mittleren Längsschnitten. In diesen Linien liegen lauter identische Punkte, so zwar dass ein Punkt in $G'P'$, der ebenso weit von G' absteht als ein Punkt in GP von G, mit ihm identisch ist. Es ist aber ferner auch nach unseren allgemeinen Voraussetzungen leicht zu sehen, dass allgemein zwei gerade Linien, welche von G und von G' ausgehen und auf denselben Seiten mit GP und $G'P'$ gleiche Winkel bilden, Reihen von identischen Pnnkten enthalten. Ebenso enthalten zwei Kreise von gleichen Radien um G nnd G' beschrieben lauter identische Punkte. Identische Punkte finden sich also als Durchschnittspunkte entsprechend gelegener Geraden mit Kreisen gleiches Halbmessers um G und G'. Es soll jetzt gezeigt werden, dass in jeder durch die Grundlinie KK' gelegten, zur Visirebene beliebig geneigten Ebene ein Horopterpunkt liegt. Denken wir uns in der That eine solche Ebene gelegt, sie schneide die beiden Netzhautebenen (natürlich dieselben in ihrer anfrechten Lage gedacht) längs den Linien $A\,C$ und $A'\,C'$ (es muss also $L\,C = L\,C'$ sein). Wenn sich jetzt in den Linien $A\,C$ und $A'\,C'$ zwei identische Punkte finden lassen, so ist unser Satz bewiesen. Denn wenn man die beiden Netzhautebenen wieder aufrichtet, so liegen $A\,C$ nnd $A'\,C'$ wieder mit den Knotenpnnkten in einer Ebene, folglich lägen in dieser anch die beiden identischen Punkte, und mithin die durch dieselben zu ziehenden identischen Richtungsstrahlen, die sich also schneiden müssten, und so einen Horopterpunkt liefern. Dass aber in der That in $A\,C$ und $A'\,C'$ ein Paar identischer Punkte zu finden ist, zeigt sich so. $A\,C$ schneidet GP in B; nun suche man in $G'P'$ den Punkt B', welcher ebenso weit von G' absteht als B von G, von B' aus ziehe man eine Linie, die mit $G'P'$ einen dem Winkel CBP

Digitized by Google

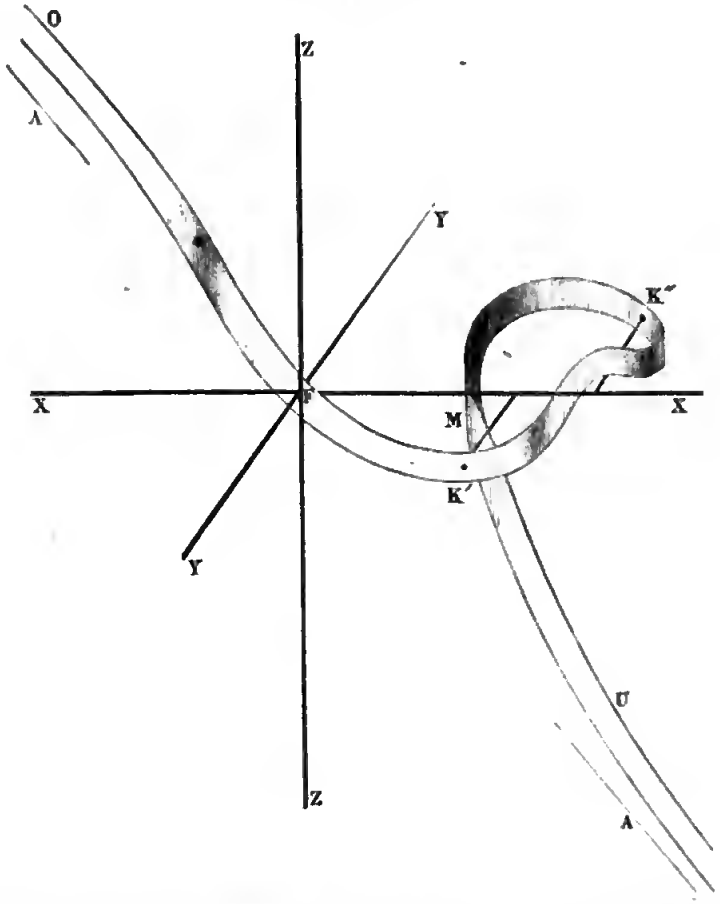
gleichen Winkel macht. Der Durchschnitt dieser Linie mit $A'C'$ ist F'. Zu diesem Punkte ist offenbar der Punkt F in der rechten Netzhautebene identisch, der sich findet als Durchschnitt von AC mit einem Kreise, welcher mit einem $G'F'$ gleichen Radius um G beschrieben ist, denn beide Punkte liegen auf identischen Kreisen und haben in denselben nach der Construction gleichen Abstand von GP und $G'P'$. Wenn man so nach und nach alle möglichen durch die Grundlinie zu legenden Ebenen durchginge, d. h. in der Figur den Geraden AC und $A'C'$ alle möglichen Lagen gäbe, so bekäme man auf jeder Netzhautebene eine stetige Reihe von Punkten, und diese wäre das Bild des Horopters auf der Netzhautebene. Man könnte sich auf diese Weise zuletzt auch eine Anschauung von der wirklichen Horopterlinie verschaffen.

287 Wie die Horopterlinie bei unsymmetrischen Augenstellungen im Allgemeinen ungefähr aussieht, lässt sich aber leichter nach analytischen Untersuchungen ermitteln. Eine solche ist von Hankel*) unter den hier gemachten Voraussetzungen durchgeführt. Aus ihr ergiebt sich, dass die Horopterlinie im Allgemeinen ungefähr so im Raume verläuft wie in Fig. 108 dargestellt ist. Um die räumliche Vorstellung zu unterstützen, ist der Horopter nicht als einfache Linie, sondern als Bandstreif dargestellt. Zur Erläuterung diene Folgendes: XX, YY, ZZ sind drei einander im Punkte F senkrecht durchschneidende Gerade im Raume, ZZ und XX liegen in der Ebene der Zeichnung, YY steht dazu senkrecht und erscheint also in perspectivischer Verkürzung. Die XY-Ebene ist die Visirebene und darin sind die Knotenpunkte K' und K'' bezeichnet, F ist der Fixationspunkt und folglich sind $K'F$ und $K''F$ die (in der Figur nicht gezogenen) Gesichtslinien. Die Horopterlinie kommt nun von oben und vorn aus dem Unendlichen (siehe O), geht im Fixationspunkt F durch die Visirebene, krümmt sich nach links convex bis K', wo sie die Visirebene wieder überschreitet, um sie in K'' abermals zu durchsetzen, von da an läuft sie in einem nach rechts convexen Bogen immer unter der Visirebene, krümmt sich allmälig wieder nach hinten (bei M), um über U hinaus nach unten und hinten ins Unendliche zu gehen. Im Einzelnen variirt natürlich die Gestalt dieser Linie bedeutend je nach der Augenstellung, aber im Ganzen behält sie doch stets ihren Charakter. Namentlich ist noch die Eigenthümlichkeit hervorzuheben, dass der ganze Zug der Horopterlinie stets auf einem geraden Kreiscylinder liegt. Bei dem in der Figur dargestellten Falle liegt die Axe dieses Cylinders ungefähr wie die Linie AA. Es ist leicht zu sehen, wie der in der Figur dargestellte allgemeine Charakter der Horopterlinie in besonderen Fällen besondere Gestalten annimmt. Wird z. B. die Raddrehung immer kleiner, so nähert sich die Gegend M immer mehr dem Fixationspunkt, und wenn die Raddrehung gänzlich verschwindet, so rückt der Punkt M mit F ganz zusammen. Die Stücke OF und MU fallen in eine gerade Richtung und das Stück FK'

*) Poggendorff's Annalen, Bd. 122, S. 575.

$K''M$ wird ein Kreis. Der aus Kreis und gerader Linie bestehende Horopter

Fig. 108.



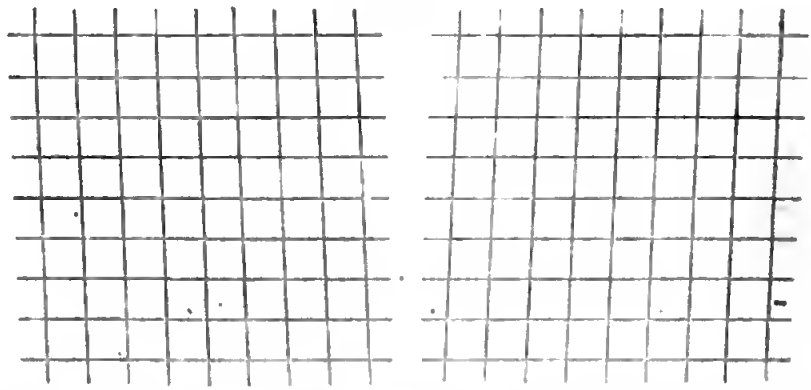
bei gewissen Augenstellungen zeigt sich so als besonderer Fall der hier dargestellten Curve doppelter Krümmung.

Den bisherigen geometrischen Betrachtungen lag die Annahme zu 288
Grunde, dass die beiden Büschel von Richtungslinien so beschaffen seien, dass bei gewissen Lagen der Augen je zwei identische Richtungslinien parallel seien. Diese Annahme, die, wie schon gesagt, früher gleichsam für selbstverständlich gehalten wurde, ist in neuerer Zeit durch Beobachtungen, die Volkmann*) und Helmholtz**) unabhängig voneinander gemacht haben, erschüttert worden. Wenigstens ist soviel durch diese Beobachtungen gewiss, dass jene Annahme nicht für alle Augenpaare gemacht werden darf. In den von Volkmann und von Helmholtz untersuchten Augenpaaren hatten die Büschel der Richtungslinien folgende Beschaffen-

*) Physiologische Untersuchungen im Gebiete der Optik 2. Heft. Leipzig 1864.
**) Ueber den Horopter, Graefe's Archiv. 1864, Bd. X, Heft 1.

heit: Bringt man beide in eine solche Lage, dass in der Visirebene Scharen identischer Richtungslinien beider Augen liegen, dann liegen in den längs den Gesichtslinien zur Visirebene senkrecht gestellten Ebenen nicht Scharen identischer Richtungslinien. Man erhält dagegen solche Scharen identischer Richtungslinien, wenn man längs den Gesichtslinien Ebenen auf die Visirebene stellt, die von der senkrechten Lage beiderseits symmetrisch nach aussen abweichen, um einen Winkel, der individuellen Schwankungen unterworfen, immer aber ziemlich klein ist. Helmholtz schätzt ihn durchschnittlich ein wenig über 1°. Diese beiden Ebenen treten also an die Stelle der beiden mittleren Längsschnitte der bisherigen Betrachtungen und wir wollen sie auch wieder ebenso nennen. Man ziehe jetzt in diesen beiden Ebenen zwei Linien, welche auf den Gesichtslinien in den Knotenpunkten senkrecht stehen, die also Aequatorialaxen der Augen sind. Legt man alsdann durch sie in jedem Auge eine Schar von Ebenen, so entsprechen sich dieselben paarweise wie unter den obigen Voraussetzungen die Längsschnitte, als welche wir nunmehr diese Ebenen bezeichnen wollen. Es liegen lauter identische Richtungslinien in zwei Längsschnitten, die nach derselben Seite um gleiche Winkel von den mittleren Längsschnitten abweichen. Die Querschnitte bleiben unter den neuen Voraussetzungen ganz die alten. Der Beweis dieser Sätze kann durch folgenden von Helmholtz angegebenen Versuch sehr einfach geführt werden. Man betrachte die Fig. 109 binocular, so dass man mit dem linken Auge die Mitte der linken, mit dem rechten Auge die Mitte der rechten Zeichnung

Fig. 109.



fixirt, dass ferner die beiden Gesichtslinien auf der Ebene der Zeichnung senkrecht stehen und der Medianebene des Kopfes parallel geradeaus nach vorn gerichtet sind. Bei dem Abstande der Mitten beider Zeichnungen voneinander wird dies den meisten Augenpaaren ziemlich genau möglich sein. Die beiden Zeichnungen vereinigen sich alsdann zu einem binokularen Sammelbilde, in welchem sich sowohl entsprechende wagerechte als auch je zwei entsprechende von den annähernd senkrechten Linien decken. Nun bilden aber die Büschel von Richtungslinien, welche zu den

Punkten eines Paares entsprechender wagerechter Linien gezogen werden können, ein Paar von identischen Querschnitten, und die Büschel von Richtungslinien, die zu den Punkten entsprechender aufrechter Linien gezogen werden können, ein Paar von identischen Längsschnitten unserer neuen Definition. Der Versuch beweist also in der That die obigen Sätze, freilich nur in der Ausdehnung, die man mit dem indirecten Sehen hinlänglich beherrscht, um die Deckung der Linien genau zu beurtheilen.

Wir können nun den Totalhoropter unter den neuen Voraussetzungen 289
über die Vertheilung identischer Stellen wiederum construiren als den Inbegriff aller derjenigen Punkte des Raumes, die dem Horopter der Querschnitte und dem Horopter der Längsschnitte gemeinsam sind. In den meisten Fällen stimmt der neue Totalhoropter mit dem unter den alten Voraussetzungen construirten ziemlich nahe überein. Er bildet eine doppelt gekrümmte Curve von ähnlichem Charakter. In einem Falle aber ergiebt sich ein bedeutender und höchst bemerkenswerther Unterschied. Sind nämlich beide Gesichtslinien parallel geradeaus nach vorn gerichtet und fallen somit die beiden mittleren Querschnitte in die Visirebene zusammen, dann ist der Horopter der Längsschnitte genau jene Ebene, die unter unseren früheren Voraussetzungen bei Parallelstellung mit Raddrehung (siehe S. 323) Horopter der Längsschnitte war, d. h. eine zur Visirebene parallele unter ihr gelegene Ebene (was sich leicht geometrisch zeigen lässt). Horopter der Querschnitte ist aber jetzt der ganze Raum, denn es fallen nicht nur die mittleren, sondern jede zwei identische Querschnitte in eine Ebene zusammen. Jene Ebene ist also jetzt der Totalhoropter. Unter der oben gemachten Annahme über die Grösse des Neigungswinkels zwischen den mittleren Längsschnitten und der Verticalebene fällt nun bei gewöhnlicher Körperlänge und gewöhnlichem Augenabstande die gefundene Ebene des Totalhoropters mit der ebenen Bodenfläche, auf welcher wir stehen, zusammen.

Dies höchst merkwürdige Resultat dürfte ein gewichtiges Argument abgeben für die Annahme, dass die Beziehung der identischen Netzhautstellen nicht eine vermöge anatomischer Einrichtungen angeborene, sondern eine durch Gewöhnung (des Individuums oder der Species) erworbene ist. In der That dürfte wohl die Richtung der Gesichtslinien geradeaus nach vorn die häufigste sein, und wir haben ohne Zweifel vorzugsweise Gelegenheit, die Erfahrung zu machen, dass zwei Empfindungen beider Netzhäute, welche durch die Bilder eines an der Bodenfläche gelegenen Punktes veranlasst sind, wirklich von einer Ursache herrühren. Es wäre somit Grund vorhanden, immer dasjenige Paar von Netzhautpunkten in eine feste Beziehung zu setzen, welches bei der häufigsten Augenstellung die Bilder desselben Punktes der Bodenfläche aufnimmt.

SIEBENTER ABSCHNITT.

ELEKTRICITÄTSLEHRE.

Erstes Kapitel.

Allgemeinste Grundsätze über Elektricitätsbewegung.

290 Wir legen hier durchweg die gemeiniglich angenommene Ansicht zu Grunde, nach welcher die elektrischen Strömungserscheinungen hervorgebracht werden durch das wirkliche Strömen eines Stoffes. Insbesondere schliessen wir uns der Hypothese an, die zwei heterogene Fluida, die negative und positive Elektricität, anerkennt, welche immer und überall bei Strömungserscheinungen in gleichen Mengen und mit gleichen Geschwindigkeiten, aber in entgegengesetzter Richtung in Bewegung begriffen sind. Wir folgen bloss dem positiven Strome, indem wir den negativen als selbstverständlich mit Stillschweigen übergehen. In allen bekannten Leitern wird der Bewegung der Elektricität ein Widerstand entgegengesetzt, sei es nun, dass derselbe dem Reibungswiderstande, den Flüssigkeiten beim Durchströmen von Röhren erleiden, analog zu denken ist, sei es, dass er, wie Weber*) will, der Wechselwirkung der entgegengesetzten positiven und negativen Strömungen verdankt wird. Soll nun in einem Leiter ein dauernder elektrischer Strom erhalten werden, so muss an jedem Orte desselben eine Kraft wirken, welche die daselbst befindliche elektrische Masse in Bewegung setzt, denn sie würde, da ihr Beharrungsvermögen nur in verschwindend kleinem Grade zukommt, selbst wenn sie mit einer gewissen Geschwindigkeit begabt ankäme, durch den Widerstand augenblicklich zur Ruhe gebracht werden. Man setzt deshalb auch die Intensität der Strömung an jedem Punkte geradezu den hier wirkenden Triebkräften proportional. Diese treibenden Kräfte sind in der Regel die abstossenden

*) Elektrodynamische Maassbestimmungen, II. Heft.

Wirkungen anderer gleichnamiger (resp. Anziehungen ungleichnamiger) elektrischer Massen.

Begreiflicherweise wird ein elektrisches Theilchen von irgend einem Punkte aus immer dahin getrieben werden, wo weniger Abstossungen (resp. mehr Anziehungen)*) wirksam sind. Es lässt sich noch näher eine von den wirksamen elektrischen Massen abhängige Grösse angeben, die im Allgemeinen in einem durchströmten Leiter von Punkt zu Punkt variirt und welche die Eigenschaft hat, dass die Raschheit ihrer Abnahme von irgend einem Punkte aus nach irgend einer Richtung hin geradezu die Triebkraft misst, die das in diesem Punkte befindliche Theilchen nach dieser Richtung hin zu bewegen strebt. Diese Grösse, die offenbar mit dem, was man bei Flüssigkeitsströmen Druck nennt, viele Analogie zeigt, nennt man „Spannung". Wir können also den ausgesprochenen Satz noch so ausdrücken: ein elektrisches Theilchen strömt immer von Punkten höherer zu Punkten niederer Spannung. In früherer Zeit nahm man mit Ohm**), dem Begründer der ganzen Theorie der galvanischen Kette, an, die Spannung sei in jedem Punkte des Leiters gleichbedeutend mit der in diesem Punkte angehäuften freien (d. h. nicht durch ein gleiches Quantum entgegengesetzter Elektricität neutralisirten) Elektricitätsmenge. In der That würde diese Hypothese richtig sein, wenn die elektrischen Abstossungskräfte nur in unendlich kleinen Entfernungen wirksam wären, es könnte alsdann nur an Ort und Stelle angehäufte freie Elektricität eine Spannung hervorbringen. Man weiss aber, dass die elektrischen Abstossungen auch auf endliche Abstände wirken, und es muss daher die Spannung an jedem einzelnen Punkte ebensowohl von fernen elektrischen Massen abhängen, als von den im Punkte selbst befindlichen. Man***) nimmt sogar jetzt allgemein, im Einklange mit den Principien der Elektrostatik, an, dass auch in einem durchströmten Leiter niemals Anhäufungen freier Elektricität an Punkten des Inneren vorkommen können, dass vielmehr hier überall und immer gleiche Mengen positiver und negativer Elektricität (freilich in entgegengesetzter Richtung bewegt) vorhanden sein müssen. Ansammlungen freier Elektricitätsmengen können nur an der Oberfläche vorkommen. Die nähere Definition der Spannung kann hier nicht gegeben werden, man sieht nur so viel, dass sie eine Grösse ist, die mit der Vertheilung der freien elektrischen Massen in einem mathematisch angebbaren Zusammenhange steht. In einem bestimmten Leiter mit bestimmter Vertheilung freier Elektricität an der Oberfläche hat sie für jeden Punkt im Inneren einen angebbaren Werth; sie ist — wie der Mathematiker sich ausdrückt — eine Function der Lage des Punktes oder

*) Der Kürze wegen soll im Folgenden im Zweifel immer nur von Abstossungen die Rede sein und als selbstverständlich hinzugedacht werden, dass die gleiche Wirkung auch durch Anziehungen ungleichnamiger elektrischer Massen hervorgebracht werden kann.

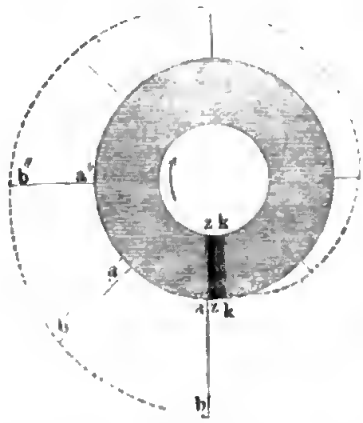
**) Die galvanische Kette mathematisch behandelt.

***) Kirchhoff in Poggend. Annal. Bd. 64, S. 497.

seiner Coordinaten. Es mag noch bemerkt sein, dass die Function, welche die Spannung in den Coordinaten des Punktes ausdrückt, in der Kunstsprache der Mathematik Potentialfunction heisst.

291 Wir denken uns jetzt einen Leiter mit irgend einer Vertheilung freier Elektricität an der Oberfläche, die verschiedene Spannungen an verschiedenen Stellen seines Inneren zur Folge hat. Augenblicklich wird die Elektricität von allen Punkten höherer Spannung zu den benachbarten Punkten niedrigerer Spannung hinfliessen und daselbst die Spannung vermehren. Dies wird so lange dauern, bis sich die Spannungen durch den ganzen Leiter ausgeglichen haben, d. h. an jedem Punkte desselben dieselbe Spannung herrscht. Von diesem Momente an wird Ruhe stattfinden, die nur dann einer neuen Bewegung Platz machen würde, wenn sie von aussen gestört wird. Der Vorgang wäre dem vergleichbar, wenn in einem Augenblicke Wassermassen am oberen Ende eines geneigten Canales angehäuft sich selbst überlassen werden. Einer Stelle höherer Spannung des Leiters entspricht eine höher gelegene Stelle des Canales. Jedes Wassertheilchen wird nämlich von der höheren Stelle zur tieferen streben, und es tritt Ruhe ein, wenn die Wassermasse sich in der tiefsten Gegend des Canales gesammelt hat, so dass jedes Theilchen den tiefsten Stand, dessen es unter den angenommenen Bedingungen fähig ist, einnimmt. In diesem Wassercanale wird aber sofort ein andauernder Strom Platz greifen, wenn eine der Schwere des Wassers fremde Kraft vorhanden ist, die das unten angekommene Wassertheilchen wieder zu einem höher gelegenen Punkte, zum oberen Anfange des Canales emporhebt. Eine entsprechende Bedingung muss nun auch erfüllt sein, wenn ein andauernder elektrischer Strom zu Stande kommen soll. Es genügt nicht, dass in irgend einem Anfangszeitpunkte verschiedene Spannungen im Leiter stattfanden, denn diese würden sich ausgleichen; es muss vielmehr an irgend einer Stelle desselben eine fremde Kraft ihren Sitz haben, die den elektrischen Abstossungen zum Trotz ein elektrisches Massentheilchen von einem Punkte geringerer Spannung immer wieder zu einem benachbarten Punkte höherer Spannung hintreibt. Solche Kräfte, deren Wesen uns zwar völlig unbekannt ist, deren Existenz aber feststeht, nennen wir elektromotorische Kräfte.

Fig. 110.



Sei in Fig. 110 der schraffirte Ring ein geschlossener Leiterkreis zweiter Classe (etwa aus Wasser), in den an einer Stelle ein Zinkkupferplattenpaar bei $z\,k$ eingeschaltet ist. Sei nun die Vertheilung freier Elektricität an der Oberfläche des Ringes so beschaffen, dass die Spannungen in allen Punkten eines Querschnittes gleich, aber von Querschnitt zu Querschnitt derart variiren, dass sie vom Zink an links herum stetig abnehmen, den im Kreise

herum gemessenen Entfernungen von z proportional. Die punktirte Linie b, b', b'' etc. stellt diese Anordnung der Spannungen graphisch dar, indem die Länge der Linien $a\,b, a'\,b'$ etc. die Spannungen der Querschnitte bei a, a' etc. messen soll. In diesem System würde ohne elektromotorische Kraft ein ausgleichender Strömungsvorgang entstehen, der überall Elektricität von Punkten höherer zu solchen niederer Spannung führen würde, also im Allgemeinen in der Richtung des Pfeiles, nur bei z auch in entgegengesetzter, weil hier auch nach rechts ein Punkt niederer Spannung angrenzt. Nun hat aber an der Berührungsstelle*) zwischen Zink und Kupfer eine elektromotorische Kraft ihren Sitz, welche vom Kupfer zum Zink positive Elektricität hinüberschafft, selbst wenn daselbst eine höhere Spannung schon herrscht. Ist sie so gross, dass sie gerade Gleichgewicht hält dem Bestreben des elektrischen Theilchens bei z, was ihm vermöge der Spannung $a\,b$ zukommt, nach dem benachbarten Punkte k, der die Spannung Null **) hat, überzufliessen, so wird sie jedes von rechts her neu ankommende Theilchen, weil dasselbe die Spannung in k vergrössert und also die ihr entgegenstehende Differenz vermindert, hinüber nach z schaffen, und es entsteht jetzt ein continuirlicher Strom. Von jedem Punkte höherer Spannung wird in der Richtung des Pfeiles Elektricität zu Punkten niederer Spannung gefördert durch die der Elektricität eigenen abstossenden Kräfte, und bei $k\,z$ wird durch die elektromotorische Kraft Elektricität von Punkten niederer zu Punkten höherer Spannung getrieben.

Dem Leser dürfte wohl die Vorstellung vom Blutkreislaufe eines Thie- 292
res geläufiger sein als die von elektrischen Strömen. Ich will daher auf die Analogie dieser beiden Vorgänge hier noch aufmerksam machen, obwohl es eigentlich eine Erläuterung eines Einfacheren durch ein Verwickelteres ist; denn in der That ist der Blutkreislauf, selbst auf sein einfachstes Schema (siehe Fig. 32) zurückgebracht, noch immer unvergleichlich verwickelter als der hier betrachtete elektrische Strömungsvorgang. Die Analogie stellt sich heraus, wenn wir an die Stelle des elektrischen,

*) Ich folge im Texte der strengen Contacttheorie, nicht weil ich sie für richtig halte, sondern weil sie am bequemsten eine anschauliche Formulirung zulässt. Es wird dem, welcher die chemische Theorie vorzieht, leicht sein, durch Verlegung des Sitzes der elektromotorischen Kraft (deren Natur doch immer dieselbe bleiben müsste) an eine andere Stelle das hier Vorgetragene in seine Anschauungsweise zu übersetzen.

**) Um Missverständnissen zu begegnen, sei noch besonders bemerkt, dass keineswegs nothwendig auf der einen Seite der elektromotorischen Fläche die Spannung Null zu sein braucht, sie kann vielmehr, je nach der Natur des besonderen Falles, jeden beliebigen positiven oder auch negativen Werth haben. Ja man kann sogar in jedem Falle, in Gedanken sowohl wie in Wirklichkeit, an irgend einem Punkte (also auch an der einen Seite der elektromotorischen Fläche) ganz willkürlich über den Werth der Spannung verfügen; dadurch ist dann aber in diesem bestimmten Falle über die Spannungen in allen anderen Punkten mitverfügt, weil mit dem Strömungsvorgange eben die Spannungsdifferenzen von Punkt zu Punkt, nicht aber die absoluten Werthe derselben in einem nothwendigen Zusammenhange stehen.

in sich selbst zurückkehrenden Leiters das ebenfalls ringförmig geschlossene Gefässsystem setzen (und zwar wollen wir uns, was ja am Wesen des Vorganges nichts ändert, den kleinen Kreislauf ausgeschaltet denken, so dass das Blut aus dem rechtem Vorhofe unmittelbar in den linken Ventrikel käme), an die Stelle der strömenden Elektricität das strömende Blut. Den Druckdifferenzen im Gefässsystem entsprechen nun offenbar die Spannungsdifferenzen in der geschlossenen galvanischen Kette, denn wie das Blut immer von Punkten höheres Druckes zu solchen niederes Druckes — von der Aorta zu den Zweigen, von den Zweigen zu den Capillaren, von den Capillaren zu den Venen, von den Venen zum Hohlvenensacke — strömt, so strömt die Elektricität beständig von Punkten grösserer zu Punkten geringerer Spannung. Man könnte geradezu in Fig. 110 den Ring das Gefässsystem darstellen lassen; dann wäre die daselbst gezeichnete Curve der Spannungen die Curve der Drucke, und man müsste bei *z z* den Aortenanfang, bei *k k* den Hohlvenensack denken. Endlich wäre die Kraft des Herzens das Analogon zur elektromotorischen Kraft. Wie sich im Gefässsysteme sofort der Druck ausgleichen und der Strom aufhören würde, wenn nicht beständig der Herzmuskel, dem Ausgleichungsbestreben zum Trotze, durch seine Kräfte Blut aus dem Hohlvenensacke in den Aortenanfang, also von Punkten niederes zu Punkten höheres Druckes hinschaffte, so würden sich in der galvanischen Kette die Spannungen ausgleichen und der Strom aufhören, wenn nicht beständig die elektromotorische Kraft Elektricität von einem Punkte geringerer zu einem Punkte grösserer Spannung, ebenfalls dem eigenen Bestreben des Theilchens zum Trotze, hintriebe.

293 Es ist jetzt leicht ersichtlich, dass die eine Bedingung für einen continuirlichen Strom, nämlich die beharrenden Spannungsdifferenzen von Punkt zu Punkt, sich sofort von selbst erfüllen muss, sowie die andere erfüllt ist, dass irgendwo im Leiter eine elektromotorische Kraft ihren Sitz hat. Nur darf die elektromotorische Kraft nicht ihren Sitz in einer solchen Fläche haben, welche den ganzen Leiter in zwei Theile so theilt, dass man vom einen zum anderen auf keinem Wege kommen kann, der nicht die Fläche durchschneidet, oder mit anderen Worten: wenn durch eine elektromotorische Kraft ein dauernder Strom entstehen soll, so muss es im Leiter Wege geben, die von der einen Seite der elektromotorischen Fläche zur anderen hinführen, ohne die Fläche selbst zu durchsetzen.

Wir dachten bisher, ohne es ausdrücklich zu verabreden, gleichsam unwillkürlich an eine ringartige Anordnung des Leiters. Wenn bei einer solchen, wie Fig. 110 angenommen war, ein ganzer Querschnitt elektromotorisch wirksam ist, so fliesst offenbar die Elektricität in einer Richtung; alle elektrischen Massentheilchen beschreiben kreisförmige, der Axe des Ringes parallele Bahnen, weil eben nur dieser eine Weg von der einen Seite der elektromotorischen Fläche zur anderen führt, ohne sie selbst zu durchsetzen. Dieser Fall wäre eine lineäre Elektricitätsbewegung, denn offenbar wird an den Gesetzen dieser Bewegung nichts geändert, wenn

man den ganzen Leiter auf eine Linie ohne Querschnitt zusammenschrumpfen lässt.

Wir wollen uns im Gegentheile jetzt einen irgendwie gestalteten Leiter denken und irgendwo in demselben eine elektromotorische Kraft ihren Sitz aufschlagen lassen. Wenn im ersten Augenblicke noch Alles im Gleichgewicht war, so wird jetzt die erwachende elektromotorische Kraft anfangen, Elektricität von der einen Seite der Fläche, in der sie sitzt, nach der anderen hinzuschaffen; dadurch wird hier die Spannung vergrössert, dort verringert. Diese Spannungsdifferenz wird, vermöge der eigenen elektrischen Abstossungskräfte — wie wir oben sahen — streben, sich auszugleichen. Die so in Bewegung gesetzten elektrischen Massen werden offenbar auf allen Wegen, die ihnen offen stehen, ohne die elektromotorische Fläche zu durchsetzen, von deren einer Seite zu der anderen hinfliessen, um dann wieder von der elektromotorischen Kraft nach der ersteren durch die Fläche selbst hindurchgeführt zu werden. Offenbar wird sich alsbald ein beharrender Zustand von selbst herstellen, der jedem Punkte des Leiters eine bestimmte Spannung vorschreibt, so dass dieselbe an der elektromotorisch wirksamen Fläche sich sprungweise ändert. Diese unstetige Differenz müsste wieder, wie im obigen Beispiele, gerade so gross sein, dass die dadurch wachgerufenen Abstossungskräfte der elektromotorischen Kraft das Gleichgewicht halten; d. h. ein elektrisches Theilchen in der Fläche, die Sitz der elektromotorischen Kraft ist, gelegen, muss vermöge der Spannungsdifferenz ebenso stark nach der einen Seite durch die Fläche hindurchgedrückt werden, wie es durch die elektromotorische Kraft nach der entgegengesetzten Seite gedrückt wird. So lange dies noch nicht der Fall wäre, würde ja in der That durch die elektromotorische Kraft mehr Elektricität hinübergeführt, als der elektrische Strom herbeiführt.

Man sieht ebenso leicht, wie die Vertheilung der Spannungen sich im Allgemeinen an den übrigen Punkten des Leiters gestalten müsse. Sie müssen nämlich offenbar so angeordnet sein, dass die durch Spannungsdifferenzen in jedem Punkte wachgerufenen bewegenden Kräfte daselbst eine Bewegung erzeugen, die folgender Bedingung unterworfen ist: Denken wir uns irgendwo im Leiter ein vollständig begrenztes, unendlich kleines Volum, so wird vermöge der zwischen ihm und seinen Nachbarpunkten bestehenden, theils positiven, theils negativen Spannungsdifferenzen von manchen Seiten her Elektricität in das abgegrenzte Volumtheilchen ein-, nach anderen solche ausströmen. Die Bedingung für den beharrenden Strömungszustand ist nun die, dass — wo man auch das Volumtheilchen greifen möge — die von den negativen Spannungsdifferenzen abhängigen einströmenden Elektricitätsmengen gleich sind den während derselben verschwindend kleinen Zeit nach anderen Seiten ausströmenden Mengen; denn offenbar kann sich unter dieser Bedingung nirgend mehr die Spannung und folglich auch nirgend mehr der Strömungsvorgang ändern.

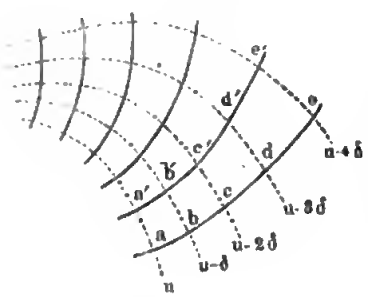
Dass*) sich aber diese Vertheilung der Spannungen in irgend einem Leiter mit einer elektromotorischen Stelle, den man in irgend einem anderen Anfangszustande sich selbst überlässt, ohne äusseres Znthun alsbald herstellt, ist ebenfalls leicht zu sehen. Gesetzt, für irgend ein willkürlich gegriffenes Volumtheilchen wäre die Bedingung noch nicht erfüllt, es überwögen etwa noch die einströmenden Massen die ausströmenden; dann würde sich hier die Spannung vermehren, und dadurch würden alle negativen Spannungsdifferenzen gegen ausserhalb gelegene Nachbarpunkte an absolutem Werthe vermindert werden. Da aber mit diesen der Zufluss gleichzeitig zu- und abnimmt, so würde er durch die Spannungsvermehrung selbst verringert werden, bis er zuletzt mit dem aus demselben Grunde wachsenden Abfluss ins Gleichgewicht käme. Dasselbe gilt aber von allen anderen Punkten, wo noch eine Abweichung von der Bedingung in demselben Sinne vorkäme. Natürlich gilt das Umgekehrte von Punkten, wo die Abweichung von unserer Bedingung im entgegengesetzten Sinne statthat; d. h., wo der Zufluss den Abfluss überwiegt, da vermindert sich die Spannung so lange, bis der Abfluss dem Zufluss gleich geworden ist.

294. Die soeben ausführlich besprochene Bedingung kann als Differentialgleichung geschrieben werden und bildet alsdann die allgemeinste Grundlage der mathematischen Theorie elektrischer Strömungsvorgänge. Wir müssen hier natürlich darauf verzichten, dieselbe in der einfachen und übersichtlichen Form algebraischer Symbolik weiter zu entwickeln; wir können nur noch einige allgemeine Folgerungen durch unmittelbare Anschauung ziehen. Man sieht, die weitere Entwickelung unserer Grundbedingung muss dazu führen, dass man sagen kann, an einem bestimmten Punkte des Leiters (dessen Coordinaten die bestimmten Werthe a, b, c haben) hat die Spannung einen bestimmten Werth u. Kurz, man muss die Spannung als „Function der Coordinaten“ herstellen; es muss $u = f(x, y, z)$ sein, wo $f(x, y, z)$ eine gewisse algebraische Verwickelung der Coordinaten x, y und z bedeutet, die einen bestimmten Werth bekommt, wenn man darin x, y, z bestimmte Werthe giebt. Man wird nun unter den gesammten Punkten des Leiters Systeme von Punkten gleicher Spannung heraussuchen können. Ein solches wird allemal eine Fläche sein, die wir eine „isoelektrische“ Fläche nennen wollen. Keine isoelektrische Fläche kann den ganzen Leiter in zwei vollständig begrenzte Stücke theilen, man muss vielmehr immer von einer Seite einer solchen zur anderen kommen können, ohne sie zu durchsetzen. Die Aufsuchung dieser Flächen hat keine Schwierigkeit mehr, sobald die soeben erwähnte Function $u = f$

*) Das Folgende macht keinen Anspruch auf absolute Strenge. Uebrigens können wir uns hier einer strengen theoretischen Beweisführung um so eher entschlagen, als das Zustandekommen eines beharrlichen Stromes in einem mit elektromotorischen Kräften ausgerüsteten Leiter von einem beliebigen Anfangszustande aus wenigstens durch Erfahrung hinlänglich feststeht.

(x, y, z) wirklich hergestellt ist. Wollte man z. B. die Fläche finden, in deren sämmtlichen Punkten die Spannung einen bestimmten constanten numerischen Werth, den wir durch *const.* bezeichnen wollen, hat, so brauchten wir nur $const. = f(x, y, z)$ zu setzen und die zusammengehörigen Werthe von x, y, z heraszusuchen, welche diese Gleichung befriedigen; sie müssen Punkten einer continuirlichen Fläche angehören. Man muss wohl beobachten, dass, da man den numerischen Werth *const.* durch unendlich kleine Zuwachse verändern kann, die Anzahl der isoelektrischen Flächen unendlich gross ist und dass sie ein System von Flächen gleicher geometrischer Natur bilden, die den ganzen Leiter in unendlich dünne Schichten zerlegen. Schneiden können sich zwei isoelektrische Flächen nicht, weil ja sonst an der Stelle des Durchschnittes zwei verschiedene Spannungen statthaben müssten. Diese Flächen sind nun von der grössten Wichtigkeit, weil auf ihrer Kenntniss die Kenntniss der Strömungscurven oder (wenn man die Analogie mit Flüssigkeitsströmen betonen will) Stromfäden beruht. So nennen wir jeden Weg, den eine bestimmte unendlich kleine elektrische Masse wirklich zurücklegt. Offenbar sind die Strömungscurven solche, die auf den isoelektrischen Flächen überall senkrecht stehen. Durch diese Definition sind sie aber ganz bestimmt gegeben, so dass jede einzelne verzeichnet werden kann, wenn man einen ihrer Punkte kennt. Es gehöre z. B. die mit u bezeichnete punktirte Linie, Fig. 111, derjenigen isoelektrischen Fläche an, in welcher die Spannung u (unter u ist hier ein bestimmter numerischer Werth zu verstehen) herrscht; die benachbarte punktirte Linie gehöre derjenigen isoelektrischen Fläche an, wo die Spannung äusserst wenig von u verschieden, $= u - \delta$ ist, u. s. w. Wir denken uns jetzt eine unendlich kleine elektrische Masse bei a; sie wird nach Punkten niederer Spannung hinstreben; nach allen in der Fläche u begriffenen Richtungen liegen aber am Punkte a andere Punkte gleicher Spannung an, daher in allen diesen Richtungen keine Kraftcomponenten wirksam sind; nur in der bei a zur Fläche u senkrechten Richtung ab (die eine ganz bestimmte ist) nimmt die Spannung ab. Die elektrische Masse kann sich deshalb nur senkrecht gegen die Fläche u von dieser entfernen, wird also auf dem Wege ab nach der isoelektrischen Fläche $u - \delta$ gelangen. Von dieser entfernt sie sich wiederum senkrecht u. s. w., so dass sie über c und d nach e gelangt. In der Figur 111 sind noch einige Strömungscurven als ausgezogene Linien gezeichnet. Es ist übrigens zu beachten, dass keineswegs das ganze Fig. 111 gezeichnete Liniensystem nothwendig in einer Ebene begriffen sein muss. Streng genommen sind nun die Stromfäden nicht Linien, sondern vielmehr unendlich enge canalartige Räume, welche nothwendig ringartig geschlossen in sich zurück-

Fig. 111.



laufen, so dass die darin strömende Masse immer wieder zu ihrem Ausgangepunkte zurückkehrt, um den Kreislauf von Neuem zu beginnen. Sie muss auf diesem Wege auch nothwendig einmal die Fläche schneiden, in welcher die elektromotorische Kraft ihren Sitz hat, denn sonst könnte sie ja nicht von einem Orte geringerer Spannung wieder zu einem Orte höherer Spannung gelangen. Ein solches Strombett kann sich nun stellenweise erweitern nnd verengern, so dass dieselbe Elektricitätsmenge bald über einen grösseren Raum verbreitet, bald in einem engeren zusammengedrängt ist. Ein Bild davon kann schon die Fig. 111 gewähren, wenn man die beiden Linien ae und $a'e'$ so nahe zusammen denkt, dass auf beiden kein wesentlich verschiedener Vorgang statthaben und dass man folglich den zwischen ae und $a'e'$ begriffenen Raum als elementares Strombett denken kann; es erweitert sich, wie man sieht, von aa' gegen ee' hin.

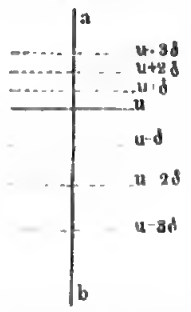
Wir haben hiermit die ganze Strömung in dem beliebig gestalteten Leiter aufgelöst in ein System von einzelnen, in sich geschlossenen Stromfäden, von denen jeder für sich durch eine isolirende Scheidewand abgegrenzt sein dürfte, ohne dass dadurch irgend etwas an dem ganzen Strömungsvorgange geändert würde; denn die in der einzelnen Strombahn kreisende Elektricität hat so wie so gar nicht das Streben, dieselbe zu verlassen, und würde also durch eine hinzugedachte isolirende Wandung nicht behindert. Jeden solchen Stromfaden kann man nun nach den Ohm'schen Principien wie einen geschlossenen lineären Leiter behandeln und die Intensität der darin vorhandenen Strömung bestimmen. Sie ist als die Elektricitätsmenge, welche während der Zeiteinheit einen Querschnitt der Strombahn durchsetzt, natürlich überall in einer solchen gleich gross und findet sich bekanntlich als der Quotient der in der Strombahn wirksamen elektromotorischen Kraft, dividirt durch den ganzen Leitungswiderstand, welchen die Bahn bietet*). Nicht so ist die Stromdichtheit an allen Stellen einer elementaren Strombahn gleich gross; sie ist dem, wie wir sahen, variabelen Querschnitte derselben umgekehrt proportional.

295 Neben der bisher entwickelten Grundbedingung giebt es noch drei Nebenbedingungen für das Bestehen eines beharrlichen Stromes. Sie würden bei einer mathematischen Behandlung des Problems gleich von Anfang an in die Rechnung eingegangen sein und auf die besondere Gestalt der gefundenen Strömungscurven von wesentlichem Einfluss gewesen sein. Die eine, deren Nothwendigkeit eigentlich ohne Weiteres einleuchtet, lautet so: Die äussere Oberfläche des ganzen Leiters muss selbst eine Strömungsfläche, sie muss ein System von continuirlich neben einander liegenden Strömungscurven sein, oder, was dasselbe sagt: alle isoelektrischen Flächen, welche überhaupt die äussere Oberfläche des Leiters schneiden, müssen dieselbe senkrecht schneiden. Diese Bedingung drückt eben einfach aus, dass die Elektricität sich nicht über die äussere Grenze des Leiters hinaus fortpflanzt. — Die andere Bedingung bezieht sich auf solche

*) Siehe Bd. II. unter der Ueberschrift: Ohm'sches Gesetz.

Stellen des Leiters, wo Theile von verschiedener Leitungsfähigkeit an einander stossen, ohne dass daselbst eine elektromotorische Kraft sässe.

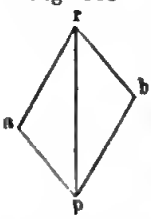
Fig. 112.



Grenzt z. B. bei u, Fig. 112, eine Substanz geringerer Leitungsfähigkeit (oben) an eine andere grösserer (unten), so müssen isoelektrische Flächen gleicher Spannungsdifferenz oben näher an einander liegen als unten, so dass auf dieselbe Wegstrecke der Strömungscurve (ab) entlang oben eine grössere Spannungsdifferenz — und somit eine grössere treibende Kraft — kommt als unten. Im oberen Theile geringerer Leitungsfähigkeit ist ja in der That eine bedeutendere Triebkraft nothwendig als im unteren, damit in jedem Augenblicke ebensoviel Elektricität gegen ein Flächenelement bei u hingeschafft wird, als sich davon nach unten entfernt. Die dritte Hülfsbedingung endlich sagt aus, dass an jedem Punkte, wo eine elektromotorische Kraft sitzt, die Spannung eine sprungweise Aenderung erleidet, wie schon weiter oben gezeigt wurde.

Wir haben uns bisher nur eine elektromotorische Stelle in dem 296
körperlichen Leiter gedacht; soll nun nach der im allgemeinsten Umrisse hier vorgetragenen Theorie der Strömungsvorgang in einem Leiter mit mehreren elektromotorischen Stellen beurtheilt werden, so ist sie noch durch ein neues Princip zu vervollständigen, das sich übrigens aus den aufgestellten Grundsätzen mathematisch ableiten lässt — das Princip „der Superposition der elektrischen Ströme“ *). Das Princip wird in folgender Form ausgesprochen wenigstens einigermaassen anschaulich und wahrscheinlich sein. Denken wir uns zuerst alle elektromotorischen Kräfte bis auf die erste weg und berechnen für jeden Punkt des Leiters die Spannung,

Fig. 113.



welche ihm jene, allein vorhanden, ertheilen würde. Denken wir uns zweitens alle elektromotorischen Kräfte weg, ausser der zweiten, und berechnen wieder die Spannungen für alle Punkte des Leiters. Kurz, berechnen wir jedesmal, so viele elektromotorische Kräfte vorhanden sind, die Spannungen, welche jede derselben einzeln in allen Punkten hervorbringen würde. Die Spannung, die in irgend einem Punkte des Leiters herrscht, wenn alle elektromotorischen Kräfte zusammen wirken, ist nun die algebraische **) Summe der sämmtlichen Spannungen, welche daselbst vorhanden sein würden, wenn die elektromotorischen Kräfte einzeln vorhanden wären.

Bloss ein anderer Ausdruck für dasselbe Princip ist es, wenn man in

---

*) Von Smaasen zuerst ausgesprochen (Poggend. Annal Bd. 69, S. 161); von du Bois-Reymond angewandt (Untersuchungen über thierische Elektricität Bd. I S. 647); von Helmholtz zuerst allgemein bewiesen (Poggend. Annal. Bd. 89 S. 212).

**) D. h. negative Spannungen sind als Subtrahenden zu behandeln.

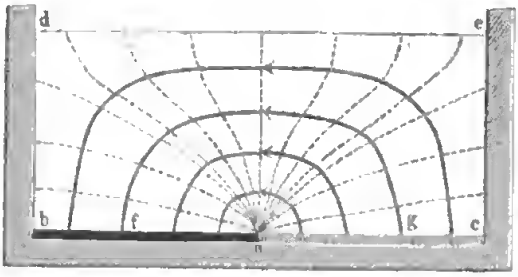
Beziehung auf die Stromelemente sagt: Das in einem Punkte durch mehrere elektromotorische Kräfte hervorgebrachte Stromelement ist nach Richtung und Grösse gleich der Resultante der als Kräfte nach der Regel des Parallelogramms behandelten Stromelemente, welche an demselben Punkte die einzelnen elektromotorischen Kräfte allein wirksam hervorbringen würden. Stellte also z. B. die Linie pa (Fig. 113 a. v. S.) nach Richtung und Grösse das Stromelement vor, welches in p unter dem alleinigen Einflusse einer elektromotorischen Kraft A vorhanden wäre. Wäre ebenso pb das daselbst vorhandene Stromelement, wenn nur die Kraft B wirkte, so würde unter dem gemeinsamen Einfluss von A und B in p ein Stromelement fliessen, das nach Richtung und Grösse durch die Diagonale pr dargestellt würde.

297 Nach diesen Vorbereitungen wollen wir einige besondere Strömungsvorgänge*), die in das Verständniss der thierisch elektrischen Erscheinungen einführen, etwas genauer betrachten. Wir beginnen mit der von du Bois als flaches Erregerpaar bezeichneten Vorrichtung. Der Boden eines parallelepipedischen Gefässes sei zur Hälfte mit einer Zink-, zur anderen Hälfte mit einer Kupferplatte bedeckt, welche — beide rechteckig — in einer zu den längeren Seitenwänden des Gefässes senkrechten Linie zusammenstossen. Das ganze Gefäss ist mit einer elektrolytischen Flüssigkeit, etwa mit Wasser, gefüllt. Alle Bedingungen zum Entstehen von elektrischen Strömungen sind hier gesetzt, denn man hat eine elektromotorisch wirksame Berührung heterogener Metalle und ausserdem noch leitende Verbindung zwischen anderen Stellen der beiden Metalle hergestellt durch Leiter zweiter Classe, d. h. Elektrolyten. Zwei Besonderheiten dieser Vorrichtung fallen sofort in die Augen. Die Fläche, in welcher die elektromotorische Kraft ihren Sitz hat, ist auf eine Linie ohne Breite zusammengeschrumpft, wenigstens wenn man die Dicke der Metallplatten gegen die Höhe der darüber stehenden Flüssigkeit vernachlässigt. Diese elektromotorische Linie ist die Berührungslinie der Zink- und Kupferplatte. Sie muss nach unseren oben aufgestellten Grundsätzen von allen Strömungscurven geschnitten werden. Zweitens: Alles, was in einer den langen Wänden des Gefässes parallelen Ebene vorgeht, ereignet sich genau ebenso in jeder anderen. Wir brauchen also nur die Elektricitätsbewegung nach zwei Ausmessungen in einer solchen Ebene zu verfolgen; sofort haben wir darum nicht mehr von isoelektrischen Flächen, sondern von isoelektrischen Curven zu sprechen, und die elektromotorisch wirksame Stelle zieht sich nun gar auf einen Punkt zurück, nämlich den Durchschnittspunkt der linearen Zinkkupfergrenze, mit derjenigen dazu senkrechten und zu den langen Wänden parallelen Ebene, welche wir als Vertreterin aller solchen herausgegriffen haben. Die Fig. 114 stellt einen solchen Längendurchschnitt des flachen Erregerpaares dar. Das schräg Schraffirte ist die Wand; $bccd$ ist der Binnenraum; von b bis a erstreckt

*) Du Bois-Reymond, Untersuchungen. Bd. I, Abschn. 3, §. 2.

sich am Boden die Kupferplatte, von *a* nach *c* die Zinkplatte. Da die Metalle der Ausgleichung elektrischer Spannungen nur einen verschwindenden Widerstand entgegensetzen, im Vergleich mit dem Wasser, so wird sich die an der elektromotorischen Stelle *a* auf der Zinkseite stattfindende positive Spannung über das ganze Zink ohne Unterschied verbreiten; ebenso die negative Spannung auf der Kupferseite bei *a* über das ganze Kupfer. Die Zinkfläche wird also die erste isoelektrische Fläche mit der grössten, die Kupferoberfläche die letzte mit der kleinsten Spannung sein. Auf unserem Durchschnitte wäre also *ac* die erste, *ab* die letzte isoelektrische Curve. Die übrigen werden sich, da sie alle die äussere Begrenzung senkrecht treffen müssen, etwa wie die in der Fig. 114 gezeichneten punktirten Linien annehmen. Senkrecht zu diesen steht das System der Strömungscurven in der Figur ausgezogen. Durch Pfeilspitzen in der Mitte ist die Richtung der Strömung in ihnen angedeutet. Man sieht, dass diese Curven, wie die Theorie verlangt, sich nach aussen immer mehr der äusseren (gebrochenen) Begrenzungslinie des ganzen Leiters anschliessen. Zu jeder Strömungscurve ist übrigens noch als Schluss des Kreislaufes das zwischen ihren Endpunkten enthaltene Stück der Linie *bc* zu rechnen. So z. B. besteht die dritte Strömungscurve von *a* aus gezählt aus dem gekrümmten Stücke, das die punktirten Linien senkrecht schneidet, und aus dem geraden Linienstücke *fg*, so dass sie im Ganzen einen in sich geschlossenen Ring darstellt. In der That verfolgen wir ein diese Bahn durchlaufendes elektrisches Theilchen: bei *g* verlässt es, durch die hier herrschende grösste positive Spannung gedrückt, das Zink, durchsetzt alle isoelektrischen Curven senkrecht, indem es immer von einer solchen höherer zu einer niederer Spannung getrieben wird, so gelangt es endlich bei *f* zur Kupferoberfläche; in derselben schiesst es gleichsam momentan im Vergleich zu der Zeit, die es brauchte, auf dem Wege durch die Flüssigkeit — nach der elektromotorischen Stelle *a* hin, und wird hier durch die elektromotorische Kraft von der Kupferseite auf die Zinkseite, der dort herrschenden höheren Spannung zum Trotze, hinübergeschafft; ebenso momentan gleitet es an der Zinkfläche wieder nach *g* hin, um den geschilderten Kreislauf von Neuem zu beginnen.

Fig. 114.

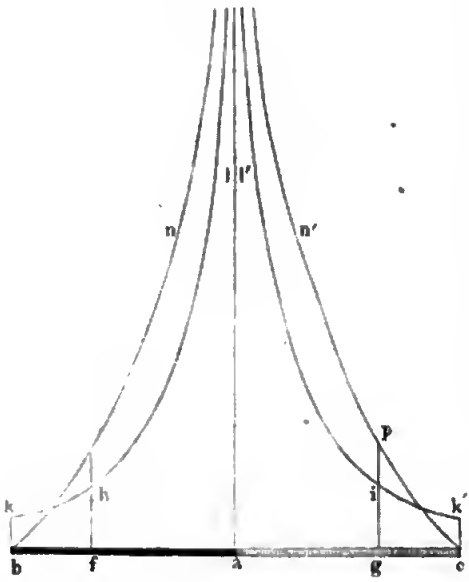


Was die Intensität der Strömung in den einzelnen Strömungscurven unserer Vorrichtung betrifft, so lässt sich nur wenig darüber aus unmittelbarer Anschauung sagen. So viel sieht man auf den ersten Blick, dass die Strömungscurven, je weiter sie beiderseits von *a* entfernt auf den Metallen aufstehen, einen um so schwächeren Strömungsvorgang führen müssen, weil sie bei gleicher elektromotorischer Kraft eine um so grössere

Länge und folglich einen um so grösseren Leitungswiderstand besitzen. Die Strömungscurve unmittelbar um den Punkt a herum sollte theoretisch, weil sie unendlich kurz ist, einen unendlich starken Strom führen; doch „kann dies Unendlichwerden" — um mit du Bois-Reymond's Worten zu reden — „ebensowenig stattfinden, als die gewöhnliche Ohm'sche Formel sich verwirklicht finden kann, wenn man den Nenner derselben gleich Null setzt; es ist deutlich, dass man in Gedanken die Bedingung festzuhalten hat, dieser Nenner (der Widerstand, der Wegstrecke direct proportional) könne nie Null werden, nie unter den Werth einer sehr kleinen Constanten sinken, welche den Widerstand ausdrückt, den ein aus drei kleinsten einander berührenden Theilen der drei ungleichartigen Stoffe dem Strome darbietet."

Bedeutet in Fig. 115 a den Ursprung eines Coordinatensystems und die nach b und c hin gemessenen negativen und positiven Abscissen die Entfernungen der einzelnen Punkte der Metalloberfläche unseres flachen Erregerpaares von der Zinkkupfergrenze, so wird etwa die Curve $k\,l\,l'\,k'$ die Intensitäten der einzelnen Stromfäden graphisch darstellen; eine Ordinate dieser Curve soll nämlich die Intensität desjenigen Stromfadens darstellen, welcher in der ihrer Abscisse entsprechenden Entfernung von der Zinkkupfergrenze in die Metallfläche einmündet, so dass z. B. fh die Intensität in dem Stromfaden ist, der bei f in das Kupfer geht. Dieselbe Ordinate ig $(= fh)$ muss auf g stehen, wenn $ag = fa$ ist, weil ja derselbe Stromfaden, der bei f in das Kupfer einmündet, bei g aus dem Zink wieder auftaucht. Die Curve muss natürlich mit einer gewissen kleinen endlichen Ordinate bk beginnen und mit einer gleich grossen ck' schliessen — dem äussersten an der Wand laufenden Stromfaden entsprechend. Ueber a muss sie jederseits der Ordinatenaxe entlang gehen, jedoch in einer endlichen, wenn auch noch so grossen Höhe abbrechen.

Fig. 115.



Die Intensität des Totalstromes, welcher einen irgendwo gelegten ganzen senkrechten Querschnitt der Vorrichtung durchfliesst, oder die gesammte Elektricitätsmenge, welche einen solchen ganzen Querschnitt während der Zeiteinheit durchsetzt, ist begreiflicherweise gleich der Summe derjenigen Partialströme, welche von der Stelle des Querschnittes bis an

das nächste Ende der ganzen Vorrichtnng aus der Metallfläche anftauchen, resp. darin verschwinden (wenn nämlich der gedachte Querschnitt in das Bereich des Kupfers fällt). Stellte man z. B. anf den Punkt g einen senkrechten Querschnitt, so würde derselbe offenbar von allen den Strömungscurven geschnitten, die jenseits g, d. h. zwischen g nnd c auf dem Zinkboden fussen. Die Gesammtmasse der diesen Qnerschnitt dnrchströmendon Elektricität wäre also derjenigen gleich, welche auf der Strecke gc aus dem Zinke hervorquillt. Ebenso liesse ein durch f gelegter Querschnitt offenbar die ganze (jener übrigens gleiche) Elektricitätsmenge passiren, die auf der Strecke fb sich in das Kupfer ergiesst. Man kann somit (voransgesetzt, dass die Curve der Partialstromstärken bekannt ist) leicht eine Curve der Gesammtstromstärken verzeichnen, d. h. eine Curve, deren Ordinaten die Intensität dos Gesammtströmnngsvorganges in den Querschnitten messen, welche am Endpunkte der betreffenden Abscissen angelegt werden. Jede Ordinate dieser Curve müsste nämlich proportional gemacht werden dem Flächenraum zwischen dem Stücke der Abscissenaxe von der betreffenden Abscisse bis zum Ende des metallischen Bodens, dem darüber liegenden Stücke der Partialstromcurve und den beiden Grenzordinaten dieses Stückes der Curve der Partialstromstärken. Eine solche Curve der Gesammtströmungen in den ganzen Qnerschnitten ist die aus den beiden Zweigen bn und cn' bestehende, in Fig. 115; sie muss natürlich bei b und c vom Werthe Null an wachsen und sich über a der Ordinatenaxe entlang hoch erheben, ohne jedoch aus den schon angeführten Gründen einen unendlich grossen Werth in Wirklichkeit zu erreichen. Ihre Ordinate gp über dem Punkte g wäre der Definition gemäss proportional dem Flächenraume $gck'i$.

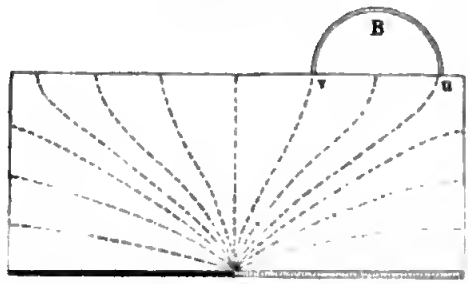
Für die Beurtheilung der thierisch-elektrischen Erscheinnngen ist 298
es nun ganz besonders wichtig, im Voraus zu wissen, wie grosse Stromantheile sich von einem körperlichen Leiter abzweigen, wenn man an bestimmten Stellen der Oberfläche desselben die Endpunkte eines leitenden (lineären) Bogens unwirksam anlegt, d. h. so dass an den Berührungsstellen nicht nene elektromotorische Kräfte wechgernfen werden. Wie eine solche nnwirksame Anlegung eines metallischen Leiters an flüssige Körper znm Behnfe thierisch-elektrischer Versuche zn ermöglichen sei, kann hier einstweilen nnerörtert bleiben. Wir können nns ja den angelegten leitenden Bogen aus derselben Substanz wie den körperlichen Leiter selbst bestehend denken, nnd sind alsdann sicher, dass seine Anlegung elektromotorisch unwirksam ist.

Ein wesentlich nenes Prohlem liegt in dem Leiter mit angelegtem Bogen nicht vor. Es lässt sich ja die Zusammenstellnng beider von vornherein als ein körperlicher Leiter betrachten. Die Stromvertheilung darin könnte also nach den im Anfange dieses Kapitels erläuterten Grundsätzen ermittelt werden. Diese schliessen an sich keine noch so complicirte Form des Leiters aus, also z. B. auch nicht die eines Parallelepipeds mit einem frei hervorragenden lineären Bogen, der nnr an zwei Punkten

an die Oberfläche jenes anstösst. Gleichwohl hat du Bois in seinen Untersuchungen mit Recht die durch lineäre angelegte Leiter abgezweigten Stromtheile einer gesonderten Betrachtung unterworfen, weil man sich leichter orientirt, wenn man zuerst die Stromvertheilung in dem regelmässig gestalteten körperlichen Leiter für sich bestimmt und hernach die Störungen untersucht, welche eine lineäre Abzweigung hervorbringt. Helmholtz hat für diese Lehren neue einfache Gesichtspunkte aufgestellt, die im Folgenden dargestellt werden sollen.

Wir nehmen unser Beispiel von oben wieder vor und denken uns an die Oberfläche des Parallelepipedums den leitenden Bogen B (Fig. 116) in u und v unwirksam angelegt, gerade da, wo die isoelektrischen Flächen von der Spannung u und v ($u > v$) an die Oberfläche anstossen. Wir stellen uns nun zunächst vor, am linken Fusse des Bogens hätte eine elektromotorische Kraft ihren Sitz, welche hinreichte, ein elektrisches Theilchen von der Spannung Null zu einem benachbarten Punkte von der Spannung v zu treiben in der Richtung vom Bogen nach dem Inneren des Leiters, d. h. also eine Kraft, die einer Spannungsdifferenz $= v$ Gleichgewicht hält (Fig. 116). Ebenso denken wir uns am rechten Fusse des Bogens eine von aussen nach innen gerichtete elektromotorische Kraft wirksam, die der Spannungsdifferenz u Gleichgewicht hält (sie müsste also unter unseren Voraussetzungen z. B. grösser als jene sein). Wären die Füsse des Bogens zu gross, um für Punkte zu gelten oder im Bereiche einer einzigen isoelektrischen Fläche liegend angesehen zu werden, so müssten die den einzelnen Punkten jedes Fusses inwohnenden elektromotorischen Kräfte verschieden gedacht werden, und zwar jedem Punkte müsste eine so grosse innewohnen, dass die ihr Gleichgewicht haltende Spannungsdifferenz gerade gleich der Spannung derjenigen isoelektrischen Fläche ist, welche hier aufsteht. Unter dieser Voraussetzung wird offenbar in dem angelegten Bogen kein Strom kreisen und der Strömungsvorgang in dem körperlichen Leiter wird genau so bleiben, wie er ohne angelegten Bogen gewesen wäre. Die eingebildeten elektromotorischen Kräfte in den Füssen des Bogens würden nämlich im Erfolge ganz mit isolirenden Scheidewänden zwischen Leiter und Bogen übereinkommen; ein elektrisches Theilchen bei u z. B. würde vermöge der gewöhnlichen elektrischen Abstossungskräfte zwar nach dem benachbarten Punkte des angelegten Bogens, weil dort die Spannung kleiner — der Voraussetzung nach gleich Null — ist, hinstreben, wird aber durch die ebenfalls vorausgesetzte elektromotorische Kraft, die einer Spannungsdifferenz $= u - 0 = u$ Gleichgewicht hält, am Ueberströmen verhindert, genau als wäre hier eine isolirende Scheidewand. Das Theilchen

Fig. 116.



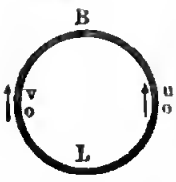
wird also die Bahn weiter verfolgen, wie wenn der Bogen nicht angelegt wäre. Man kann nun aber diesen Erfolg unter dem Gesichtspunkte der Superposition der Ströme (siehe Nr. 296) auch anders ansehen. Die Spannung in jedem Punkte des aus Bogen nnd Leiter zusammengesetzten Systemes muss nach dem angezogenen Principe sein: die algebraische Summe derjenigen Spannung, welche die elektromotorische Kraft des am Boden liegenden flachen Erregerpaares, allein in dem ganzen Systeme gedacht, an dem gewählten Punkte hervorhringen würde, und derjenigen Spannung, welche die in der Oberfläche des Leiters bei den Fusspuukten des Bogeus angenommenen elektromotorischen Kräfte, ebenfalls für sich allein im System wirksam gedacht, an ebendemselben Pnnkte hervorbringen würden. Wir wollen jetzt die Spannnngen im ganzen Systeme (aus Leiter und Bogen), wie sie durch das flache Erregerpaar hervorgehracht werden würden, durch P_1 bezeichnen, nnd die durch die angenommenen elektromotorischen Kräfte in den Bogenfüssen für sich hervorgehrachten durch P_2. Natürlich sind P_1 nnd P_2 nicht constante Grössen, vielmehr hat jede für jeden Pnnkt des Leitersystems einen im Allgemeinen verschiedenen Werth, beide Grössen sind — mathematisch gesprochen — Fnnctionen der Coordinaten der Punkte des Systemes. Bezeichnen wir noch ebenso durch P die Spannung, welche jeder Punkt des Systemes bei vereinter Wirksamkeit der beiden elektromotorischen Kräftearten annimmt, so ist offenhar für alle Punkte des Systemes die Gleichnng gültig $P_1 + P_2 = P$. Eine ähnliche Beziehung, nnr nicht so einfach durch eine Gleichung darstellhar, hesteht für die Stromelemente in jedem Punkte, so nämlich, dass in jedem Punkte das Stromelement, was das flache Erregerpaar gleichzeitig mit den Oberflächenkräften an den Bogenfüssen wirksam gedacht hervorhringt, die Resnltante darstellt aus dem, was das flache Erregerpaar allein, und aus dem, was die Oherflächenkräfte allein hervorhringen würden. Wir kennen nun in dem vorliegenden Beispiele die Function P hereits vollständig und setzen sie überhaupt bei den hierher gehörigen Problemen immer als hekannt voraus. Wir sahen nämlich, dass im Inneren des Leiters alle Verhältnisse gerade so hleihen mussten, wie sie ganz ohne Anlegnng des leitenden Bogens waren, nnd dass im angelegten Bogen überall kein Strom, also auch keine Spannungen vorhanden waren. P ist demnach eine Function der Coordinaten, deren Werthe für alle Punkte im Leiter mit den Werthen der (Nr. 294) gefundenen Function u übereinstimmen, die durch das System der isoelektrischen Curven in Fig. 116 graphisch dargestellt sind, nnd deren Werth für alle Punkte des angelegten Bogens der Null gleich ist, wir hahen also für alle Pnnkte des letzteren $P_1 + P_2 = 0$ oder $P_1 = - P_2$ nnd für alle Pnnkte des Leiters $P_1 + P_2 = u$. Die Gleichung $P_1 = - P_2$ lautet in Worte übersetzt: Die ursprünglichen inneren Kräfte des Leiters (in unserm Beispiele die des flachen Erregerpaares) hringen allein wirksam in allen Pnnkten des Bogens Spannungen (P_1) hervor denen (P_2) gleich aber von entgegengesetztem Vorzeichen, welche daselhst hervorgebracht werden würden durch die hülfs-

weise in den Bogenfüssen gedachten Kräfte allein. Wenn es jetzt möglich ist, die Spannungen und Stromelemente zu ermitteln, welche die in der Oberfläche an den Füssen des Bogens hülfsweise angenommenen elektromotorischen Kräfte für sich allein vorhanden im Bogen erzeugen würden, so ist unser Problem gelöst. Man brauchte nämlich offenbar nur diese mit entgegengesetztem Vorzeichen resp. (die Stromelemente) in entgegengesetzter Richtung bei gleichem Werthe den einzelnen Punkten des Bogens beizulegen und hätte damit die Anordnung der Spannungen und Stromelemente, welche die inneren Kräfte des Leiters im angelegten Bogen hervorbringen. Giebt man von vornherein den hülfsweise angenommenen Oberflächenkräften bei der oben definirten absoluten Grösse die umgekehrte Richtung, d. h. lässt man sie, statt vom Bogen gegen den Leiter, von diesem gegen den Bogen wirken, so bringen sie unmittelbar diejenigen Spannungen und Stromelemente hervor, welche man sucht, ohne dass man die mathematische Operation der Zeichen- und Richtungsumkehrung nöthig hätte; eines Beweises wird dieser Satz nicht bedürfen. Diese letztere Vertheilung elektromotorischer Kräfte in der Oberfläche des Leiters an den Fusspunkten ableitender Bogen bezeichnet Helmholtz kurz mit dem Ausdrucke „der positiv elektromotorisch wirksamen Oberfläche", während er die zuerst gedachte Vertheilung derselben Kräfte an denselben Orten nur in umgekehrter Richtung (von aussen nach innen) die negativ elektromotorische Oberfläche nennt. Er spricht dann das Resultat des ganzen hier entwickelten Gedankenganges noch kurz in dem Satze aus: Die in den angelegten Bogen abgeleiteten Stromzweige sind dieselben, welche die positiv elektromotorische Oberfläche ohne Mitwirkung irgend welcher innerer Kräfte des Leiters allein für sich in dem Bogen hervorbringen würde. Die obige Gleichung $P_1 + P_2 = u$ oder $P_1 = u - P_2$ bildet dann noch in Worten ausgesprochen den Zusatz: Die Spannungen, welche die Punkte im Inneren des Leiters bei Anlegung des ableitenden Bogens annehmen, sind die Summen der Spannungen u, welche sie im isolirten Leiter haben, und der Spannungen $-P_2$ *), welche ihnen in Verbindung mit dem ableitenden Bogen die positiv elektromotorische Oberfläche ertheilen würde. Wenn es nun bloss darauf ankommt, die Stärke des abgeleiteten Stromzweiges zu bestimmen, so brauchen wir uns um die letzterwähnten Spannungen im Inneren weiter nicht mehr zu bekümmern, wir können vielmehr den ganzen körperlichen Leiter in Gedanken durch einen linearen zwischen die Füsse des Bogens eingeschaltet und ihn zum Kreise schliessend ersetzen, wenn er nur denselben Widerstand leistet, wie der ganze körperliche Leiter. Kennte man jetzt den Widerstand, den der körperliche Leiter bei einer gewissen

*) Wenn, wie vorausgesetzt wurde, $+P_2$ die von der negativ elektromotorischen Oberfläche herrührenden Spannungen sind, so müssen offenbar die von der positiv elektromotorischen Oberfläche erzeugten Spannungen durch $-P_2$ dargestellt werden.

Stellung der Füsse des Bogens einem im letzteren erregten Strome entgegensetzt, so kennt man sofort auch die Stärke des in den Bogen abgeleiteten Stromzweiges, vorausgesetzt immer, dass auch die Anordnung der Spannungen im isolirten Leiter bekannt ist. Wäre z. B., Fig. 117, L ein linearer Leiter, welcher, zwischen den Punkten v und u der Figur 116 eingeschaltet, denselben Widerstand W_l böte, wie das ganze dort gedachte Parallelepiped, so hätte man alle Elemente um den abgeleiteten Stromzweig in B zu berechnen. In dem ganzen Kreise $B + L$ wäre nämlich der Widerstand $W_b + W_l$ (wenn W_b den ehenfalls bekannten Widerstand des Bogens B bedeutet) und zwei elektromotorische Kräfte nach dem Principe der positiven elektromotorischen Oberfläche links in der Richtung des Pfeiles eine solche, die der Spannungsdifferenz v, und rechts in der entgegengesetzten Richtung eine, die der Spannungsdifferenz u Gleichgewicht hält. Beide zusammen bringen einen Strom hervor gleich der Differenz der beiden Ströme, welche jede einzeln hedingen würde, also nach den bekannten Ohm'schen Grundsätzen einen Strom von der Stärke $\frac{u - v}{W_b + W_l}$ in der Richtung der stärkeren Kraft.

Fig. 117.

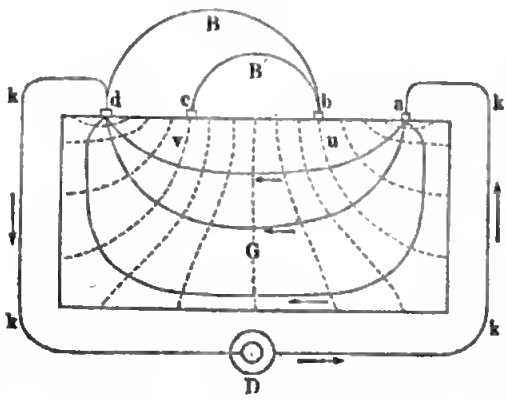


Es steht noch ein zweiter Weg offen, die Stärke eines abgeleiteten 290
Stromzweiges zu finden. Er müsste dann betreten werden, wenn es zwar möglich wäre, die Vertheilung eines im ahleitenden Bogen erregten Stromes durch den körperlichen Leiter zu ermitteln, nicht aber die Vertheilung der Ströme, wie sie durch die inneren Kräfte des Leiters in diesem für sich erregt werden. Helmholtz hat nämlich einen Satz hewiesen, der im allgemeinsten Ausdruck so lautet: Wählt man im Inneren eines zusammengesetzten aber nicht elektromotorisch wirksamen Leitersystems zwei beliehig gelegene Flächenelemente a und b, und ertheilt erst dem a, später dem b eine gleiche elektromotorische Kraft, so fliesst im ersten Falle durch b so viel Elektricität wie im zweiten durch a. Der Beweis dieses Satzes, den Helmholtz mit Hülfe der höheren Analysie geführt hat, muss natürlich hier übergangen werden, seine Anwendung ergieht sich von selhst. Hat man, wie hier immer gedacht wurde, im Inneren eines körperlichen Leitersystemes heliehige Flächen mit elektromotorischen Kräften ausgerüstet und will wissen, einen wie starken Stromzweig alle zusammen durch einen angelegten lineären Bogen senden, so verlegt man die elektromotorische Kraft eines jeden Elementes dieser Flächen für einen Augenhlick in den Bogen selbst und herechnet die Stärke des Stromzweiges, welchen diese gedachte Anordnung durch das betreffende Flächenelement senden würde. Die (algebraische) Summe aller Einzelstärken wäre die Stärke des im vorgegehenen Falle durch den angelegten Bogen wirklich gehenden Stromzweiges.

Bei dem grossen Interesse, welches die in den letzten Nummern auf- 300
gestellten Lehrsätze für thierisch-elektrische Vorgänge haben, wird es gut

sein, auch die experimentellen Beweise, die Helmholtz dafür gegeben hat, wenigstens im Princip hier mitzutheilen, um so mehr, als dadurch die Sätze selbst noch mehr erläutert und veranschaulicht werden. Als körperliches Leitersystem diente Helmholtz die Zusammenstellung eines Cylinders von Bunsen'scher Kohle (G in Fig. 118) mit einem Kupferdrahtkreise (k), in welchem eine Daniell'sche Kette (D) eingeschaltet war. Die Verbindung zwischen dem Kohlencylinder und dem Leitungsdrahte der Kette war in Quecksilbernäpfchen bei a und d hergestellt. Der Strömungsvorgang musste sich in dieser Vorrichtung etwa so gestalten, wie es in der Fig. 118, die einen Querdurchschnitt des Cylinders darstellt, angedeutet ist. Im Inneren des Cylinders sind drei Strömungscurven als ausgezogene Linien beispielsweise gezeichnet und mit Pfeilen versehen, welche die Strömungsrichtung vergegenwärtigen. Das System der isoelektrischen Oberflächen besteht nun offenbar: 1) aus allen senkrechten Querschnitten des Drahtes kk, und 2) aus einem Systeme krummer Flächen im Inneren von G, deren Durchschnittscurven mit der Ebene der Figur sich etwa ausnehmen dürften wie die punktirten Linien, insbesondere wird ohne Zweifel der eine Querschnitt, der die ganze Länge des Cylinders halbirt, selbst eine isoelektrische Oberfläche sein, und zu beiden Seiten desselben werden die übrigen symmetrisch liegen. — Da hier Alles nur auf die Spannungsunterschiede verschiedener Punkte ankommt, so kann man einem (aber auch nur einem) Punkte eine willkürliche Spannung beilegen. Wir werden also der Einfachheit wegen in den weiteren Auseinandersetzungen unterstellen, am Punkte d herrsche die Spannung Null. Man könnte sogar im wirklichen Versuche diese Voraussetzung ganz einfach wahr machen, indem man den Punkt d in (möglichst) widerstandslose leitende Verbindung mit dem Erdboden brächte. An dem Cylinder G waren mit a und d in einer geraden Linie noch zwei Quecksilbernäpfchen b und c angebracht. Die Versuche bestanden nun einfach darin, dass in je zwei der vier Quecksilbernäpfchen in den verschiedenen möglichen Combinationen ableitende Bogen von verschiedenen, aber immer bekannten Leitungswiderständen eingeschaltet wurden, bald zwischen b und d, wie in Fig. 118 durch die Bogenlinie B angedeutet ist (wobei dann natürlich die Verbindung B' wegzudenken ist), bald zwischen b und c, wie die Linie B' andeutet (wobei die Verbindung B wegfiel). Der im Bogen abgeleitete Stromzweig wurde endlich durch eine darin befindliche strommessende Vorrichtung (Spiegelgalvanometer) gemessen.

Fig 118.



Sei nun z. B. bei zwei verschiedenen Einschaltungen von bekanntem Widerstande zwischen b und d (in der Art wie B) die Stärke des abgeleiteten Zweiges gemessen, so hat man, unter Voraussetzung der Richtigkeit der Lehren (in Nr. 298), alle Elemente, um die Stromstärke des abgeleiteten Zweiges bei einer beliebigen anderen bekannten Einschaltung zwischen b und d zu berechnen, und wenn diese berechnete mit der nachher beobachteten übereinstimmt, so ist die vorausgesetzte Richtigkeit der Lehren erwiesen. In der That sei, ohne Anlegung eines leitenden Bogens, bei d die Spannung der Null gleich, bei b aber $= u$, entsprechend der auf der ganzen isoelektrischen Oberfläche herrschenden Spannung, die bei b die Oberfläche schneidet. Die Grösse u ist vorläufig noch unbekannt. Das Princip der elektromotorischen Oberfläche verlangt nun, dass in jedem zwischen b und d eingeschalteten Bogen, sein Widerstand mag sein welcher er wolle, ein Stromzweig fliesse, der gerade so gross ist, als ob bei d und b elektromotorische Kräfte sässen gleich den daselbst im Leiter herrschenden Spannungen, also in unserem Falle bei d die Kraft Null, bei b eine Kraft u, und zwar positiv wirksam, d. h. vom Leiter zum Bogen. Die Stärke des Stromzweiges wäre jetzt ganz bekannt, wenn u sowohl als der Widerstand bekannt wäre, den das System $kkkk + G$ von d nach b durchflossen, darbietet. Nennen wir diesen einstweilen noch unbekannten Widerstand, der nothwendig constant ist, W, so haben wir offenbar, nach den Ohm'schen Principien, eine erste Bestimmungsgleichung für die Grössen W und u, nämlich $J_1 = \frac{u}{W + w_1}$, aus einem ersten Versuche, in welchem bei der Einschaltung des Bogens B zwischen b und d vom bekannten Widerstand w_1 der in demselben fliessende Stromzweig von der Stärke J_1 gefunden wurde. Aus einem zweiten Versuche, wo in einem anderen zwischen b und d eingeschalteten ableitenden Bogen vom bekannten Widerstand w_2 ein Stromzweig von der Stärke J_2 vorgefunden wurde, ergiebt sich eine zweite Bestimmungsgleichung für W und u, nämlich $J_2 = \frac{u}{W + w_2}$. Aus diesen beiden Gleichungen zusammen lassen sich die beiden unbekannten W und u bestimmen. Macht man jetzt einen dritten Versuch mit einem Bogen vom Widerstand w_3, so kann man mittelst der berechneten Werthe von W und u die zu erwartende Stärke $J_3 = \frac{u}{W + w_3}$ berechnen und mit der beobachteten vergleichen. Helmholtz fand nun die Beobachtung mit der Rechnung in so genügender Uebereinstimmung, dass u und W in der That für Constante gelten dürfen, wie es das Princip der elektromotorischen Oberfläche verlangt.

In einer zweiten Versuchsreihe wurden ableitende Bogen in der Weise 301
wie B' in Fig. 118 zwischen die Quecksilbernäpfe b und c eingeschaltet (wobei natürlich die Verbindung B, wie oben schon allgemein bemerkt wurde, wegzudenken ist) und wiederum, wie in der vorigen, aus zwei Versuchen bestimmt: 1) der Widerstand W_1, welchen das Leitersystem

$kkkk + G$ von c nach b hin durchflossen darbietet. (Er ist offenbar kleiner als unser obiges W, was indessen für die vorliegende Frage ohne Interesse ist.) 2) Diejenige elektromotorische Kraft, welche in dem uns nunmehr beschäftigenden Stromkreis von dem Widerstande $W_1 +$ dem Widerstande des Bogens B' denselben Strom hervorbringen würde, wie er als abgeleiteter Zweig in B' zur Messung kommt. Nach unseren Lehrsätzen müsste aber diese letztere Kraft $u - v$ sein, wenn u seine obige Bedeutung beibehält und v die Spannung auf derjenigen isoelektrischen Fläche ist, welche bei c die Grenze von G schneidet. Man hätte nämlich am Fusse c des Bogens die elektromotorische Kraft v, am Fusse b die Kraft u, beide vom Leiter G nach dem Bogen B' hin, also in entgegengesetzter Richtung, wirksam zu denken. Beide zusammen brächten einen Strom zu Wege, als wäre ihre Differenz $u - v$ in der Richtung der stärkeren Kraft wirksam. Nach diesen Versuchen lässt sich, da u aus obiger Versuchsreihe bereits bekannt ist, v bestimmen. Es wurde ferner der ableitende Bogen zwischen d und c eingeschaltet (in Fig. 118 ist dieser Fall nicht gezeichnet) und wiederum aus mehreren Versuchen mit verschiedenen zwischen c und d eingeschalteten bekannten Widerständen ermittelt: 1) der Widerstand W_2, den das System $kkkk + G$ von d nach c hin durchflossen leistet, und 2) die am Fusse des Bogens wirksam zu denkende elektromotorische Kraft, die für sich den beobachteten abgeleiteten Stromzweig erzeugen würde. Das Princip der elektromotorischen Oberfläche fordert nun, dass diese elektromotorische Kraft in unserem Falle $= v$ sein müsse; da der Voraussetzung gemäss im Leiter ohne Bogen bei d die Spannung gleich Null, bei c gleich v ist, und eben nach unserem Princip an jedem Bogenfusse eine elektromotorische Kraft gedacht werden muss, gleich der dort im unabgeleiteten Körper herrschenden Spannung. Also hätten wir bei c die elektromotorische Kraft v zu denken, wenn hier ein Bogenfuss steht, der andere Fuss des Bogens mag stehen wo er will; im Bogenfuss bei d aber die Kraft Null. Wir würden demnach eine neue Bestätigung des Princips haben, wenn sich aus beiden Arten von Versuchen v gleich gross fände, oder wenn sich die Summe der beiden zuletzt berechneten elektromotorischen Kräfte gleich der in der ersten Versuchsreihe berechneten Kraft fände, da ja nach unserem Principe diese $= u$, jene beiden zuletzt berechneten aber beziehlich v und $u - v$ sein müssen, man aber nothwendig $u = (u - v) + v$ hat. Helmholtz fand auch hier die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung so vollständig, wie man es bei derartigen Versuchen nur immer erwarten kann.

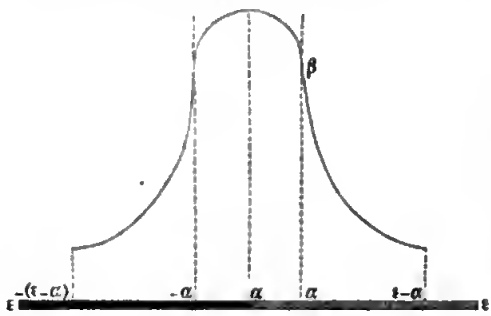
Endlich fand auch noch Helmholtz das (S. 349) ausgesprochene Reciprocitätsgesetz elektromotorischer Flächenelemente experimentell bestätigt. Es musste nämlich nach diesem Gesetze in dem Bogen $kkkk$ dieselbe Stromstärke gefunden werden, wenn in den Bogen B' die Kette D gebracht wurde, welche sich in B' zeigte, wenn sich die Kette in $kkkk$ befand, vorausgesetzt, dass die Widerstände beider Leitungen durch das

Vertauschen von Kette und Galvanometer nicht geändert wurden. In der That entsprach der Versuch dieser Vorhersage.

Gehen wir nun mit diesen Kenntnissen ausgerüstet wieder zu unse- 302
rem flachen Erregerpaare (Nr. 297) zurück, so werden wir uns mit Leichtigkeit eine ungefähre Vorstellung machen können von der Grösse der Stromzweige, die durch verschiedentlich angelegte Bogen davon abgeleitet werden. Der grösseren Einfachheit wegen wollen wir dem angelegten Bogen einen ein- für allemal constanten Widerstand beilegen und seine Füsse, linear ausgedehnt, so lang denken, als das flache Erregerpaar breit ist. Jeder Fuss steht alsdann auf der Oberfläche in der ganzen Ausdehnung einer Durchschnittslinie derselben, mit einer gewissen isoelektrischen Fläche, und nimmt aus jeder der identischen Längsschichten einen gleichen Stromzweig auf, so dass wir wieder die Betrachtung einer einzigen der Betrachtung des Ganzen substituiren können. Unter der „Spannweite" des Bogens verstehen wir dann noch die Entfernung seiner Fusspunkte von einander. Wir fragen uns nun zuerst: Wie wird die Intensität des abgeleiteten Stromzweiges variiren, wenn wir den Bogen mit constanter Spannweite über die Oberfläche des flachen Erregerpaares hinschieben, so dass im Anfang der rechte Fuss des Bogens bei *c* (Fig. 114), am Ende der linke Fuss bei *d* stände. Da einerseits der Widerstand des Bogens constant vorausgesetzt wurde, andererseits aber auch der Widerstand des körperlichen Leiters zwischen den Fusspunkten des Bogens bei den verschiedenen Stellungen, wie die unmittelbare Anschauung zeigt, nicht sehr verschieden ausfallen wird, so ist der Gesammtwiderstand des Stromkreises, den wir zu betrachten haben, annähernd constant zu setzen. Die ganze Frage nach der Intensität zieht sich also zurück auf die Frage nach den ihr proportionalen elektromotorischen Kräften, die bei den verschiedenen Stellungen in Wirksamkeit treten. Diese Frage ist nun unmittelbar beantwortet, wenn man die Anordnung der isoelektrischen Flächen und die auf jeder einzelnen herrschenden Spannungen kennt. Wir setzten das Alles bisher immer als bekannt voraus, müssen aber hier, wo wir uns der Vergleichung mit dem Experimente nähern, uns bewusst werden, dass das Problem der Spannungsvertheilung selbst in den einfacheren Fällen nicht streng lösbar ist. Die in Fig. 118 gezeichnete Spannungsvertheilung für unser gegenwärtiges Beispiel war ja auch nichts Anderes als eine gegründete Vermuthung. Indessen ist sie eben doch soweit gegründet, dass wir berechtigt sind, für die abgeleiteten Ströme einige Schlüsse darauf zu bauen. Insbesondere wird das nicht zu leugnen sein, dass zwei isoelektrische Flächen von gleicher Spannungsdifferenz um so näher an einander liegen, je mehr man sich der Mitte des flachen Erregerpaares nähert. Jede isoelektrische Fläche wird ja, wie wir sahen, von allen Stromfäden durchbohrt, ihre Ausdehnung misst also geradezu die Breite des Gesammtstrombettes. Wo dies enger ist, müssen die treibenden Kräfte wegen des grösseren Widerstandes grösser sein. Die treibenden Kräfte sind aber den Spannungsdifferenzen auf gleiche Wegstrecken längs der Strömungscurven

proportional. Es müssen also da, wo die isoelektrischen Flächen weniger ausgedehnt sind, z. B. gegen die Mitte unseres Apparates, zwei solche von gleicher Spannungsdifferenz näher an einander liegen als da, wo die isoelektrischen Flächen ausgedehnter, das Strombett breiter ist, und folglich dieselbe Spannungsdifferenz, auf eine grössere Wegstrecke vertheilt, hinreicht, um die Bewegung zu erhalten. Es wird demnach die Spannungsdifferenz an den Füssen des Bogens um so grösser sein, je näher derselbe dem Mittelpunkt der Oberfläche rückt. Ganz unzweifelhaft ist sie geradezu ein Maximum, wenn die Mitte zwischen den Bogenfüssen gerade auf dieser Mitte der Oberfläche steht. Du Bois-Reymond hat die Intensitäten der abgeleiteten Stromzweige in einem Bogen von constanter Spannweite graphisch dargestellt durch eine Curve, die ungefähr die Gestalt wie Fig. 119 hat. Die Abscissen bedeuten die Lage der Bogenfüsse, ausgedrückt durch die Entfernung der Mitte zwischen beiden von dem Querschnitt, welcher die Zinkkupfergrenze enthält; die Ordinaten sind die zugehörigen Stromstärken im abgeleiteten Zweig. Offenbar muss die Curve von der äussersten Stellung rechts, wo die Abscisse gleich der ganzen Länge des Kupfers (ε) vermindert um die halbe Spannweite (α) ist, mit einer gewissen endlichen Ordinate beginnen, dann mit abnehmenden Abscissen ohne ausgezeichneten Punkt ansteigen, bis der eine Fuss über die Zinkkupfergrenze gekommen, die Abscisse also $= \alpha$ geworden ist. Hier muss sich in der Curve ein ausgezeichneter Punkt (β) finden — ein Wendepunkt —, denn das Wachsthumsgesetz der Spannungsdifferenz zwischen den Bogenfüssen wird ein anderes, nachdem der eine die Zinkkupfergrenze überschritten hat. Das Maximum gehört, wie schon gezeigt wurde, zur Abscisse Null; links von derselben gestaltet sich der weitere Verlauf der Curve zur rechten Seite symmetrisch, da sich Alles dort genau ebenso verhält.

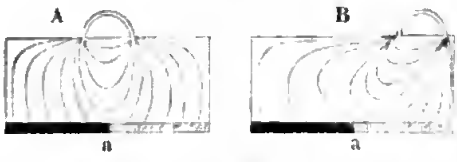
Fig. 119.



Zu denselben Resultaten würden wir gekommen sein, hätten wir den Satz von der Reciprocität elektromotorischer Flächenelemente (siehe Nr. 299) zur Auffindung der Stromstärke benutzt. Die Frage wäre alsdann so zu formuliren gewesen: Ein wie grosser Stromzweig geht durch die Zinkkupfergrenze des flachen Erregerpaares, wenn bei jeder Stellung des Bogens in diesem die elektromotorische Kraft Zink-Kupfer mit Wegdenkung aller übrigen angebracht wird. Ein Blick auf die Fig. 120 zeigt nun, dass bei der Stellung des Bogens, wie sie unter A gezeichnet ist, ein weit grösserer Stromarm die Zinkkupfergrenze bei a durchsetzen muss, als bei der unter B gezeichneten Stellung. Man muss dabei nur daran denken, dass überhaupt in das Metall, wegen seiner grösseren

Leitungsfähigkeit, sich verhältnissmäsig viel mehr Stromzweige ergiessen werden, als in die Flüssigkeit; diese müssen aber bei der symmetrischen Stellung *A* sämmtlich die Zinkkupfergrenze passiren, während hei der Stellung *B* ihrer viele ins Zink hineingehen nnd aus ihm wieder hervortauchen, ohne die Grenze überschritten zn hahen.

Fig. 120.



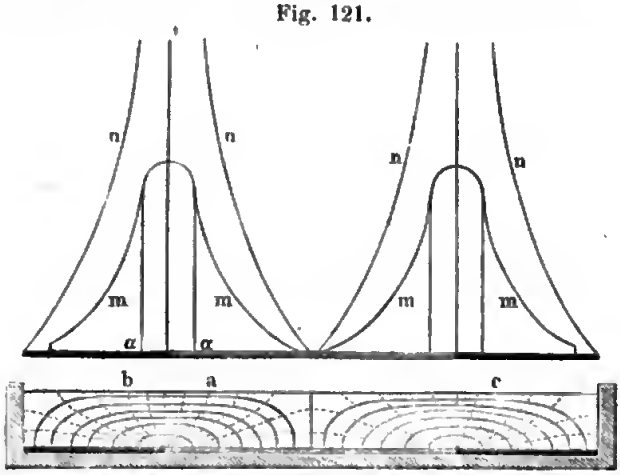
Dass mit wachsender Spannweite des Bogens, dessen Widerstand immer noch constant gedacht wird, die Stärke des abgeleiteten Stromzweiges wachsen muss, ergieht sich aus unseren Principien unmittelhar. Es ist nämlich ersichtlich, wenn man den einen Fuss des Bogens festhält und nun den andern immer weiter von ersterem entfernt — die Spannweite vergrössert —, dass man dann mit letzterem auf immer nene isoelektrische Curven zn stehen kommt, deren Spannnng immer mehr vou jener verschieden ist, die hei dem festgedachten Bogenfusse herrscht. Man wird also geradezu den grösstmöglichen Stromzweig mit dem gegebenen Bogen ahleiten, wenn man seine Füsse an den beiden entgegengesetzten Enden aufsetzt, seine Spannweite $= 2\,\varepsilon$ macht.

Du Bois-Reymond stellte ein flaches Erregerpaar wirklich her, 303
indem er am Boden eines parallelepipedischen, inwendig gefirnissten Holzgefässes ein in der oben heschriehenen Weise hergerichtetes Plattenpaar hefestigte und dasselhe mit Wasser übergoss. Au die Oherfläche des Wassers wurden Platinbleche angelegt, die durch eine stromprüfende Vorrichtung zum Bogen verhunden waren. Um zunächst den Einfluss der Stellung hei gleicher Spannweite zu prüfen, wurden die beiden Platinhleche unter Beihehaltung ihrer Entfernung über die Oberfläche hingeschohen. Im Gauzen hestätigte der Versnch die theoretischen Vorhersagen, nur mischten sich die Erscheinungen der Polarisation in hohem Grade störend ein. Das konnte nicht anders erwartet werden, da zwei Polarisationen, die der Kupferplatte und die der Platinelektroden, im Spiele waren. Letztere konnte freilich nur die ahsolute Grösse der Stromzweige vermindern; jene aber trübte sogar die Gesetzmässigkeit der Erscheinung. Die Kupferplatte wird sich da mit der stärksten polarisirenden Wasserstoffschicht helegen, wo die dichtesten Stromarme in sie einmünden, d. h. also in der Nähe der Zinkknpfergrenze. Diese stärker polarisirten Stelleu der Knpferplatte verhalten sich nun selbst wieder positiv gegen die weniger polarisirten und erzeugen so secnndäre Ströme in der Flüssigkeit, von denen ehenfalls Arme in den Bogen ahgeleitet werden und also die reine Wirkung der primären nicht erkennen lassen. Da diese secundären Ströme vor dem Kupfer, wie die primären von der Zinkkupfergrenze znm Ende des Kupfers gerichtet sind, so werden sie hier die primären unterstützen, und in der That fanden sich die ahgeleiteten Stromzweige stärker, wenn heide Bogenfüsse über dem Kupfer standen, als wenn sie symmetrische Stellungen über dem Zinke hatteu. Weit unverhullter trat die

Gesetzmässigkeit in der oben entwickelten Weise hervor, wenn statt Wassers eine andere Flüssigkeit angewandt wurde, in welcher das Kupfer weniger polarisirt wird, also z. B. Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd oder rauchende Salpetersäure.

304 Wir denken uns jetzt zwei flache Erregerpaare neben einander gelegt, so dass die Zinkenden an einander stossen und also zusammen eine Vorrichtung bilden, in welcher zwei Kupferplatten nebst einer zwischen ihnen liegenden doppelt so langen Zinkplatte in einer Flucht ausgebreitet sind. Es wird sich in dieser Vorrichtung ein Strömungsvorgang bilden, der aus zwei um die Mitte ganz symmetrisch angeordneten Strömungsvorgängen zusammengesetzt ist, von denen jeder einzeln genau der im einfachen flachen Erregerpaare beschriebene ist. In der That denken wir uns für den Augenblick in der Mitte eine isolirende Scheidewand aufgestellt, so würde unzweifelhaft der soeben beschriebene Sachverhalt stattfinden; es kann aber das Wegnehmen der Scheidewand daran nichts ändern, weil rechts und links von derselben überall Punkte gleicher Spannung an einander stossen und folglich kein Grund vorhanden ist, dass Elektricität von der einen Hälfte in die andere überfliesst, auch wenn keine Scheidewand da ist. Fig. 121 giebt also ein wahres Bild von diesem

Fig. 121.



Strömungsvorgang und die Curve *nnnn* ist die graphische Darstellung der Gesammtströme in den einzelnen Querschnitten dieses Systems. Ebenso muss die Curve *mmmm* die graphische Darstellung sein für die Intensität eines Stromzweiges, den ein Bogen von der constanten Spannweite 2α an verschiedenen Stellen angelegt ableitet.

Voraussgesetzt, dass der Leitungswiderstand des zwischen den Füssen des Bogens begriffenen Stückes vom körperlichen Leiter gegen den Widerstand des Bogens selbst verschwindend klein ist, also der Widerstand des ganzen Kreises durch Entfernung der Füsse von einander nicht merklich geändert wird, so lassen sich allemal zwei Stellungen der Bogenfüsse angeben mit verschiedener Spannweite, bei denen der abgeleitete

Stromzweig gleich stark ist. In der That stellen wir den einen Bogenfuss in a auf die Oberfläche, wo sie eine isoelektrische Fläche mit der Spannung u schneidet, so können wir den anderen Bogenfuss sowohl in b als in c aufstellen, um dieselbe elektromotorische Spannungsdifferenz $u-v$ in den Kreis zu bekommen; v mag nämlich die Spannung derjenigen isoelektrischen Fläche heissen, die in b die Oberfläche schneidet; dieselbe Spannung hat aber auch die symmetrisch von der zweiten Zinkkupfergrenze ausgehende isoelektrische Fläche. Unter der gemachten Voraussetzung merklich gleiches Widerstandes würde also in beiden Fällen ein gleich grosser Stromantheil den Bogen durchfliessen.

Wir werden nunmehr in einigen etwas verwickelteren Vorrichtungen 305
leicht die Strömungsvorgänge übersehen, da sie auf das einfache oder doppelte flache Erregerpaar zurückführbar sind. Denken wir uns — um sogleich diese Zurückführung im Auge zu behalten — die ganze soeben behandelte Vorrichtung an beiden Zinkkupfergrenzen in ausspringenden rechten Winkeln geknickt, so hätten wir zwei Kupferplatten, die unter rechten Winkeln an eine doppelt so lange Zinkplatte anstossen, und um die erhabenen Seiten der Winkel herum daran stossend eine Schicht feuchtes Leiters. Die factische Herstellung einer solchen Vorrichtung würde übrigens einfacher sein, wenn man alle drei Metallplatten vertical aufstellte und in eine Rinne von entsprechender Gestalt die Flüssigkeit ausgösse *). Lassen wir jetzt noch eine dieser gegenbildlich gleiche Vorrichtung daran stossen, so hätten wir im Ganzen vier flache Erregerpaare, deren jedes an der Zinkkupfergrenze unter einem ausspringenden rechten Winkel geknickt wäre, so zu einem Apparate vereinigt, dass allemal gleichnamige Metalle zweier benachbarter Paare zusammenstossend in eine Ebene zu liegen kämen. Die Strömungsvorgänge der einzelnen Paare würden bei dieser Anordnung offenbar nicht in einander übergreifen. Es wäre ein Leichtes, den zusammengesetzten Strömungsvorgang jetzt an dieser im Ganzen quadratischen Vorrichtung in der schon mehrfach befolgten Weise zu ermitteln. Bevor wir jedoch dies thun, wollen wir noch eine kleine unwesentliche Veränderung anbringen. Wir lassen die beiden Kupferseiten um die Hälfte ihrer Länge zusammenschrumpfen; dadurch werden die isoelektrischen und Strömungscurven eine Verzerrung erleiden, die jedoch, so weit wir überhaupt mit der Anschauung folgen können, leicht zu übersehen ist. Das System der isoelektrischen Flächen und Strömungscurven in der so modificirten, in sich zurückkehrenden rechteckigen Rinne mit vier geknickten Erregerpaaren, deren Kupfer halb so lang als ihr Zink ist, wird sich etwa so ausnehmen, wie Fig. 122 (a. f. S.); die punktirten Linien sind wieder die isoelektrischen, die ausgezogenen die Strömungscurven. Es ist jedoch zu bemerken, dass nunmehr unsere Figur

*) Es mag hier bemerkt sein, dass diese Anordnung von Du Bois auch schon für das einfache flache Erregerpaar beliebt wurde, als er die weiter oben beschriebenen Versuche anstellte.

nicht wie die Fig. 121 einen verticalen, sondern einen horizontalen Schnitt der ganzen Vorrichtung vorstellt, weil wir ja jetzt die Erregerplatten senkrecht gestellt haben. Diese selbst bilden das innere, die Grenze des feuchten Leiters das äussere Rechteck. Im inneren Rechteck ist wieder Kupfer als voller schwarzer Strich an den kurzen Seiten QS, Zink durch schraffirte schmale Streifen an den langen Seiten LS angedeutet. Auch die Stromzweige im angelegten Bogen lassen sich ebenso finden wie früher, und würde das Gesetz ihrer Stärken wesentlich aus dem des einfachen flachen Erregerpaares leicht abzuleiten sein. In Fig. 123 stellt in der schon mehrfach gebrauchten Weise die ausgezogene Curve die Gesammtstromstärken graphisch dar, d. h. die Elektricitätsmengen, die während der Zeiteinheit einen im Fusspunkt der Ordinate senkrecht aufgerichteten Querschnitt der Flüssigkeit passirt; die punktirte Curve stellt die Stärken des in einem Bogen von constanter Spannweite bei seinen verschiedenen Stellungen fliessenden Stromzweiges dar. Der Uebersichtlichkeit wegen wurden die einzelnen Punkte, über welche die Querschnitte des feuchten Leiters und die Mitte des leitenden Bogens gestellt war, nicht zu einer geraden Abscissenaxe ausgebreitet, sondern in ihrer rechteckigen Anordnung belassen. Es mussten deshalb, um die Continuität der einzelnen Curvenzweige zu erhalten, die Ordinaten unter Winkeln von 45° gegen die Seiten des Rechtecks geneigt werden, was übrigens den Charakter der Curve nicht verändern kann. Man hat alle über einem einzelnen der vier geknickten flachen Erregerpaare errichteten Ordinaten unter einander und zu der Geraden parallel zu denken, die von der diesem Erregerpaar angehörigen Ecke ausgeht.

Fig. 122.

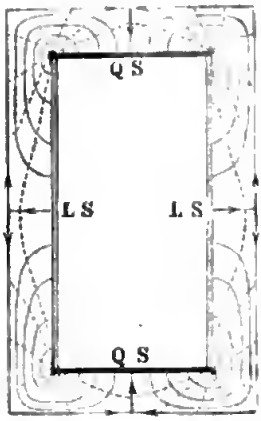
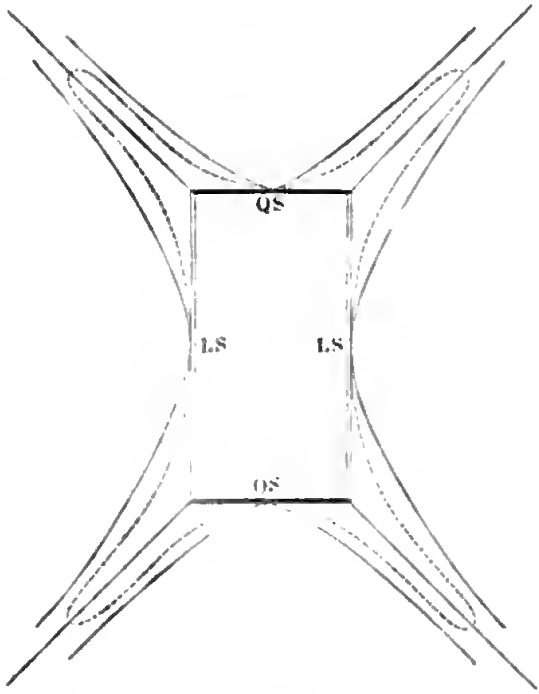


Fig. 123.



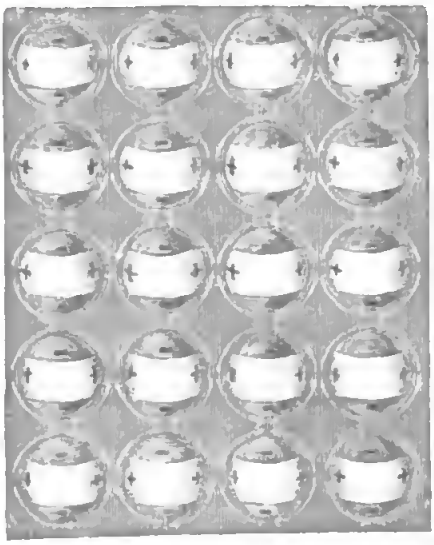
Von unserer viereckigen Rinne mit vier geknickten an einander ge- 306
legten flachen Erregerpaaren ist nun leicht der Uebergang zu machen zu einer anderen Anordnung elektromotorisch wirksamer Stoffe, die für die Deutung der Resultate thierisch elektrischer Versuche vom unmittelbarsten Interesse ist — zu einem kupfernen, am Mantel verzinkten Cylinder (die Endflächen behalten das Kupfer frei), der in eine ringsum, sowie oben und unten gleich dicke, also ebenfalls cylindrische Schicht eines feuchten Leiters eingesenkt ist. Lässt man nämlich unsere viereckige Rinnenvorrichtung in ein unendlich dünnes Element zusammenschrumpfen, begrenzt durch zwei beinahe horizontale Ebenen, die sich längs der Verbindungslinie der beiden Punkte $Q\,S$ (siehe Fig. 122) unter einem unendlich kleinen Winkel schneiden, so muss offenbar der darin stattfindende Strömungsvorgang in allen wesentlichen Beziehungen übereinstimmen mit demjenigen an einem Elemente der gedachten cylindrischen Vorrichtung, welches durch zwei einander längs der Axe derselben ebenfalls unter einem unendlich kleinen Winkel schneidende Ebenen begrenzt wird. Durch die soeben beschriebene Reduction der rechteckigen Rinne wird nun zwar jede der beiden Kupferplatten aus einem schmalen Rechteck verwandelt in zwei sehr spitze Dreiecke, die mit ihren Spitzen bei $Q\,S$ zusammenstossen, während die Zinkplatten schmale Rechtecke bleiben; doch kann diese Gestaltveränderung keine wesentliche Veränderung in der Gestalt der Curven des Gesammtstromes und des abgeleiteten Stromes hervorbringen. Die Figuren 122 und 123 können daher immer noch als Darstellung der Strömungsvorgänge an der veränderten Vorrichtung und namentlich auch an den beiden keilförmigen Elementen der cylindrischen gelten. Die einzige Veränderung, die etwa in der Gestalt der Curven begegnen könnte, wäre ein allmäligeres Ansteigen beider Curven von den Punkten $Q\,S$ aus, weil durch die Zuspitzung gegen diese Punkte hin daselbst der Widerstand vermehrt wird, ohne dass die elektromotorischen Kräfte eine entsprechende Vermehrung erführen. Die Fig. 123 können wir nun sofort auch gebrauchen, um den Vorgang an der ganzen cylindrischen Vorrichtung anschaulich zu machen, da ja bei derselben um die Axe rings herum Alles symmetrisch ist, und folglich, was von einem in der beschriebenen Weise aus derselben herausgeschnittenen keilförmigen Elemente bewiesen ist, sofort von allen gilt. Wir wollen eine Vorrichtung von der Beschaffenheit unserer cylindrischen eine peripolar elektromotorische nennen. Als Resultat der ganzen bisherigen Betrachtungen ergiebt sich über die Wirksamkeit einer solchen Folgendes: In der Schicht feuchtes Leiters fliessen überall Elementarströme, die von Punkten des verzinkten Mantels ausgehen und in Punkte der kupfernen Endflächen einkehren. Die stärksten Ströme biegen kurz um die Ränder der Endflächen um; schwächere Ströme umgehen diese Ränder in weiteren Curven. Eine durch die Axe in ihrem Mittelpunkt senkrecht gelegte Ebene — die Aequatorialebene — theilt die ganze Vorrichtung in zwei symmetrische Hälften. Alle darüber vom Zink ausgehenden Elementarströme münden in die

obere, alle darunter ausgehenden in die untere kupferne Endfläche. Die Stromzweige, welche ein an die Oberfläche des feuchten Leiters angelegter Bogen führt, sind stark, wenn zwischen seinen Füssen der Rand einer Endfläche begriffen ist, unverhältnissmässig schwach, wenn beide Füsse über dem Mantel, oder beide über einer Endfläche stehen. Die abgeleiteten Stromzweige sind Null, wenn beide Füsse des Bogens gleich weit vom Aequator abstehen, mögen sie übrigens beide auf derselben oder auf verschiedenen Seiten des Aequators angelegt sein. Ueberhaupt gilt die Regel, dass bei der Berechnung der abgeleiteten Stromzweige bloss die zum Aequator parallelen Kreise in Frage kommen, auf denen die Bogenfüsse aufstehen; in welchem Punkte eines solchen Kreises der Bogenfuss die Oberfläche des Leiters berührt, ist gleichgültig, vorausgesetzt, dass man den Widerstand des Leiters gegen den eigenen Widerstand des Bogens vernachlässigen darf. Jede isoelektrische Fläche tritt nämlich in einem Parallelkreise an die Oberfläche; es herrscht daher auf allen Punkten eines solchen dieselbe Spannung, und die Anlegung des Bogenfusses an verschiedene Punkte desselben Parallelkreises kann nur auf den Widerstand der Leiterstrecke zwischen den Bogenfüssen, nicht auf die ins Spiel kommenden elektromotorischen Kräfte von Einfluss sein.

307 Die Gesetze der Ströme in solchen peripolar elektromotorischen Vorrichtungen (die übrigens Du Bois ebenfalls durch den Versuch bestätigt hat) können natürlich nicht von den Abmessungen derselben abhängen. Wir dürfen uns daher unseren Cylinder so klein denken als wir wollen. Lassen wir ihn in Gedanken zu verschwindender Kleinheit zusammenschrumpfen, runden wir gleichzeitig die Ränder ab und geben wir der umspülenden Flüssigkeit die Würfelgestalt statt der cylindrischen. Auch diese Veränderungen werden das Wesen des ganzen Herganges nicht beschlagen. Wir haben so den Cylinder verwandelt in das, was Du Bois eine „peripolar elektromotorische Molekel“ nennt; d. h. ein kupfernes — oder besser allgemein ein elektronegatives — Kügelchen, dessen beide Polarzonen roth gefärbt sind, während die Aequatorialzone einen elektropositiven (Zink-) Ueberzug hat; das Ganze ist versenkt in einen etwas grösseren Würfel aus elektrolytischer Substanz. In diesem kleinen Apparate werden auch die isoelektrischen Flächen hoher Spannung im Bereiche der verzinkten Aequatorialzone, die niederer Spannung über den kupfernen Polarzonen zu Tage treten. Von der Aequatorialzone werden Ströme ausgehen, die im feuchten Leiterwürfel zu beiden Seiten gegen die Pole hin abfliessen. Könnte man die Füsse eines ableitenden Bogens so klein machen, dass man ihnen noch verschiedene Stellungen an den Würfelflächen geben könnte, so würden auch noch die abgeleiteten Stromzweige in der Weise, wie am Cylinder, gesetzmässig auftreten. Legen wir jetzt zwei solche peripolare Molekel mit entsprechenden Flächen an einander, d. h. entweder so, dass den Polen benachbarte, oder so, dass der Aequatorialzone benachbarte Würfelflächen einander berühren, so stossen sie offenbar überall mit Punkten gleicher Spannung an einander, und es

ist nirgend Grund zu einem Ueberströmen aus der einen in die andere vorhanden. In jeder einzelnen bleibt die Spannungs- und Stromvertheilung als ob sie isolirt wäre. Dasselbe gilt, wie sich von selbst versteht, von mehr als zwei in der beschriebenen Weise zusammengelegten Molekeln. Denken wir uns jetzt, indem wir unzählige über einander, hinter einander und neben einander legen, einen nach den drei Abmessungen des Raumes endlich ausgedehnten Körper, aufgebaut aus peripolar elektromotorischen Molekeln, deren Axen sämmtlich parallel und lothrecht stehen. Wäre die Anzahl der über einander liegenden viel grösser als der hinter einander und neben einander liegenden, so hätten wir jetzt einen länglichen, parallelepipedischen Körper vor uns, von dessen elektromotorischer Wirksamkeit nach aussen wir uns Rechenschaft geben wollen. Fig. 124 mag ungefähr andeuten, wie man sich die elektromotorisch wirksamen Theilchen in einer von zwei beliebigen Längsschnitten begrenzten Schicht des Körpers zu denken hat. Die elektropositiven Aequatorialzonen sind hell und mit + bezeichnet; die elektronegativen Polarzonen dunkel und mit — bezeichnet; die elektrolytische Substanz ist senkrecht schraffirt; endlich ist die allgemeine Richtung der Elementarströmchen durch Pfeile angedeutet. Man sieht jetzt leicht, dass man unter den langen Seitenflächen oder auch unter jedem beliebigen Längsschnitte immer zunächst auf positive Aequatorialzonen stossen wird; unter den Endflächen oder unter jedem beliebigen Querschnitte begegnet man aber immer zunächst negativen Polarzonen der elektromotorischen Molekel. An den Langseiten werden daher überall isoelektrische Flächen von höherer Spannung zu Tage treten; an den Endflächen solche von niederer Spannung. Gehen wir z. B., um es mit bestimmten Vorstellungen zu thun zu haben, auf einer der Längsrichtung des Parallelepipeds parallelen Linie an einer seiner Seitenflächen herab, so treffen wir zunächst oben an der Randkante die Spannung, die in Fig. 122 den vier Ecken zukommt; von diesem in der Langseite überhaupt möglichen Minimalwerth wächst sie, bis wir über den Aequator der ersten Molekel gekommen sind; sie hat hier dieselbe Grösse, wie auf dem Aequatorialschnitt der cylindrischen Vorrichtung, siehe Nr. 306 und Fig. 122; bei weiterem Heruntergehen nimmt sie wieder ab und erreicht von Neuem den Minimalwerth, wenn wir auf unserer Linie die Grenze zwischen der ersten und zweiten Molekel erreicht haben. Dasselbe Ansteigen und Ab-

Fig. 124.



nehmen wiederholt sich natürlich beim weiteren Herabgehen im Bereiche jeder Molekel. Im Ganzen hätten wir also auf einer Langseite ein in sehr kurzen Raumintervallen (der Länge einer Molekel) wiederholtes periodisches Steigen und Fallen der Spannungen, so jedoch, dass sie nie unter einen gewissen Werth v sinkt, der, wie wir sahen, der Spannung an den Ecken von Fig. 122 ungefähr gleich ist. Schreiten wir hingegen auf irgend einer geraden Linie fort, die in einer der Endflächen unseres Parallelepipedes gezogen ist (entsprechend der oberen oder unteren Grenzlinie Fig. 124), so finden wir zwar wieder ein periodisches Sinken und Steigen der Spannungen, aber wir begegnen jetzt keiner Spannung, deren Werth grösser als jenes v wäre, das an den Langseiten das Minimum war. In der That kommen an den Endflächen nur solche isoelektrische Flächen zu Tage, die sich über elektronegativen Polarzonen erheben und deren Spannungen also jenen gleich sind, die in Fig. 122 über den Kupferflächen an den kürzeren Seiten der Rinne herrschen; sie sind sämmtlich kleiner als die an den Ecken herrschende Spannung v, da ja der Strom von den Ecken nach der Kupferfläche hinfliesst. Hieraus lässt sich nun auf die elektromotorische Wirksamkeit des aus peripolaren Molekeln zusammengesetzten Körpers schliessen. Zunächst ergiebt sich, dass, wie schon bemerkt, weder in dem Körper noch an seiner Oberfläche Gesammtströme fliessen werden, da die elementaren Stromsysteme der einzelnen Molekel keinen Grund finden, in einander überzufliessen. Zweitens lässt sich in einen angelegten Bogen nur dann ein Stromzweig ableiten, wenn derselbe mit dem einen Fuss auf einer End-, mit dem andern auf einer Seitenfläche des Parallelepipedes steht. Dies zeigt sich so: Die elektromotorischen Molekel denken wir verschwindend klein, es liegen also immer unzählig viele im Bereiche eines Bogenfusses, und ob an den Grenzen noch ein halbes mehr hineinragt, kann keinen Unterschied machen. Sei nun ein Fuss an der Langseite angelegt, so wird sich in seinem Bereiche die periodische Schwankung der Spannung zwischen dem Minimalwerthe v und einem Maximalwerthe, der grösser als v ist, er mag $v + \delta$ heissen, unendlich oft wiederholen. Wir hätten also nach dem Principe der elektromotorischen Oberfläche im Bogenfusse neben einander von innen nach aussen elektromotorisch wirksame Punkte zu denken, deren Kräfte ebenfalls zwischen v und $v + \delta$ periodisch variiren. Nach einem — ich möchte sagen — ursprünglichen logischen Princip (das sich übrigens auch mathematisch erweisen lässt) können wir statt dessen, ohne am Erfolg etwas zu ändern, den ganzen Bogenfuss mit einer für alle Punkte constanten Kraft ausgestattet denken, die nothwendig zwischen den Grenzen v und $v + \delta$ liegen muss. Sie braucht nicht gerade das arithmetische Mittel $v + {}^1/_2\,\delta$ einzuhalten, lässt sich aber jedesfalls durch $v + n\delta$ darstellen, wenn n einen positiven echten Bruch bedeutet, also grösser als Null und kleiner als Eins ist. Legt man jetzt den anderen Bogenfuss an irgend einen andern Punkt der Langseiten an, so hätte man demselben gleichfalls die nach aussen (der ersteren also im

Bogen entgegen) gerichtete elektromotorische Kraft $v + n\delta$ zu ertheilen, denn die ganze soeben entwickelte Schlussfolgerung fände von Neuem Anwendung; es könnte also kein Strom im Bogen entstehen. Legte man aber den andern Bogenfuss an einen Punkt der Endflächen, so variirten in seinem Bereiche die Spannungen unzählige Male zwischen dem Maximalwerth v und einem Minimalwerth, kleiner als v, der $v-\delta'$ heissen mag. Man kann nun wieder eine mittlere elektromotorische Kraft statt der eigentlich periodisch variirenden gleichmässig über den ganzen Bogenfuss verbreitet denken; ihr Werth ist aber hier zwischen v und $v-\delta'$ anzunehmen, also $= v - m\delta'$, wo m ein positiver echter Bruch ist. Wir hätten also nunmehr in dem an der Langseite angelegten Bogenfusse die von innen nach aussen gerichtete Kraft $v + n\delta$, und in dem an der Endfläche angelegten Fusse die ebenfalls von innen nach aussen, also jener entgegen gerichtete Kraft $v - m\delta'$ zu denken. Das ergiebt zu Gunsten der ersteren eine wirksame Differenz $= n\delta + m\delta'$. Es muss also bei dieser Anordnung im Bogen ein Strom von der Langseite zur Endfläche fliessen, dessen Intensität $J = \frac{n\delta + m\delta'}{W}$ ist, wenn W den ganzen Widerstand des Bogens und des Parallelepipeds zwischen den Bogenfüssen bedeutet. Legen wir endlich beide Bogenfüsse an Punkte der Endflächen, so kann wieder in keinem Falle ein Strom abgezweigt werden; denn wir müssten in jedem Bogenfusse die nach aussen gerichtete Kraft $v - m\delta$, annehmen, deren Wirkungen einander anfheben.

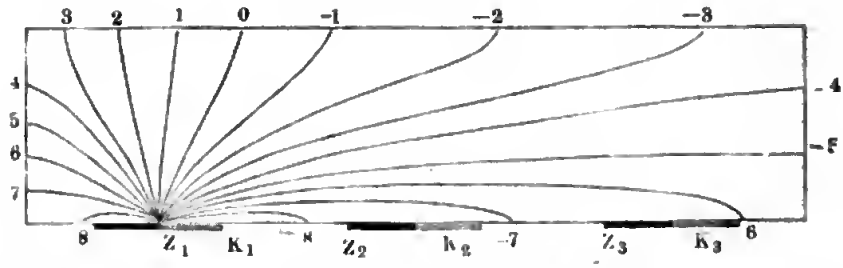
Ferner ist noch zu sehen: Die Entfernung der Bogenfüsse von einander und von der Grenze zwischen Endflächen und Langseite — d. h. also die Spannweite des Bogens — kann bei einer überhaupt wirksamen Anordnung nur dadurch auf die Stärke des abgeleiteten Stromzweiges Einfluss üben, dass sie den Widerstand der zwischen den Bogenfüssen befindlichen Körperstrecke verändert. Die im Spiel zu denkenden elektromotorischen Kräfte sind immer dieselben, nämlich $v + n\delta$ und $v - m\delta'$; daher muss auch der abgeleitete Stromzweig bei constantem Leitungswiderstande des Bogens immer derselbe sein, sobald der Widerstand des Körpers gegen jenen überall verschwindet.

Als ferneres Beispiel von Elektricitätsbewegung in körperlichen Lei- 308
tern wollen wir noch eine Reihe „dipolar“ elektromotorischer Molekel betrachten. Im Anschluss an die soeben gegebene Definition einer peripolaren Molekel verstehen wir unter einer dipolaren ein Kügelchen, zusammengesetzt aus zwei in der Aequatorialebene zusammenstossenden Halbkugeln von elektromotorisch differenter Natur, so dass die Kugel eine negative und eine positive Hemisphäre besitzt, und mitten in den Hemisphären einen positiven und einen negativen Pol. Wir denken uns dieses Kügelchen (das etwa halb aus Zink und halb aus Kupfer bestehen könnte) umgeben von einer Schicht unwirksames feuchten Leiters, die würfelförmig nach aussen begrenzt sein mag. Das Kügelchen ist nun offenbar rings umflossen von einem Stromsysteme, dessen Elementarströme

alle von Punkten der positiven Hemisphäre im feuchten Leiter zu Punkten der negativen hingehen. Legen wir nun mehrere derartige dipolare Molekel in eine Reihe zusammen, so dass die Axen aller eine und dieselbe Richtung haben (Fig. 125), so treffen offenbar nicht in den Berührungsflächen isoelektrische Flächen gleicher Spannung zusammen, und es werden somit die Stromsysteme der verschiedenen Molekeln in einander überfliessen und zu einem neuen resultirenden gemeinsamen Stromsysteme der ganzen Reihe sich vereinigen. Aus diesem Grunde ist die Erörterung einer Reihe dipolarer Molekeln weit schwieriger als die einer Reihe peripolarer, trotz der grösseren Einfachheit des Elementes. Um von dem höchst verwickelten Vorgange zuerst das Wesentlichste in mögligst einfacher Gestalt zu erfassen, gehen wir wieder auf flache Erregerpaare (siehe Nr. 298) zurück. Wir wollen beispielsweise drei solche an der einen langen Wand eines rechtwinklig parallelepipedischen Gefässes, das mit unwirksamem feuchten Leiter gefüllt ist, anbringen, jedoch so, dass sie einander nicht berühren, etwa wie z_1k_1, z_2k_2, z_3k_3 in Fig. 126. Mit Hülfe des Principes der Superposition der

Fig. 125.

Fig. 126.

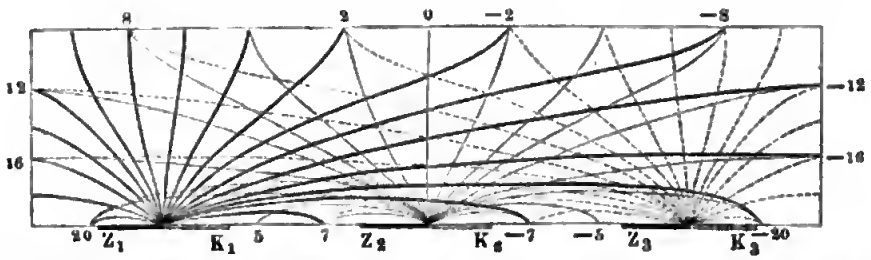


Spannungen werden wir uns leicht eine ungefähre Vorstellung von dem Strömungsvorgange machen können, den die gedachte elektromotorische Anordnung in der parallelepipedischen Flüssigkeitsmasse hervorbringt. Wir brauchen nämlich nur die Spannungen zu berechnen, welche in jedem Punkte jedes Erregerpaar allein für sich wirksam hervorbringen würde, und dann diese drei Spannungen für jeden Punkt algebraisch zu summiren. In Fig. 126 sind nun die Spannungen verzeichnet, die das erste Paar z_1k_1 **allein** hervorbringen würde. Es ist dabei willkürlich angenommen, die Spannungsdifferenz, welcher die zwischen Kupfer und Zink wirksame elektromotorische Kraft Gleichgewicht hält, sei $= 18$ Einheiten. Diese Annahme ist erlaubt, da ja die Maasseinheit der Spannungen an sich willkürlich ist. Die Zinkfläche z_1 wäre also die erste isoelektrische Fläche mit der Spannung $+ 9$, die Kupferfläche wäre die letzte mit der Spannung -9. Dazwischen sind 17 isoelektrische Flächen im Durchschnitt verzeichnet und die auf ihnen herrschende Spannung allemal mit einer Zahl da angegeben, wo die Curve die Grenze des Leiters senkrecht schneidet.

Digitized by Google

Wie man sieht, nahm ich an, die isoelektrischen Curven hätten im Vergleich mit einem symmetrischen flachen Erregerpaar sämmtlich eine Verzerrung nach rechts — nach der Seite des geringeren Widerstandes d. h. der grösseren Leitermasse erlitten. Diese Annahme steht mit dem früher ausgesprochenen Grundsatz wenigstens nicht im Widerspruch, dass die isoelektrischen Flächen an Stellen grösseres Widerstandes sich dichter zusammendrängen müssen als an Stellen geringeres Widerstandes. Es sind vielmehr in der That hier die isoelektrischen Curven linker Hand trotz der Verzerrung dichter als rechts, nur, weil überhaupt mehr Raum vorhanden ist, nicht so dicht als in einem symmetrischen flachen Erregerpaar, wo die Seitenfläche rechts ebensoweit von k_1 abstehen würde als die linke von z_1. In ähnlicher Weise kann man nun für das Paar $z_2 k_2$ und für das Paar $z_3 k_3$ diejenigen 17 isoelektrischen Curven zeichnen, auf denen die Spannung 8, 7, 6 .... — 6, — 7, — 8 statthaben würden, wenn $z_2 k_2$ oder $z_3 k_3$ allein in Thätigkeit wäre. In Fig. 127 sind die drei Systeme isoelektrischer Curven in dasselbe Rechteck eingezeichnet. Grösserer Uebersichtlichkeit wegen ist das zum ersten Paare $z_1 k_1$ gehörige stark ausgezogen; dass zu $z_2 k_2$ gehörige ist durch feine und das zu $z_3 k_3$ gehörige durch punktirte Linien angedeutet. Für diejenigen Punkte, wo sich drei Curven — den drei Systemen angehörig — schneiden, kann man jetzt unmittelbar die Spannung angeben, welche dort herrscht, wenn alle

Fig. 127.

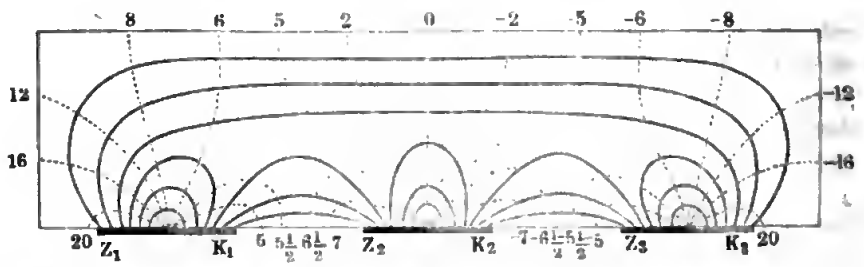


drei Paare zusammen wirksam sind. Z. B. muss der mit 16 bezeichnete Punkt des linken Randes in der That die Spannung 16 haben; denn wie man aus der Abzählung der drei dort einschneidenden Curven ersieht, würde dort vermöge der Wirkung des Paares $z_1 k_1$ die Spannung + 6, vermöge $z_2 k_2$ die Spannung + 5 und vermöge $z_3 k_3$ die Spannung + 5 Platz greifen: Die Summe dieser drei Spannungen ist + 16. Der Punkt am oberen Rande mit — 2 bezeichnet, würde (um noch ein Beispiel auszuführen) von $z_1 k_1$ die Spannung — 2, von $z_2 k_2$ die Spannung — 1, von $z_3 k_3$ die Spannung + 1 erhalten; es ist aber die algebraische Summe $-2 + 1 - 1 = -2$. So sind die am Rande herum geschriebenen Zahlen berechnet. Nur bei den Zahlen 5 rechts von k_1 und — 5 links von z_3 ist noch eine Interpolation zu Hülfe genommen, weil hier keine vom ersten und dritten Paare wirklich gezeichneten Curven ausmünden. Was den Punkt 5 betrifft, so erhält er von $z_2 k_2$ aus die Spannung + 7, von $z_1 k_1$ aus aber (weil er zwischen der Kupferfläche dieses Paares und der

Curve mit der Spannnng — 8 liegt) etwa die Spannung — $8^1/_2$, und von $z_3 k_3$ aus (weil er zwischen den Curven 7 und 6 liegt) etwa die Spannung + $6^1/_2$; es ergieht sich die algebraische Summe + 7 — $8^1/_2$ + $6^1/_2$ = + 5; dem Punkt — 5 müssen wir schon wegen der Symmetrie die Spannung — 5 znschreiben. Fassen wir das Resultat der ganzen Betrachtung noch einmal zusammen, indem wir am Rande der Figur herumgehend den Gang der Spannungen beachten: Die erste Zinkfläche z_1 mag als erste isoelektrische Fläche die Spannung + 21 haben; gehen wir von ihrem linken Ende weiter, so kommen wir continuirlich zur Spannung 20; dann um die linke untere Ecke am linken Rande zur Spannung 16, 12 n. s. w.; immer noch stetig nimmt am oberen Rande die Spannung durch Null hindurch ab nnd hekommt auf der rechten Seite negative Werthe. Diese stetige Abnahme geht bis zur dritten Kupferfläche k_3, wo die Spannnng = — 21 sein muss. Die daran stossende Zinkfläche z_3 muss — das fordert schon ohne weitere Rechnnng die constante elektromotorische Differenz — eine um 18 Einheiten höhere Spannung = — 3 besitzen. Gehen wir von z_3 aus wieder am Rande weiter, so fängt die Spannung wieder an stetig abzunehmen; von — 3 nimmt sie ab auf — 5, von da auf — 7, und auf der Kupferplatte k_2 wird sie den Werth — 9 haben. An der Berührungsstelle zwischen k_2 und z_2, muss wieder eine sprungweise Zunahme um 18 Einheiten stattfinden, so dass auf z_2 die Spannung + 9 kommt. Endlich sehen wir zwischen z_2 und k_1 wieder eine stetige Abnahme von + 9 durch die Werthe + 7 und + 5 zum Werthe + 3, welcher anf der Kupferplatte k_1 stattfindet, wass denn auch damit znsammentrifft, dass anf z_1 die Spannnng 21 = + 3 + 18 angenommen wurde.

309 Nach den soeben abgeleiteten Resnltaten können wir nun mit Hülfe der allgemeinen Eigenschaften der isoelektrischen Flächen und Strömnngscurven diese und jene verzeichnen, mit der Genauigkeit, die überall mit der hlossen Anschanung zu erreichen ist. In Fig. 128 ist dies geschehen.

Fig. 128.

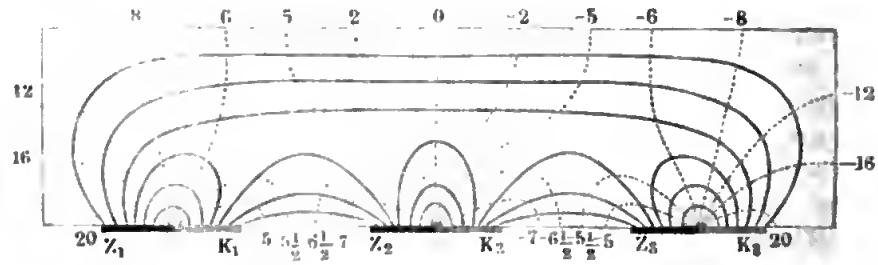


Ueber die isoelektrischen (punktirten) Curven der Figur ist zunächst Folgendes zn bemerken. Die Spannungen zwischen + 3 und + 9, sowie zwischen — 3 und — 9 kommen zweimal am Rande der Figur vor. Zwei solche Punkte gleicher Spannung — z. B. der Punkt mit der Spannung + 5 am oberen, und der Punkt mit der Spannnng + 5 am nnteren Rande — können aber nicht auf einer isoelektrischen Fläche liegen,

weil diese sonst den Leiter in zwei vollständig getrennte Stücke theilen würde und der Elektricität keinen Weg offen liesse, um von ihrer einen zu ihrer anderen Seite zu kommen, ohne sie selbst zu durchsetzen (siehe Nr. 294). Es müssen also jedem Spannungsworth zwischen + 3 und + 9, sowie jedem zwischen — 3 und — 9 zwei isoelektrische Curven entsprechen, die von verschiedenen eloktromotorischen Scheidnngsstellen ausgehen. So sieht man z. B. von der Berührungsstelle des Paares $z_1 k_1$ eine isoelektrische Cnrve mit der Spannung + 5 ausgehen nnd an dem nnteren Rande der Figur einmünden. Eine zweite isoelektrische Cnrve mit der Spannung + 5 geht von der Berührungsstelle des Paares $z_2 k_2$ aus, um am oberen Rande die Oberfläche zu treffen, u. s. w. Vermöge dieser eigenthümlichen Spannnngsvertheilung gestaltet sich nun anch die Elektricitätshewegung in besonderer Woise. Verfolgen wir ein elektrisches Theilchen, das in der ersten Strömungscurve links dicht am Punkte z_1 die erste Zinkfläche verlässt. Es heginnt seinen Kreislauf mit der Spannung + 21, geht dann, indem es nahe an der Begrenznngslinie der Fignr die isoelektrischen Flächen durchsetzt, stetig zn immer geringeren Spannungen über und kommt mit der Spannung — 21 hei k_3 wieder anf Metall. Die elektromotorische Krsft des Paares $z_3 k_3$ vermag es nun von dem Punkte mit der Spannung — 21 zu einem Punkte überzuführen, der eine um 18 Einheiten höhere Spannnng hesitzt — d. h. zu der Zinkfläche des dritten Paares, anf der js die Spannung — 3 = — 21 + 18 herrscht; hier angekommen, gehorcht es nun wieder den anziehenden und ahstossenden Kräften der frei vertheilten elektrischen Massen, und streht von Punkten höherer zu Pnnkten niederer Spannung. Es verlässt somit das Zink dicht hei z_3 uud bewegt sich in dem zwischen z_3 nnd k_2 flach gespannten Bogen, wie man sieht, durch die isoelektrischen Curven mit den Spannungswerthen — 5, — $5^1/_2$ etc., also mit stetig abnehmender Spannnng nach dcm Kupfer k_2 hin. In dem zweiten Paare angelangt, wird es wieder vermöge der dort wirkenden elektromotorischeu Kraft zn einem Punkte befördert, dessen Spannung um 18 Einheiten höher ist, d. h. vom Kupfer des zweiten Paares zum Zinke desselben. Von z_2 geht es wieder aus mit der Spannung + 9 und kommt durch die Flüssigkeit mit stetig abnehmender Spaunung zum Kupfer k_1, wo die Spannung + 3 herrscht. Endlich wird es durch die elektromotorische Kraft des ersten Paares wieder auf dessen Zink mit der Spannung + 21 gehoben und kann alsdann den beschriehenen Kreislauf von Neuem beginnen. Dieser lange Kreislauf mit drei elektromotorischen Erhebungen auf höhere Spannung wird in einer ganzen Reihe von Strömungscurven vollzogen; in der Fig. 129 (a. f. S.) sind als Beispiele drei davon gezeichnet. Danehen kommen aher in nnserem Apparate noch vor jedem Paare kurz umhiegende Strömungscurven vor, die nicht alle isoelektrischen Cnrven durchsetzen. Ebenfalls drei solcher Curven sind in der Figur vor jedem Paare gezeichnet. In einer kurzen Curve des ersten Paares siukt, wie man sieht, ein vom Zink ausgehendes Theilchen von der Spannung + 21 nur herah his zur Span-

nnng + 3, fliesst mit dieser in der Kupferfläche k_1 und wird dann durch die elektromotorische Kraft $z_1 k_1$ wieder zur Zinkfläche z_1 mit der Spannung + 21 hinaufgeschafft und kann so ohne Weiteres seinen kleinen Kreislauf von Neuem beginnen. In ähnlicher Weise sinken die elektrischen

Fig. 129.



Massen in den kleinen Strömchen von dem Paare $z_2 k_2$ und $z_3 k_3$ bloss von der Spannung + 9 bis — 9, und von der Spannnng — 3 bis — 21, um hernach durch die Wirkung einer einzigen elektromotorischen Kraft wieder auf die erste gehoben zu werden.

310 Von der hier behandelten Vorrichtung ist der Uebergang zu einer Reihe dipolarer elektromotorischer Molekel, wie sie Seite 363 beschrieben wurden, leicht zu machen. 1) Die Hinzufügung neuer flacher Erregerpaare in der Längenrichtung würde offenbar nur das Quantitative des Vorganges beschlagen, im Wesen bliebe er derselbe, d. h. man hätte neben Partialströmchen mit der einfachen Spannungsdifferenz der elektromotorischen Kraft vor jedem Paare einen Gesammtströmungsvorgang, der sämmtliche Paare durchsetzte und in dessen Kreise eine grössere Spannungsdifferenz wirksam wäre. 2) Ein halbkreisförmiges Hineinbiegen der flachen Erregerpaare in die Masse des Leiters kann ebenfalls keine wesentlichen Aenderungen bedingen. 3) Man lasse die ganze Vorrichtung zusammenschrumpfen auf eine unendlich dünne keilförmige Schicht. Die Seitenflächen derselben sollen beide auf der Wand des zuerst gedachten Parallelepipeds, welche die flachen Erregerpaare enthielt, nahezu senkrecht stehen. Die Linie, in welcher sie sich schneiden, soll die Grundlinie der Figur 129 sein. Auch in der so veränderten Vorrichtung wird immer noch ein der Fig. 129 analoger Strömungsvorgang stattfinden. Sie ist aber nunmehr nichts Anderes als das keilförmige Element einer cylindrischen Reihe von dipolaren elektromotorischen Molekülen, aus dieser herausgeschnitten, durch zwei in der Axe unter sehr kleinem Winkel sich treffende Ebenen. Was also an der langen schmalen Seite den elektromotorischen Paaren gegenüber (an der oberen Langseite Fig. 129) gilt, das muss an dem ganzen Mantel der cylindrischen Molekelreihe gelten, und was von den kurzen Seiten der Vorrichtung gesagt wurde, lässt sich sofort auf jeden Radius der Endfläche der cylindrischen Reihe übertragen. Endlich gilt von der Axe des Cylinders Alles, was von der Schneide des keilförmigen Apparates (untere Grenze der Fig. 129) bewiesen wurde. Dass

wir uns oben Seite 363 den unwirksamen Leiter, in den die Reihe elektromotorischer Moleküle eingebettet war, vierseitig prismatisch statt cylindrisch begrenzt dachten, ist eine ganz gleichgültige Abänderung, die nur gerade erwähnt zu werden braucht, ohne dass wir weiter Gewicht darauf legen. Wir können demnach von der Oberfläche einer dipolaren Molekülreihe Folgendes aussagen: Die höchste Spannung herrscht an der Endfläche, welcher die Moleküle ihre positiven Pole zukehren, die niedrigste an der gegenüber liegenden; die Differenz zwischen diesen beiden Spannungen wird mit zunehmender Länge der Reihe (wenn auch nicht gerade proportional) zunehmen. An den langen Seitenflächen nimmt die Spannung stetig ab von der positiven bis zur negativen Endfläche. Ein ableitender Bogen, an die Reihe angelegt, wird also nach dem Principe der elektromotorischen Oberfläche unter allen Umständen einen Strom führen — es wird keine unwirksame Anlegung geben können. Es ist dabei vorausgesetzt, dass der Bogen der Länge nach an die dipolare Molekelreihe angelegt wird. Die Stärke des abgeleiteten Stromzweiges wird mit der Spannweite des ableitenden Bogens *ceteris paribus* zunehmen, vorausgesetzt, dass der Widerstand im Leiter vernachlässigt werden darf; denn je weiter die Bogenfüsse aus einander stehen, um so grösser ist die Spannungsdifferenz der Oberflächenpunkte, auf denen sie stehen. Die Richtung des abgeleiteten Stromarmes geht allemal im Bogen von dem Fuss, der dem positiven Endquerschnitt näher, zu dem, welcher von diesem ferner angelegt ist.

Zweites Kapitel.

Anwendung der allgemeinen Grundsätze auf Elektrotherapie.

Bei der Elektrotherapie haben wir es in der Regel mit elektrischen 311
Strömen in nichtlineären, sondern nach allen drei Dimensionen ziemlich gleichmässig ausgedehnten Leitern zu thun, denn der Zweck der Elektrotherapie im engeren Sinne des Wortes ist ja, die erregbaren Gewebe, Nerven und Muskeln in ganz unregelmässig gestalteten Theilen des menschlichen Körpers elektrisch zu erregen. Die im vorigen Kapitel entwickelten Grundsätze über Bewegung der Elektricität in körperlichen Leitern kommen also hier zur unmittelbaren Anwendung.

Legt man zwei Elektroden einer stromerregenden Vorrichtung an zwei beliebige Stellen eines menschlichen Körpers an, so breitet sich die Elektricität, welche bis zur positiven Elektrode auf den Leitungsdraht zusammengedrängt gewesen war, in dem menschlichen Körper nach allen Seiten aus, um sich erst an der negativen Elektrode wieder zu vereinigen und, von neuem auf den Leitungsdraht zusammengedrängt, nach dem negativen Pol der elektromotorischen Vorrichtung hinzufliessen. Der ganze menschliche Körper wird, theoretisch betrachtet, von Strömungscurven erfüllt sein.

In keinem Punkte desselben wird vollständige Rnhe der elektrischen Fluida stattfinden. Dies gilt ehensowohl, wenn die Elektroden den Polen mit einer constanten galvanischen Kette in Verhindung stehen, als wenn sie mit einem Apparate verknüpft sind, der nur zeitweise kurz dauernde Ströme liefert, wie z. B. die viel gehrauchten Inductionsapparate. Natürlich im letzteren Falle gilt die Erfüllung des ganzen Körpers mit elektrischen Strömungscurven nur für die Zeiträume, während welcher der Apparat überhanpt Ströme liefert. Hiernach scheint es, als könne man gar nicht einzelne Theile des menschlichen Körpers isolirt der Einwirkung der Elektricität aussetzen. In der That ist es, streng genommen, absolut unmöglich, und dies ist ein Satz, der gar nicht genug eingeschärft werden kann. Sohald in einer zusammenhängenden Leitermasse — nnd eine solche stellt der menschliche Körper dar — irgendwo das elektrische Gleichgewicht gestört wird, so kann es darin gar nirgends mehr vollkommen erhalten bleihen.

312 Wenn von Einschränkung der Wirkung elektrischer Ströme auf einzelne Theile des menschlichen Körpers die Rede ist, so kann immer nur eine relative Einschränkung gemeint sein, und diese ist allerdings möglich. Man kann es nämlich leicht dahin hringen, dass nnr an besonderen Stellen die Stromdichtheit so gross ist, dass daselhst eine merkliche physiologische Wirkung ausgeübt wird, während in den ührigen Theilen des Leibes die Stromdichtheit so klein ist, dass ihre physiologische Wirknng nicht in Betracht kommt. Es ist nun vor allen Dingen ersichtlich, dass die elektrische Strömnng unhedingt am dichtesten ist in der Hautstelle, wo die kleinere von heiden Elektroden (wofern sie nicht beide gleich sind) angelegt ist, denn von hier aus breitet sie sich sofort über grössere Querschnitte (isoelektrische Flächen) ans. Ist die eine Elektrodenfläche sehr klein und die andere sehr gross, dann ist es allerdings möglich, dass in einiger Tiefe unter der ersteren, z. B. in einem daselbst gelegenen Muskel, die Stromdichtheit noch immer grösser ist, als unmittelhar unter der grossen Elektrode, aher dichter als unter der kleineren Elektrode, kann sie wie gesagt nirgend sein. Es wird daher wohl nicht möglich sein, ein in der Tiefe gelegenes Gehilde (Muskel oder Nerv) zn reizen, ohne wenigstens an einer Stelle, nämlich da wo die kleinere Elektrode anliegt, auch die Hautnerven zu reizen. Mit ganz unzweifelhafter Gewissheit geht dies zwar noch nicht ans der vorstehenden rein physikalischen Betrachtung hervor. Ohgleich nämlich unter der kleineren Elektrode die Stromdichtheit im Allgemeinen am grössten ist, könnte sie doch möglicherweise gerade in den hier gelegenen Nervenenden nicht so sehr gross sein, wofern der Leitnngswiderstand der nervösen Gehilde hedentend grösser ist, als der des umgebenden Hautgewebes. In der That gehört hekanntlich das Nervengewebe zu den schlechter leitenden des thierischen Körpers, aher etwas Bestimmtes lässt sich hieraus doch nicht in Betreff der vorliegenden Frage folgern, namentlich auch darnm nicht, weil die Leitungsfähigkeit der in der Haut liegenden nervösen End-

organe nicht ohne Weiteres mit der der Nervenstämme gleich gesetzt werden kann. Ferner kommt auch noch eine rein physiologische Frage in Betracht. Es könnte nämlich, selbst vorausgesetzt, dass auch wirklich die Stromdichtheit in den Hautnervenenden höher ist als in den tiefer liegenden Gewebeu, hier eine Reizung zu Stande kommen, dort nicht, weil etwa die Erregbarkeit der tiefer gelegenen Theile grösser wäre als die der Hautnervenenden. Dies ist jedoch, soweit die Physiologie darüber gegenwärtig Aufschluss geben kann, nicht der Fall, und es scheint auch wirklich niemals eine Erregung irgend eines tiefer gelegenen Gebildes, sei es Muskel oder Nervenstamm, zu Stande zu kommen, ohne dass an der Anlegungsstelle, wenigstens der kleineren Elektrode, auch Erregung in einigem Grade stattfindet.

Gleichwohl ist es eine bekannte Erfahrung aller Elektrotherapeuten, dass bei gehöriger Durchfeuchtung der Haut an den Anlegungsstellen der Elektroden die Erregung der Hautnerven wenig hervortritt und namentlich sich selten bis zum Schmerzhaften steigert, selbst bei so hohen Werthen der Stromstärke, dass tiefer gelegene Muskeln zur stärksten Zusammenziehung kommen. Dahingegen wird die Erregung der Hautnervenenden unter den Elektroden, wenn diese mit blanken Metallflächen die trockene Haut berühren, ausserordentlich stark, schon für Werthe der Stromstärke, bei denen kein Muskel in der Tiefe zuckt. So kann es sich ereignen, dass unter sonst genau gleichen äusseren Bedingungen — d. h. bei gleicher Stellung des Inductionsapparates gleich grosser Elektrodenflächen etc. — bei feuchter Anlegung der Elektroden, namentlich wenn sie stark angedrückt werden, sich Muskeln contrahiren und in der Haut kaum merkliche Gefühle zu Stande kommen, während bei trockener Anlegung der peinlichste Schmerz in der Haut gefühlt wird, aber die Muskeln in Ruhe bleiben.

Versuchen wir es, von dieser rein empirisch festgestellten Regel uns physikalisch Rechenschaft zu geben. Zuerst haben wir uns zu fragen, welchen Unterschied wohl die trockene und feuchte Anlegung der Elektroden im Strömungsvorgange bedingen wird. Wir wissen, dass die trockene Oberhaut des Menschen fast Nichtleiter der Elektricität ist, dass sie dagegen im durchfeuchteten Zustande einigermaassen leitend ist. Bei trockener Anlegung der Elektroden wird also, besonders noch wenn sie weit auseinander liegen, wegen des ungeheuren Leitungswiderstandes — das ist vor Allem klar — weit weniger Elektricität durch den Körper ausgeglichen, als bei feuchter Anlegung. Die Schwankungen der Intensität des Gesammtstromes, wenn ein Inductionsapparat zur Reizung angewandt wird, geschehen demnach zwischen viel weniger von einander verschiedenen positiven und negativen Maximis, wenn die Elektroden trocken, als wenn sie feucht angelegt sind. Es ist daher leicht begreiflich, dass bei trockener Elektrodenanlegung in der Tiefe der Gewebe, und namentlich in den Muskeln, nirgend hinlänglich umfangreiche Dichtigkeitsschwankungen vorkommen, um eine Reizung des Muskels (sei es unmittelbar, sei

es vermittelst der motorischen Nervenfäden) zu bewirken. Am allerwenigsten wird dann eine Reizung der Muskeln zu erwarten sein, wenn die beiden Elektroden weit auseinander gelegt sind; alsdann breitet sich der Strom ziemlich gleichmässig über den Querschnitt des ganzen Gliedes, woran sie angelegt sind, aus, und kann natürlich nirgend zu bedeutender Dichtheit anschwellen, selbst wenn die ganze abgeglichene Elektricitätsmenge viel bedeutender wäre, als sie es in Wirklichkeit ist. Wie kommt es nun aber, dass gleichwohl gerade in diesem Falle die Erregung der Hautempfindungsnerven an der Anlegungsstelle der Elektroden am stärksten ist? Die Antwort ist, glaube ich, so zu geben. Wegen der ungeheuer geringen Leitungsfähigkeit der trockenen Oberhautsubstanz wird wohl die Elektricität gar nicht in einem zusammenhängenden Strome aus der Elektrode hervorquellen; die ganze Elektricitätsmenge wird sich vielmehr in einzelne Strahlen vertheilen, in denen dann die Dichtheit sehr bedeutend ist, weil eine gewisse Elektricitätsmenge (die freilich nicht im Ganzen sehr gross ist) auf einen verhältnissmässig sehr kleinen Querschnitt zusammengedrängt ist, nämlich auf den Gesammtquerschnitt der einzelnen Strahlen. Jedesmal da, wo die Oberhaut sehr dünn oder gar durchlöchert (Schweisscanäle) ist, wird ein solcher Strahl dieselbe durchbrechen; trifft er hier gerade die Endigung eines Empfindungsnerven, so wird er denselben stark reizen, sofort aber, nachdem er einmal die schlecht leitende Oberhautschicht hinter sich hat und in nahezu gleichmässig leitender Substanz angekommen ist, löst sich der gewissermaassen zusammengedrängt gewesene Strahl in einzelne Stromfäden auf, die nun, wie schon ausgeführt wurde, das ganze Glied stetig erfüllen, und eben deshalb ist hier nirgend eine namhafte Stromdichtigkeit zu finden.

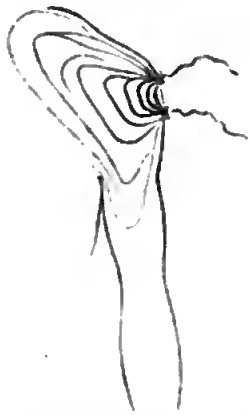
Ganz anders gestaltet sich der Vorgang bei feuchter Anlegung der Elektroden. Dass 1) in diesem Falle wegen der erhöhten Leitungsfähigkeit der Epidermis im Ganzen weit mehr Elektricität durch den Körper abgeglichen wird, wurde schon oben angeführt. 2) Bildet aber jetzt die aus der positiven Elektrode hervorquellende Elektricität einen zusammenhängenden Strom, sie braucht, eben weil die ganze Oberhaut vermöge der Durchfeuchtung leitend geworden ist, nicht mehr deren Lücken aufzusuchen, sondern kann sich durch ihre Substanz selbst ergiessen. Hieraus folgt aber, dass sie an der Anlegungsstelle in den oberflächlichsten Hautschichten nirgend mehr den Grad von Dichtigkeit erreicht, den sie vorher in jenen einzelnen isolirten Strahlen erreichte; denn wenn auch jetzt im Ganzen mehr Elektricität strömt, so ist sie auch auf einen unverhältnissmässig grösseren Querschnitt vertheilt; der Querschnitt des Stromes an der Anlegungsstelle ist nämlich offenbar jetzt die ganze Berührungsfläche zwischen Elektrode und Haut, während vorher an derselben Stelle der Gesammtquerschnitt nur die Summe der Querschnitte der einzelnen Stromstrahlen war. Daher kommt es, dass im Falle feuchter Elektroden die Hautnervenenden weit weniger gereizt werden. Ganz ungereizt bleiben sie freilich auch hier nicht; eine gelinde Empfindung hat man

immer noch in der Hautstelle, die mit den feuchten Elektroden berührt wird, nur steht ihre Intensität in gar keinem Verhältniss zu den stechenden Schmerzen, die eine trockene Anlegung verursacht.

Wir haben jetzt noch zu untersuchen, wie man eine relativ lo- 313
cale Muskelreizung erzielen könne. Erläutern wir dies durch ein Beispiel. Sei in Fig. 130 die eine Elektrode in der Nähe der Schulterhöhe,

Fig. 130.

Fig. 131.



die andere am Vorderarme — beide feucht — angelegt. Vergleicht man nun die verschiedenen Wege, welche die Elektricität in dem Arm einschlagen kann, so ergiebt sich, dass sie alle von ziemlich gleicher Länge und folglich ziemlich gleichem Widerstande sind. Zu grösserer Deutlichkeit sind einige Strömungscurven in der Figur gezeichnet. Man sieht, dass ihre Längen nicht sehr bedeutend differiren; der Strömungsvorgang wird deshalb in einer nahezu eben so stark sein als in der anderen. Die ganze sich abgleichende Elektricitätsmenge wird sich also über den Gesammtquerschnitt des Armes gleichmässig vertheilen. Sie wird daher nirgend die nöthige Dichtheit erlangen, um die auf ihrem Wege gelegenen Muskeln zu reizen. Nur wenn die abgeglichene Elektricitätsmenge ganz enorm gross ist, dann steigt doch die Dichtheit bis zu dem erforderlichen Grade, dann aber auch auf dem ganzen Querschnitte gleichmässig, und so sehen wir, z. B. wenn wir die Elektroden übermässig starker Vorrichtungen in beide Hände nehmen, die sämmtlichen Muskeln beider Arme in krampfhafte Contraction gerathen. Die Muskulatur des Rumpfes bleibt jedoch selbst in diesem Falle in Ruhe, weil hier die strömende Elektricität doch über einen gar zu grossen Querschnitt gleichmässig vertheilt ist, um selbst in der Menge, wie sie von den stärksten Apparaten geliefert wird, irgendwo die zur Muskelreizung erforderliche Dichtigkeit zu erlangen. Denken wir uns dagegen jetzt nicht, wie in Fig. 130, sondern wie in Fig. 131, die beiden feuchten Elektroden dicht neben einander angelegt; beide beispielsweise über dem *Musc. deltoideus*. Die Figur zeigt eine Reihe von Strömungscurven, d. h. Wegen, welche die Elek-

tricität von einer zur anderen Elektrode einschlagen kann. Man sieht sogleich, dass dieselben im Gegensatze zu Fig. 130 an Länge ausserordentlich verschieden sind. Es wird also auch in ihnen die Stromintensität sehr verschieden sein. Auf den kürzeren Bahnen wird ungleich mehr Elektricität zur Ausgleichung kommen als auf den längeren. Das Verhältniss dieser Mengen ist in der Figur dargestellt durch die Dicke der Linien, welche die Strömungscurven andeuten. Aus dieser Betrachtung erhellt, dass in unserem Beispiel in der zunächst unter den Elektroden gelegenen Partie des *Musc. deltoideus* (da, wo die kurzen, dick gezeichneten Curven verlaufen) eine sehr grosse Stromdichtheit wechselsweise eintritt; selbst wenn die im Ganzen ausgeglichenen Elektricitätsmengen nicht sehr gross sind, weil eben der überwiegend grösste Theil derselben auf einen engen Querschnitt zusammengedrängt ist. In den entfernteren Gegenden und im *Musc. biceps, pectoralis major* etc. steigt dagegen die Dichtheit nie sehr hoch. Während also die bezeichnete Partie des *Deltoideus* in Erregung versetzt wird, bleiben die anderen Muskeln in Ruhe. Aus der Erläuterung dieses einen Beispiels wird das ganze Princip der localen elektrischen Muskelreizung hinlänglich klar sein.

314 Aus vorstehenden allgemeinen Betrachtungen lassen sich die in jedem einzelnen Falle anzuwendenden Handgriffe leicht ableiten. Es stimmt dazu auch unter anderen vortrefflich die auf Erfahrungen gegründete Bemerkung Duchenne's*), dass man eine mit sehr dicker Epidermis überzogene Hautstelle doch ein wenig anfeuchten solle, wenn man sie reizen will. Offenbar würde nämlich eine sehr dicke Hornschicht im ganz trockenen Zustande als vollkommener Nichtleiter den Strom ganz verhindern. Eine mässige Befeuchtung macht hingegen deren oberste Schichten leitend und wirkt demnach ähnlich wie eine Verdünnung. Bei der Hautreizung muss die Form der einen, eigentlich reizenden Elektrode den Umständen angepasst werden. Die andere, an einer von der zu reizenden weit entfernten und möglichst unempfindlichen Hautstelle angelegte Elektrode kann allemal die Form eines nassen Schwämmchens haben. Die üblichsten Formen der reizenden Elektrode sind: die „elektrische Hand", volle Metallelektroden und Metallfäden. Unter der elektrischen Hand versteht man die Hand des Operateurs, welche die eine Elektrode hält und mit der trockenen Dorsalfläche die zu reizende Hautstelle berührt, während die andere Elektrode fern davon an einer unempfindlichen Hautstelle feucht angelegt ist. Ueber die Formen und die Behandlung voller Metallelektroden ist nichts Besonderes zu bemerken. Die metallischen Fäden werden vorzugsweise gern in grösserer Anzahl besenartig zusammengebunden und an Holzgriffen befestigt angewandt. Mit diesen Besen kann die Haut leicht gepeitscht werden („elektrische Geisselung"), was eine ganz ausserordentlich wirksame Reizung abgiebt.

*) Duchenne-Erdmann, die örtliche Anwendung der Elektricität etc. Leipzig 1856. S. 20.

Als feuchte Elektroden zur Muskelreizung dienen am besten knopfartig gestaltete, mit recht dünnem Leder überzogene Metallstücke. Das Leder wird wohl durchfeuchtet und die Stücke werden grösser oder kleiner genommen, je nach der Grösse des zu reizenden Muskels. Häufig wendet man auch feuchte Schwämme an, die in cylindrische Röhren gesteckt werden, so dass sie nur wenig daraus hervorragen. Schwämme bieten jedoch mehr Widerstand als eine dünne feuchte Lederschicht, und sind daher jene erstbeschriebenen Elektroden im Allgemeinen vorzuziehen. Die Form der Stiele und Griffe für die Elektroden kann hier nicht näher besprochen werden. Es versteht sich von selbst, dass sie den anatomischen Verhältnissen angepasst werden muss, wo es sich um Reizung innerer Theile (Blase, Mastdarm etc.) handelt. Unpolarisirbarkeit der Elektroden scheint für die Elektrotherapie kein wesentliches Erforderniss, namentlich wo es sich um Anwendung inducirter Wechselströme handelt. Sie wäre übrigens leicht herstellbar. Man brauchte nur die metallische Elektrodenfläche aus amalgamirtem Zink herzustellen und dieselbe zu überziehen mit Leder, welches in Zinkvitriollösung getränkt wäre.

Muskeln können, wenn gewisse anatomische Bedingungen gegeben 315
sind, auch *indirect* zur isolirten Zusammenziehung gebracht werden. Der zum Muskel tretende Nerv muss an irgend einer Stelle nahe unter der Haut liegen und an dieser Stelle in nicht reizbare Gewebe eingebettet sein. Setzt man hier feuchte Elektroden dicht bei einander auf, so wird aus den oben entwickelten Gründen im Nerven eine stark schwankende Elektricitätsabgleichung stattfinden; der Nerv kommt also in den Reizzustand und die von ihm abhängigen Muskeln ziehen sich zusammen. Wäre freilich der fragliche Nerv, da wo er oberflächlich liegt, von Muskeln umgeben, so würden von diesen bei dem beschriebenen Verfahren grössere oder kleinere Theile mit in Zusammenziehung gerathen. Auf den Nerven würde sich nämlich der Strom um so weniger beschränken, da sein Leitungsvermögen von dem des Muskels bedeutend übertroffen wird.

Vollkommen gleiche und in gleicher Weise angebrachte elektrische 316
Reizungen bringen nicht bei allen Muskeln gleich starke Zusammenziehungen hervor. Die Elektrotherapeuten*) schreiben daher verschiedenen Muskeln eine verschiedene elektrische *Reizbarkeit* zu. Bis auf Weiteres dürften jedoch solche Behauptungen noch in Zweifel zu ziehen sein. Sollten nicht vielmehr rein physikalische und anatomische Bedingungen im Stande sein, den Erfolg der Reizung wesentlich zu modificiren? Vor Allem muss offenbar die Dicke der als Nebenschliessung wirkenden Haut und Unterhautzellgewebschicht von bedeutendem Einfluss sein. Ferner wird wohl auch ein Muskel auf den gleichen Reiz mit ausgiebigeren und namentlich einen grösseren Theil seiner Fasern beschlagenden Zusammenziehungen antworten als ein anderer, wenn vermöge der besonderen anatomischen

*) Duchenne-Erdmann S. 25.

Verhältnisse die elektrischen Entladungen gerade grössere Aeste des in ihm sich verbreitenden Nerven treffen. Eine genaue Untersuchung dieser Dinge erspart es uns vielleicht in vielen Fällen, zu physiologischen Besonderheiten gewisser Muskeln unsere Zuflucht zu nehmen, wenn auch im Allgemeinen die Annahme solcher nichts Unwahrscheinliches hat.

317 Duchenne hat die Erfahrung gemacht, dass der sogenannte Extrastrom mehr geeignet ist, die Muskeln zur Contraction zu bringen, während der Strom*) der inducirten Rolle mehr auf die Hautempfindung wirkt. Es scheint mir, als erkläre sich diese Verschiedenheit sehr leicht aus den Nebenbedingungen der Versuche, in Verbindung mit der gewöhnlichen Einrichtung der Inductionsapparate. Bekanntlich besteht in der Regel die inducirte Rolle aus sehr vielen Windungen eines äusserst feinen Drahtes, während die inducirende weit weniger Windungen eines dicken Drahtes besitzt. Wenn kein fremder Widerstand vorhanden ist, jede der beiden Rollen z. B. in den geeigneten Augenblicken durch unmittelbares Aneinanderlegen ihrer Enden für sich geschlossen würde, so dürfte wohl der Extrastrom in der inducirenden Rolle bei den meisten Apparaten eine sehr viel bedeutendere Intensität besitzen als der in der inducirten Rolle, weil in der einzelnen Windung der ersten Rolle eine grössere elektromotorische Kraft wirkt, eine Summation der elektromotorischen Kräfte der Windungen aber nicht zur Vermehrung der Stromstärke beitragen kann, da ja die Widerstände in demselben Verhältnis wachsen. Kommt nun aber ein fremder Widerstand ins Spiel, so kann sich die Sache umkehren. Bei der Muskelreizung, sahen wir, werden die Elektroden feucht und nahe bei einander angelegt, d. h. ein unbedeutender Widerstand eingeschaltet. Es werden aber die geringen elektromotorischen Kräfte des Extrastromes in der immer noch wenig Widerstand bietenden Bahn, die aus der dickdrahtigen inducirenden Rolle und dem Muskel besteht, hinlänglich starke Ströme erzeugen, um den Muskel zur Zusammenziehung zu bringen. Sie reichen aber nicht aus, um in der den kolossalen Widerstand einer trockenen Epidermis enthaltenden Bahn bei der üblichen Hautreizung starke Ströme hervorzubringen, wie sie zu einer energischen Hautreizung erfordert werden. Umgekehrt sind trotz der grösseren Gesammtsumme elektromotorischer Kräfte die Ströme der langdrahtigen inducirten Rolle, die durch den Widerstand des Muskels immer noch etwas, wenn auch in kleinerem Verhältniss, geschwächt werden, schon an sich nicht stark genug, um den Muskel in dem Grade zu reizen, wie es die Extraströme thun. Dahingegen ist bei dem grossen neu einge-

*) Extrastrom nennt man bekanntlich den in der inducirenden Rolle selbst inducirten Strom, der seine Entstehung der Wirkung verdankt, die jede Windung dieser Rolle auf die anderen ausübt. Duchenne selbst bezeichnet ihn in seinen Schriften sehr unglücklich als den „primären", obgleich er doch ein secundärer, d. h. inducirter ist, so gut wie der in der zweiten Rolle kreisende. Bei vielen käuflichen Inductionsapparaten sind übrigens keine Vorrichtungen, um den Extrastrom bequem abzuleiten.

führten Widerstande einer trockenen Epidermis die langdrahtige Rolle im Vortheil. Um es noch einmal kurz zusammenzufassen: Die grössten Stromintensitäten kommen ins Spiel bei kleinem Widerstande und inducirender Rolle, d. h. bei Muskelreizung durch den Extrastrom; etwas kleinere bei Muskelreizung durch den Strom der inducirten Rolle; viel kleinere bei Hautreizung durch denselben, und endlich die kleinsten bei Hautreizung durch den Extrastrom. Es ist bei dieser Betrachtung übrigens wieder stillschweigend vorausgesetzt — was auch schon oben bemerkt wurde —, dass zur Reizung der Empfindungsnerven mit trockener Anlegung der Elektroden offenbar eine viel geringere Gesammtstromstärke gehört als zur Muskelreizung.

Schliesslich muss hier noch vor einem Missverständnisse gewarnt werden, das nicht selten zu begegnen scheint. Es glauben nämlich Manche, man könne durch besondere Kunstgriffe einen Muskel elektrisch reizen, der von einem anderen (an der gereizten Stelle) bedeckt wird, ohne dass dieser letztere sich mit zusammenziehe. Sollte ein Elektrotherapeut dies wirklich behaupten — was mir übrigens bis jetzt nicht bekannt ist —, so behauptet er entschieden die Unwahrheit.

Ueber die therapeutische Verwendung des constanten Stromes, wie 318
sie von Remak in einigen Aufsätzen der deutschen Klinik (insbesondere Jahr 1856, Nr. 25, 28, 35) beschrieben wird, lässt sich von unserem Standpunkte aus noch nichts Entschiedenes sagen, um so weniger, da Remak die Wirkungen des constanten Stromes keineswegs in physiologisch ganz deutlichen Ausdrücken beschreibt. Er soll contrahirte Muskeln schlaff machen, aber doch auch wieder gleichzeitig deren Contractionsvermögen steigern u. s. w. Vom physiologischen Standpunkte aus dürfte man sich auf zweierlei Wirkungen des constanten Stromes gefasst machen. Er könnte, auf ermüdete Muskeln angewandt, deren Contractionsvermögen wieder anfrischen, und er könnte, durch den Bewegungsnerven geleitet, diesen unfähig machen, den von den Centralorganen kommenden Reiz fortzupflanzen, oder überhaupt die besonders durch Eckhard und Pflüger bekannt gewordenen physiologischen Erscheinungen des Elektrotonus hervorrufen. In beiden Richtungen habe ich Versuche an mir selbst angestellt, ohne den geringsten positiven Erfolg. Ich kann dieselben allerdings nicht Wiederholungen der Remak'schen nennen, einmal schon darum nicht, weil ich an gesunden Muskeln experimentirte, und zweitens nicht, weil ich, auf ein bestimmtes Ziel ausgehend, die nach physikalischen Grundsätzen zweckmässigsten Anordnungen treffen musste, die durchaus nicht mit denen Remek's übereinstimmen. Meine negativen Resultate können darum auch nicht den Anspruch machen, als Widerlegung der Remak'schen Beobachtungen angesehen zu werden. Sie scheinen aber bis auf Weiteres dies zu zeigen: Es lässt sich weder die Haidenhain'sche Erfrischung des ermüdeten Muskels, noch lassen sich merkliche Erscheinungen des Elektrotonus durch den constanten Strom am lebenden Menschen hervorbringen. Der Grund davon liegt wahrscheinlich darin, dass man nicht hinlänglich starke Strom-

zweige durch Muskel oder Nerv senden kann, ohne den Gesammtstrom so stark zu machen, dass er unerträgliche Schmerzen verursacht. Zur Prüfung der Erfrischung benutzte ich die *Mm. abductor brevis* und *flexor brevis pollicis*. Zur Prüfung des Elektrotonus wählte ich als Anlegungsstelle der Elektroden die hintere Seite des *Condylus internus humeri*, wo sich der *Nervus ulnaris* um denselben herumschlägt. Günstiger dürfte wohl keine Stelle des menschlichen Körpers sein, um möglichst beträchtliche Stromzweige durch einen Bewegungsnerven zu schicken. Gleichwohl war bei einer fast unerträglichen Stromstärke (10 bis 14 Bunsen'sche Elemente) keine Spur von Lähmung in den vom *ulnaris* abhängigen Muskeln wahrzunehmen. Mit den vorstehenden Bemerkungen soll natürlich keineswegs gesagt sein, dass der constante Strom nicht möglicherweise die grössten therapeutischen Erfolge haben könnte. Die Physik kann überall keine derartige Kritik ausüben, sie kann vielmehr bloss sagen, wie man es zu machen hat, um diesen oder jenen Theil des menschlichen Körpers mehr oder weniger stark durchströmen zu lassen, und ob dies überhaupt möglich ist.

319 Auch einige indirecte Anwendungen sind neuerlich von der Elektricität in der Therapie gemacht worden. Man hat nämlich einen im Kreise des galvanischen Stromes erglühenden Platindraht theils wie das chirurgische Messer, theils wie das *Ferrum candens* angewandt. Die Einzelheiten der zu solchen Zwecken angewandten Verfahrungsarten gehören natürlich nicht hierher. Nur mag hier noch erinnert werden an zwei rein physikalische Ueberlegungen, die dem galvanisch erglühenden Platindraht vor dem *Ferrum candens* den Vorzug geben. Einmal kann man ihn kalt mit aller Musse an die Stelle bringen, wo die hohe Temperatur einwirken soll, und ihn nachher an Ort und Stelle erst glühend machen, dadurch, dass man erst jetzt den vorher offenen Stromkreis schliesst. Ferner ist ein anderer Vorzug darin begründet, dass der Platindraht in sich selbst eine fortwährend fliessende Wärmequelle besitzt, die immer die Verluste ersetzt, welche er durch Ausstrahlung und Ableitung erleidet, so dass man eine gewisse Temperatur durch jede beliebige Zeitdauer einwirken lassen kann. Das *Ferrum candens* bringt bloss eine bestimmte Wärmequantität mit, die, einmal verloren, ihm nicht an Ort und Stelle wiedergegeben werden kann.

320 Die Wahl der elektromotorischen Apparate zu therapeutischen Zwecken ergiebt sich sehr leicht aus den einfachsten physikalischen Betrachtungen. Was die Inductionsapparate betrifft, so bedarf es hier keiner weiteren Bemerkungen. Diese Apparate sind genau in den für die Elektrotherapie zweckmässigsten Formen durch den Handel zu beziehen. Sollen länger dauernde Ströme angewandt werden, so müssen natürlich die Elektroden einer galvanischen Batterie direct an die zu reizenden Theile angelegt werden, und die nöthigen Unterbrechungen und Schliessungen des Kreises durch geeignete Vorrichtungen (Schlüssel etc.) irgendwo an passender Stelle besonders bewirkt werden. Der Leitungswiderstand thie-

rischer Gewebe ist bekanntlich mehrere Millionen Male grösser, als der der meisten Metalle. Man hat daher, so wie sich thierische Gewebe im galvanischen Stromkreise befinden, darin regelmässig einen Leitungswiderstand, gegen welchen der Widerstand der galvanischen Kette selbst und der sonst unentbehrlichen Zuleitungsdrähte verschwindend klein ist. Nach dem Ohm'schen Gesetz*) wird also eine Veränderung des Leitungswiderstandes der Kette selbst keine merkliche Aenderung der Stromstärke bewirken können. Man kann insbesondere bei gegebener Anzahl der galvanischen Elemente nicht darauf rechnen, mit grossen Elementen gleicher Art, die weniger Widerstand bieten, einen wesentlich stärkeren Strom zu erzielen als mit kleinen. Die Anwendung grosser Elemente, von welcher Art sie auch seien, kann demnach als nutzlose Verschwendung bezeichnet werden. Dahingegen wächst in unserem Falle die Stromstärke offenbar der Anzahl der säulenartig hintereinander verbundenen Elemente nahezu proportional, denn mit dieser Anzahl wächst die elektromotorische Kraft proportional und der Widerstand des ganzen Kreises wird durch Hinzufügung neuer Elemente kaum merklich erhöht, da derselbe zum weit überwiegenden Theile gar nicht in den Elementen, sondern in den durchströmten thierischen Geweben liegt. Will man also mit möglichst geringen Mitteln einen möglichst starken Strom durch thierische Gewebe senden, so muss man recht viele kleine Elemente nehmen. Die Kleinheit der Elemente dürfte kaum eine andere Grenze haben, als die ihr durch die Unbequemlichkeit der Handhabung gesetzt wird. So wird man beispielsweise mit 10 fingerhutgrossen Grove'schen Bechern dasselbe leisten, wie mit 10 Grove'schen Bechern von den Dimensionen grosser Trinkgläser. Davon habe ich mich bei Versuchen an Froschnerven wenigstens ganz direct überzeugt.

Genau das Entgegengesetzte gilt bei der Galvanokaustik, wenn es sich zum Zwecke chirurgischer Operationen darum handelt, einen kurzen Draht von ganz unbedeutendem Leitungswiderstande im galvanischen Stromkreise erglühen zu machen. Hier nützt es nichts eine Anzahl von Elementen zu nehmen. Da nämlich hier der Widerstand des ganzen Kreises fast allein in der Kette selbst liegt, so kann Vermehrung der Anzahl der Elemente bei gleicher Grösse derselben keine bedeutende Vermehrung der Stromstärke bewirken, weil der Widerstand des gesammten Stromkreises fast proportional mit der Vermehrung der elektromotorischen Kräfte wächst. Vergrösserung der einzelnen Elemente wird dagegen jetzt fast proportionale Steigerung der Stromstärke zur Folge haben; denn dadurch wird jetzt der gesammte Leitungswiderstand des Stromkreises fast proportional vermindert bei gleichbleibender elektromotorischer Kraft. Für den Zweck des Glühendmachens von Drähten wird man also mit Vortheil ein recht grosses Element verwenden.

Welcher Art von galvanischen Elementen zu therapeutischen Zwecken

*) Siehe Bd. II. S. 122 u. flgd. unter der Ueberschrift Ohm'sches Gesetz.

am brauchbarsten seien, lässt sich nicht wohl allein aus bloss physikalischen Erwägungen bestimmen. Es haben auf diese Wahl auch noch allerlei Nebenrücksichten berechtigten Einfluss. Wenn es auf grosse Stärke und Constanz des Stromes ankommt, so dürften aus rein physikalischen Gesichtspunkten die Grove'schen Elemente vor allen übrigen den Vorzug haben. Namentlich sollen sie, was die Constanz betrifft, den Daniell'schen Elementen überlegen sein, weil der Leitungswiderstand der Kupfervitriollösung viel stärker mit der Concentration variirt, als der der Salpetersäure. Dagegen führt die Anwendung der Grove'schen Elemente die Unbequemlichkeit der salpetrigsauren Dämpfe mit sich. Sehr zweckmässig dürfte für die eigentliche Elektrotherapie ein modificirtes Daniell'sches Element sein, das von Siemens und Halske auf Anregung von Remak construirt ist. Eine genaue Beschreibung desselben würde hier zuweit führen und ist auch überflüssig, da jeder, der sich dieses Elementes bedienen will, dasselbe doch aus der oben genannten Werkstätte beziehen wird. Zum Zwecke der Galvanokaustik dürften recht grosse Bunsen'sche Elemente am vortheilhaftesten sein.

Drittes Kapitel.

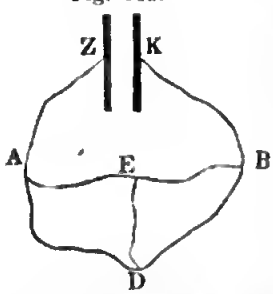
Elektrische Ströme in verzweigten lineären Leitern.

321 Im ersten Kapitel dieses Abschnittes sind die allgemeinsten Grundsätze über Elektricitätsbewegung auseinandergesetzt worden, und im folgenden Kapitel haben wir einige Anwendungen davon auf besondere Fälle gemacht, in denen sich die Elektricität in körperlichen Leitern in nicht parallelen Bahnen bewegt. Wir haben gesehen, dass die dahin gehörigen Probleme überaus verwickelt sind, so dass ihre vollständige Lösung in der Regel die gegenwärtigen Kräfte der Analyse übersteigt. Viel einfacher gestaltet sich bekanntlich die Sache, wenn sich die Elektricität in prismatischen Leitern bewegt, derart dass die Bewegung überall der Axe des prismatischen Leiters parallel geht, und dass mithin in jedem Punkte irgend eines zur Axe des Leiters senkrechten Querschnittes des Leiters stets derselbe Vorgang statthat. In solchen Fällen braucht man natürlich nur die Bewegung auf einem einzigen der Axe des prismatischen Leiters parallelen Stromfaden zu betrachten, man bezeichnet diese Art der elektrischen Bewegung daher auch als die „lineäre". In der Regel hat man es auch in der That hier mit Leitern zu thun, bei denen eine Abmessung über die beiden anderen so sehr vorwiegt, dass man sie geradezu als Linien ansehen kann — nämlich mit Drähten. Die elementarsten Sätze über die Elektricitätsbewegung in solchen einzelnen lineären Leitern oder Drähten, insbesondere vor Allem das einfache Ohm'sche Gesetz, sollen nun hier als bekannt vorausgesetzt werden, da dieselben in allen

Elementarlehrbüchern der Physik ausführlich vorgetragen werden. Wir wollen hier nur die Fälle besprechen, in denen sich die Elektricität durch ein mehr oder weniger verwickeltes System verzweigter Drahtleitungen zu bewegen hat, in welchem an beliebigen Stellen elektromotorische Kräfte wirksam sind. Ein solches System muss selbstverständlich so verknüpft sein, dass es aus lauter in sich zurückkehrenden Bahnen besteht. Man kann diese Bedingung auch so ausdrücken: Von jedem Punkte des Systems muss man zu jedem andern Punkte desselben auf mindestens zwei von Anfang bis zu Ende verschiedenen Wegen gelangen können. In der That wäre an ein verzweigtes Leitersystem irgendwo ein lineäres Leiterstück angehängt, welches ins Freie endigte, so dass vom Verknüpfungspunkte zu einem andern Punkte dieses Stückes immer nur ein Weg führte, dann würde es gar nicht von der bewegten Elektricität betreten und man könnte es abschneiden, ohne dass die Elektricitätsbewegung im übrigen System geändert würde.

Es können verschiedene Fragen in Beziehung auf die Elektricitäts- 322
bewegung in einem verzweigten System lineärer Leiter aufgeworfen werden. Fig. 132 stelle beispielsweise ein solches dar, ZK bedeute die galvanische Kette. Die positive Elektricität wird in dieser Anordnung von K nach B fliessen, hier wird sich der Strom in zwei Arme theilen, der eine fliesst längs BD, der andere längs BE, bei E und D kann sich nun wieder von dem einen Arm ein Theil abzweigen. Geschieht dies bei E, dann fliesst ein Stromzweig von E nach D und vereinigt sich hier mit dem durch BD geflossenen Stromarme, und beide vereinigt gehen weiter nach A, dort kommen sie wieder zusammen mit dem Reste des in BE fliessenden Stromes, der von E nach A weiter gegangen ist. Von A kehrt endlich die gesammte Elektricität nach der Kette bei Z zurück. Ist nun die elektromotorische Kraft der Kette ZK gegeben, sowie die Widerstände in allen einzelnen Stücken der Leitung $AZKB$, BD, BE, DE, DA, EA, dann kann man fragen, welche Richtung und Stärke muss der Strom in jedem einzelnen Theile der Leitung haben? Aber man kann auch die Stromstärke in diesem oder jenem Theile der Leitung als gegeben ansehen, und dann fragen, wie müssen die Widerstände oder die elektromotorischen Kräfte vertheilt sein, damit die gegebene Stromstärke wirklich stattfinde. So kann in der beispielsweise dargestellten Anordnung gefragt werden, wie müssen die Widerstände vertheilt sein, damit in dem Leiter DE die Stromstärke gleich Null werde. Dies ist beiläufig bemerkt ein Problem, von dessen Lösung wir später noch eine wichtige Anwendung machen werden.

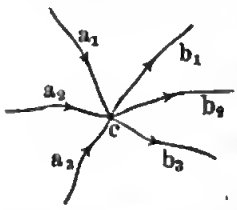
Fig. 132.



Alle hierhergehörigen Fragen lassen sich mit Hülfe zweier von Kirchhoff aufgestellter allgemeiner Sätze lösen. Der erste dieser Sätze lautet folgendermaassen: Die Summe der Stromintensitäten in allen den Leiter-

stücken, welche, in einem Verzweigungspunkte des Systemes zusammentreffen, muss der Null gleich sein, wenn man die Intensitäten derjenigen Ströme, welche nach dem Verzweigungspunkt hinfliessen als positive, die Intensitäten derjenigen Ströme, welche vom Verzweigungspunkte wegfliessen, als negative Grössen in die Rechnung einführt. Wenn beispielsweise im Punkte c, Fig. 133, sechs Leiterstücke a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 zusammentreffen, und in jedem Leiterstücke die Elektricität so fliesst, wie der kleine Pfeil andeutet, dann muss die Summe der partialen Stromstärken in den Leiterstücken a, wo die Elektricität zu c hinfliesst, an numerischem Werthe gleich sein der Summe der partialen Stromstärken in den Stücken b, wo die Elektricität von c fortfliesst. Dann ist nämlich die algebraische Summe der sämmtlichen partialen Stromstärken gleich Null, weil die Stärke der von c fortfliessenden Ströme als negative Grösse in die Rechnung zu setzen ist. Dies Princip ist leicht allgemein einzusehen, denn es ist nur ein Ausdruck dafür, dass die gesammte Elektricitätsbewegung in einem Beharrungszustand gedacht werden soll. In der That, wäre die algebraische Summe aller in einem Verzweigungspunkt zusammenkommenden Partialströme nicht gleich Null, wäre die Summe der zum Verzweigungspunkte hingehenden Ströme grösser oder kleiner als die Summe der davon weggehenden, so würde im Verzweigungspunkte eine Anhäufung oder Verminderung von Elektricität, kurz eine Veränderung des elektrischen Zustandes eintreten.

Fig. 133.



323 Der zweite Satz Kirchhoff's ist weniger leicht einzusehen. Man hebe aus dem Leitersystem irgend einen Complex von Stücken heraus, welcher einen in sich zurückkehrenden Weg darstellt, z. B. in Fig. 132 $AZKBDEA$. In jedem einzelnen Leiterstücke dieses Complexes ist nun offenbar die Stromstärke gleich dem Spannungsunterschiede an beiden Enden, dividirt durch den Widerstand des Stückes. Die Stromstärke in BD beispielsweise ist gleich $\frac{S_b - S_d}{W_{bd}}$, wenn die Spannung bei B mit S_b die Spannung bei D, mit S_d und den Widerstand in BD mit W_{bd} bezeichnen. Diese Stromstärke wird eine positive oder negative Grösse, jenachdem S_b grösser oder kleiner als S_d ist, d. h. jenachdem der Strom in derselben oder in entgegengesetzter Richtung fliesst, in welcher wir dem Leitercomplexe folgen. Bezeichnen wir nun die Stromstärke in BD mit I_{bd}, so haben wir $W_{bd} \cdot I_{bd} = S_b - S_d$. Gehen wir nun in der einmal gewählten Richtung (d. h. von B über D) weiter in dem herausgehobenen Complexe bis zurück zum Ausgangspunkte, so haben wir bei analoger Bezeichnungsweise $W_{de} \cdot I_{de} = S_d - S_e$, ferner $W_{ea} \cdot I_{ea} = S_e - S_a$, dann $W_{az} \cdot I_{az} = S_a - S_z$, endlich $W_{kb} \cdot I_{kb} = S_k - S_b$. Wenn wir diese Gleichungen schliesslich addiren, so heben sich die Spannungswerthe alle heraus, weil immer der Minuend der folgenden Differenz dem Subtrahenden der vorhergehenden gleich ist. Nur wo in dem Kreise eine elektromoto-

rische Kraft sitzt (in unserm Beispiele bei ZK), da gilt dies nicht, da bleibt eine Differenz $S_z - S_k$ übrig, weil sich hier die Spannung sprungweise ändert, und diese übrigbleibende Spannungsdifferenz ist der elektromotorischen Kraft gleich. Bezeichnen wir diese mit E_{zk}, so haben wir also die Gleichung $W_{bd} \cdot I_{bd} + W_{de} \cdot I_{de} + W_{ea} \cdot I_{ea} + W_{az} \cdot I_{az} + W_{kb} \cdot I_{kb} = E_{zk}$. Die beiden letzten Summanden links können wir noch in einen vereinigen, denn da KB die unverzweigte Fortsetzung von AZ ist, so muss $I_{az} = I_{kb}$ sein, und mithin können wir statt $W_{az} \cdot I_{az} + W_{kb} \cdot I_{kb}$ schreiben $W_{ab} \cdot I_{ab}$. Wären in dem ausgehobenen Leitercomplexe mehrere elektromotorische Stellen, so würden sie sich natürlich auf der rechten Seite unserer Gleichung alle finden. Man sieht also, dass man folgenden allgemeinen Satz aufstellen kann: Wenn man aus dem Leitersystem irgend einen geschlossenen Kreis heraushebt, und bildet die algebraische Summe aller Producte aus den Widerständen der einzelnen Leiterstücke und den respectiven partiellen Stromstärken darin, so ist diese Summe gleich der algebraischen Summe der in diesem Kreise wirksamen elektromotorischen Kräfte. Sind also in dem betreffenden Kreise gar keine elektromotorische Kräfte vorhanden, so ist jene Summe gleich Null. Hätten wir beispielsweise aus dem obigen Leitersystem den geschlossenen Complex $BDEB$ herausgehoben, so hätten wir die Gleichung erhalten

$$W_{db} \cdot I_{db} + W_{de} \cdot I_{de} + W_{eb} \cdot I_{eb} = 0.$$

Eine positive Stromstärke bedeutet, dass der Strom in dem Sinne fliesst, in welchem wir bei der Betrachtung den Kreis durchlaufen, und eine positive elektromotorische Kraft, dass sie die Elektricität in diesem Sinne zu treiben strebt. Im umgekehrten Falle sind die betreffenden Grössen negative. Dies ist bei der Anwendung des Principes wohl zu beachten, sowohl bei Einsetzung der numerisch bekannten Grössen in die Gleichungen, als bei Ausdeutung der Werthe, welche die Rechnung für die unbekannten Grössen ergiebt.

Diese beiden Principe geben stets Gelegenheit zur Bildung einer genügenden Anzahl von Gleichungen, um alle unbekannten Grössen zu berechnen, wenn eine genügende Anzahl von Daten vorhanden ist, um das Problem zu bestimmen. Man kann z. B. stets die Stromstärke in allen Leiterstücken finden, wenn alle Widerstände und alle elektromotorische Kräfte gegeben sind.

In den folgenden Kapiteln sollen nun noch einige besonders wichtige Fälle der Stromverzweigung ausführlich behandelt werden. Dabei werden wir jedoch auf strenge Beweise aus den hier entwickelten Grundsätzen verzichten. Dieselben können von jedem in den elementarsten mathematischen Anschauungen nur einigermaassen Geübten mit Leichtigkeit geführt werden.

Viertes Kapitel.

Anwendungen der Stromverzweigung.

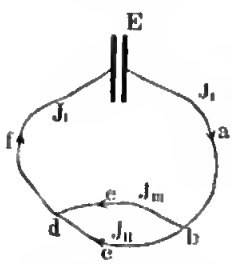
1. Abstufung der Stromstärke durch Nebenschliessung.

322 Es ist bei physiologischer und therapeutischer Anwendung der Elektricität stets erforderlich, dass man über die Stromstärke in den die thierischen Theile enthaltenden Leitungen vollständig Herr ist. Zu diesem Zwecke lassen sich sehr verschiedene Mittel denken. In irgend einem unverzweigten geschlossenen Kreise kann man die Stromstärke auf jeden geforderten Werth bringen, indem man die darin vorhandenen elektromotorischen Kräfte zu den gesammten Widerständen ins richtige Verhältniss setzt, denn die Stromstärke in einem solchen Kreise ist ja gleich dem Quotienten der elektromotorischen Kräfte, dividirt durch die Widerstände. Ist also in einem aufs Gerathewohl zusammengestellten Kreise die Stromstärke grösser als man sie haben will, so kann man entweder die elektromotorischen Kräfte vermindern, z. B. indem man weniger oder schwächere galvanische Elemente nimmt, oder indem man die Widerstände vermehrt, z. B. durch Verlängerung der Leitungsdrähte. Wollte man die Stromstärke vermehren, so hätte man das Entgegengesetzte zu thun. Natürlich würde es aber bei derartigem Verfahren ziemlich lange dauern, bis man einen verlangten Werth der Stromstärke auch nur einigermaassen mit der erforderlichen Genauigkeit hergestellt hätte. In vielen physiologischen oder therapeutischen Fällen würde man aber überhaupt nur mit ganz ausserordentlichen und nur selten zu beschaffenden Mitteln zum Ziele kommen. Es werde beispielsweise gefordert, durch einen dünnen Froschnerven von 5 Centimeter Länge einen elektrischen Strom von einer gewissen ganz ausserordentlich geringen Stärke zu senden. Nehmen wir an, man hätte den Nerven mit Hülfe kurzer metallischer Zuleitungsdrähte und unpolarisirbarer Elektroden in den Kreis einer möglichst schwachen Kette aufgenommen, also z. B. einer einelementigen Daniell'schen. Dann könnten wir durch Herabminderung der elektromotorischen Kraft den Strom nicht wohl weiter schwächen, da andere noch schwächere Elektromotoren, etwa Thermoketten, für diese Zwecke nicht bequem verwendbar sind. Der Strom sei nun aber noch viel zu stark. Wir könnten uns jetzt vorsetzen, ihn durch Einschaltung grösserer Leitungswiderstände auf den gewünschten Werth herabzubringen. Nun ist aber der Widerstand eines 5 Centimeter langen Nervenstückes schon mindestens so gross wie der eines feinen Kupferdrahtes von 1000 Meter Länge, eine solche Drahtlänge müsste also allein schon der Leitung hinzugefügt werden, um die Stromstärke nur auf die Hälfte ihres ersten Werthes herabzubringen, wie viel mehr Draht müsste man also einschalten, um noch viel kleinere Werthe der Stromstärke zu erzielen. Allerdings könnte man Flüssigkeitsäulen in den

Stromkreis einführen, deren Widerstand auch bei mässigen Ahmessungen unverhältnissmässig viel grösser ist als der von Metalldrähten. Es ist aber immer misslich, Flüssigkeiten in einem Stromkreis zu haben, obwohl man jetzt Mittel kennt, die Polarisation so gut wie vollständig zu vermeiden. Ueberdies würde es selbst mit Hülfe von Flüssigkeitssäulen grosse Schwierigkeiten haben, durch blosses Vermehren und Vermindern der Widerstände im unverzweigten Kreise die Stromstärke aufs Feinste abzustufen.

Nach diesen Betrachtungen wird es leicht ersichtlich sein, welchen 325
grossen Dienst du Bois-Reymond der Wissenschaft geleistet hat, indem er das Princip der Stromverzweigung zum Zwecke der Abstufung der Stromstärke eingeführt hat. Die Methodo läuft darauf hinaus, eine Anordnung herzustellen, wie sie in Fig. 134 schematisch dargestellt ist. Der eine Pol einer galvanischen Kette E sendet einen Strom durch den Draht a, welcher sich bei b in zwei Zweige c und e theilt, die bei d wieder zusammenkommen, so dass der Gesammtstrom durch f wieder zur Kette zurückkommt. Es ist nun offenbar, dass in dem einen Zweige der Leitung, z. B. in c, die Stromstärke verändert werden kann durch blosse Veränderung des Widerstandes im andern Zweige (e), wenn auch alles Uebrigo gleich bleibt. Es ist insbesondere ohne weitere Rechnung anschaulich, dass ceteris paribus die Stromstärke in c um so kleiner sein wird, je kleiner der Widerstand in e ist, denn ein um so grösserer Bruchtheil der gesammten von a herkommenden Elektricität wird den Weg e betreten.

Fig. 134.



Nach den im vorigen Kapitel entwickelten Grundsätzen ist es leicht zu ermitteln, in welcher Weise näher die Stromstärke im Zweige c abhängt vom Widerstande im Zweige e. Sie stellt sich nämlich dar als ein Quotient, dessen Dividend das Product ist der elektromotorischen Kraft der in der Stammleitung befindlichen Kette multiplicirt mit dem Widerstande in dem andern Zweige e, dessen Divisor eine Summe der drei Producte ist, welche sich bilden lassen aus den drei Widerstandswerthen in den beiden Stromzweigen c und e, und in der Stammleitung fEa, wenn man je zwei dieser Widerstandswerthe miteinander multiplicirt. Es erhellt hieraus eine sehr wichtige Beziehung, wenn nämlich der Widerstand in der Stammleitung sowohl als der Widerstand in dem Zweige c, den wir die Hauptschliessung nennen wollen, unverhältnissmässig grösser ist als der Widerstand in dem Zweige e, der als Nebenschliessung bezeichnet werden mag, dann überwiegt das Product der beiden ersteren Widerstandswerthe so sehr über die beiden anderen Produete, welche mit ihm zusammen den Divisor des die Stromstärke in der Hauptschliessung darstellenden Quotienten ausmachen, dass jener Divisor vom Widerstande in der

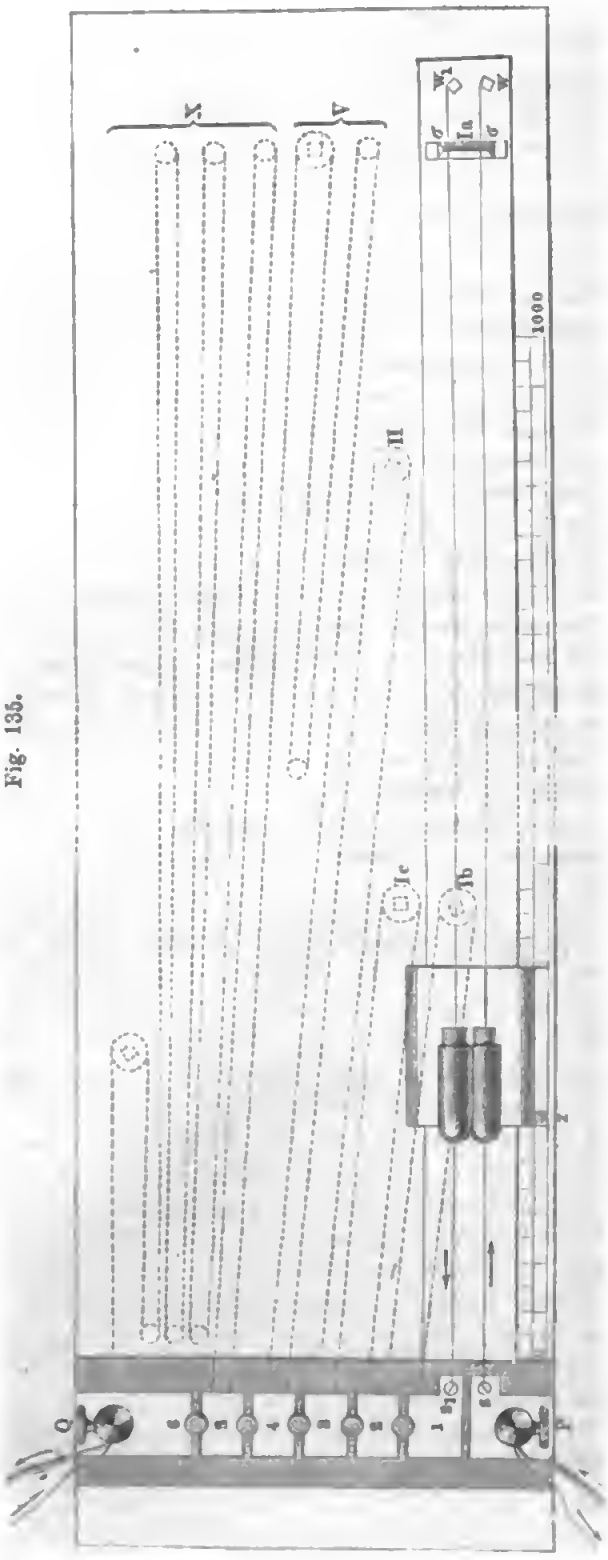


Fig. 135.

Nebenschliessung so gut wie unabhängig wird. Da nun dieser Widerstand im Dividend einfach als Factor auftritt, so muss sich unter der gemachten Annahme die Stromstärke in der Hauptschliessung proportional wie der Widerstand in der Nebenschliessung ändern. Der hier gedachte Fall ist nun bei physiologischen und therapeutischen Anwendungen der Elektricität in der Regel annähernd realisirt, in der Hauptschliessung befinden sich thierische Gewebe, die sehr bedeutenden Widerstand leisten, und in der Stammleitung befindet sich meist eine vielgliedrige galvanische Kette, deren Widerstand gleichfalls gross ist, während man als Nebenschliessung verhältnissmässig wenig Widerstand bietende Drahtlängen anwendet. Durch Variation dieser Drahtlän-

gen kann man alsdann die Stromstärke innerhalb gewisser Grenzen ziemlich proportional variiren machen.

Soll nun das soeben auseinandergesetzte Princip zur praktischen An- 326
wendung kommen, so muss man einen Apparat herstellen, der es gestattet, den Widerstand in der Nebenschliessung beliebig und womöglich continuirlich, d. h. durch unendlich kleine Abstufungen, zu verändern. Solche Apparate nennt man Rheostaten. Der zu physiologischen Anwendungen vorzüglichste Apparat derart ist das sogenannte Rheochord in der Form, die ihm von du Bois-Reymond gegeben ist. In Fig. 135 ist dies Instrument halb schematisch dargestellt. Ueber einen etwas mehr als 1^m langen Kasten sind zwei Platindrähte sw und $s'w'$ parallel nebeneinander ausgespannt und bei $\sigma\sigma'$ mit einem Elfenbeinsteg unterstützt. Bei s und s' sind sie an zwei voneinander wohl isolirten Messingstücken befestigt, deren eines die Drahtklemme P trägt, das andere ist mit 1 bezeichnet. Unter den Drähten befindet sich eine Holzleiste, auf welcher ein Messingschlitten der Richtung der Drähte genau parallel läuft. Seine Stellung kann an einer neben der Holzleiste aufgeklebten Millimeterscala abgelesen werden. In unserer Figur steht der Schlitten bei z, er trägt zwei daselbst ebenfalls sichtbare Stahlbüchsen, durch welche die Drähte hindurchlaufen. Diese beiden Büchsen sind cylindrisch, hängen ihrer ganzen Länge nach zusammen. Auf der linken Seite sind sie knopfförmig abgerundet und haben hier ganz kleine Löchelchen, durch welche die Drähte gerade bequem hindurchgehen. Die Büchsen sind mit Quecksilber gefüllt, und rechts mit Korkpfröpfen geschlossen, durch welche die Drähte durchgezogen sind. Das Quecksilber umspült die Platindrähte vollständig, und somit bildet das beschriebene Stück zwischen den beiden Drähten eine so gut leitende Brücke, dass ihr Widerstand selbst gegen den eines kurzen Drahtstückes vernachlässigt werden darf. Wenn nun der Zeiger am Schlitten auf den Nullpunkt der Scala zeigt, dann stehen die Kuppen der Stahlbüchsen gerade an den Metallstücken bei s und s'. Es ist alsdann von P nach dem Messingstück 1 hin so gut wie kein Leitungswiderstand vorhanden. Wird aber der Schlitten weiter nach rechts geschoben, dann muss ein elektrischer Strom, um von P nach 1 zu kommen, zuerst im einen Draht bis zu den Büchsen, und dann von hier im andern Drahte nach s' zum Messingstück 1 gelangen. Er hat alsdann also einen Widerstand von einem Stück Draht, dessen Länge doppelt so gross ist als das Scalenstück an dessen Endpunkt der Zeiger des Schlittens steht. Diesen Widerstand kann man natürlich durch stetige Bewegung des Schlittens vollkommen stetig verändern, d. h. wenn man eben den Schlitten um ein unendlich kleines Stück verschiebt, so wird auch der Widerstand nur um einen unendlich kleinen Bruchtheil seines Werthes verändert, sei es vergrössert oder verkleinert. Auf dem Kasten sind nun noch fünf andere voneinander durch Zwischenräume getrennte Messingklötze 2, 3, 4, 5, 6 in einer Reihe befestigt, und je zwei benachbarte derselben sind durch Drähte verbunden die im Inneren des Kastens verborgen, so ausgespannt

sind, wie es durch die punktirten Linien in der Figur angedeutet ist. Der Draht, welcher von 1 nach 2 um ein Röllchen (siehe *I b*) herumgeführt ist, hat einen Widerstand gleich dem der beiden äusseren Platindrähte zusammen, wenn der Schlitten auf 1000^{mm} steht. Denselben Widerstand hat der Draht von 2 über *I c* nach 3. Der Draht von 3 nach 4 hat doppelt so viel Widerstand (*II*), der von 4 nach 5 fünfmal so viel (siehe *V* in der Figur) und der von 5 nach 6 zehnmal so viel (siehe *X* in der Figur). Da diese beiden letzteren Drähte, wofern sie noch eine handliche Stärke behalten sollten, mehr als doppelt so lang als der ganze Kasten genommen werden mussten, so sind sie, wie die Figur zeigt, mehrfach im Zickzack hin- und hergeführt. Dass sie nicht auf Rollen gewickelt sind, hat darin seinen Grund, dass man jede Gelegenheit zu Inductionen beim Schliessen und Unterbrechen der Ströme vermeiden wollte.

Zwischen je zweien der Metallstücke 1, 2, 3, 4, 5, 6 kann durch einen in den runden Theil des Zwischenraumes genau passenden Metallzapfen eine Verbindung hergestellt werden, deren Widerstand verschwindend klein ist gegen den Widerstand des dieselben Metallstücke im Inneren des Kastens verbindenden Drahtes. Sobald also der Zapfen zwischen 3 und 4 z. B. steckt, wird Elektricität von 3 nach 4 nur durch ihn und nicht mehr durch den Draht *II* hindurchgehen. Ist dagegen der Zapfen ausgezogen, so ist die Elektricität gezwungen, ihren Weg durch den Draht zu nehmen.

327 Nach dieser Beschreibung wird klar sein, dass uns der Apparat das Mittel giebt, dem Leitungswiderstand zwischen den Klemmschrauben *P* und *Q* durch einige fast momentan ausführbare Manipulationen jeden beliebigen, zwischen 0 und 20 eingeschlossenen Werth zu ertheilen, wofern man den Widerstand der beiden Platindrähte als Eins annimmt. In der That nehmen wir zuerst an, die fünf Zapfen wären in die fünf Zwischenräume zwischen 1 und 2, zwischen 2 und 3 etc. eingesteckt und der Schlitten wäre ganz nach links an die Metallstücke angeschoben. Dann wird zwischen *P* und *Q* sogut wie gar kein Leitungswiderstand vorhanden sein, denn der Elektricität steht nun eine breite metallene Bahn offen von *s* unmittelbar zu den grossen Stahlbüchsen, von da nach *s'* und weiter in den durch die Zapfen gleichsam in ein Stück verwandelten Metallklötzen 1, 2, 3, 4, 5, 6 nach *Q*. Jetzt gelte es z. B., dem Widerstand zwischen *P* und *Q* den Werth 0,257 zu geben, dann wird man die Zapfen alle stecken lassen und einfach den Schieber so stellen, dass sein Zeiger 257^{mm} vom Anfang der Scala entfernt ist. Alsdann kann die Elektricität nicht mehr von 3 direct durch die widerstandlosen Stahlbüchsen nach *s'* gelangen, sondern es muss 257 Milimeter in jedem der Platindrähte durchlaufen, um von *s* nach *s'* zu kommen. Dies ist aber der einzige in Betracht kommende Widerstand, und er beträgt $\frac{257}{1000}$ von dem Gesammtwiderstand der Platindrähte, den wir zur Einheit genommen haben. Der Widerstand ist also wie verlangt = 0,257. Soll hernach der Widerstand z. B. 13,605 betragen, so zieht man erstens den Zapfen zwischen 5 und

6 aus, das vermehrt den Widerstand um 10 Einheiten, denn nun muss die Elektricität von 5 nach 6 durch den Draht im Kasten gehen, der 10 Widerstandseinheiten bietet. Dann zieht man den Zapfen zwischen 3 und 4 sowie den Zapfen zwischen 2 und 3 aus. Dadurch werden noch zwei und eine, also im Ganzen drei Widerstandseinheiten eingeführt. Endlich stellt man den Schlitten 605 Milimeter vom Nullpunkt der Scala ein. Durch diese Beispiele wird ersichtlich sein, wie man jeden beliebigen Widerstand zwischen 0 und 20 hervorbringen kann.

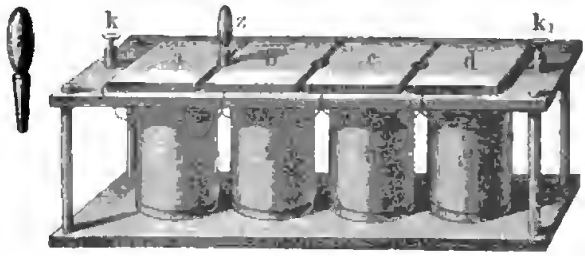
Soll nun der Rheochord als Hülfsmittel zur Regulirung der Stromstärke durch Verzweigung angewandt werden, so verbindet man zunächst die Pole der elektromotorischen Vorrichtung mit den Klemmschrauben P und Q, so dass ein vollständig geschlossener Kreis zu Stande kommt, von ihm wird dann die Hauptschliessung abgezweigt, indem man die beiden Enden der den Nerven oder überhaupt das Versuchsobject enthaltenden Leitung gleichfalls mit P und Q verknüpft. Der Elektricität stehen alsdann von P nach Q zwei Wege offen, der eine durch die Hauptschliessung, der andere durch den Rheochord. Auf dem letzteren Wege kann, wie wir sahen, dem Widerstand jeder beliebige Werth gegeben werden, zwischen 0 und 20. Ist nun z. B. anfangs im Rheochord der Widerstand = Null gemacht durch Einstecken aller Zapfen und Anschieben des Schlittens, dann wird kein merklicher elektrischer Strom durch die Hauptschliessung gehen, sondern der ganze Strom geht durch den Rheochord. Ertheilt man dagegen dem Widerstand im Rheochord durch Ausziehen von Zapfen und Abschieben des Schlittens einen endlichen Werth, dann theilt sich die Elektricität nach Maassgabe dieses Widerstandes zwischen die beiden Wege von P und Q, und es geht ein um so stärkerer Strom durch die Hauptschliessung, je grösser der Widerstand in der Nebenschliessung d. h. im Rheochord, gemacht ist.

Das vorstehend beschriebene Instrument gestattet, wie wir sahen, nur 328
nicht sehr hohe Widerstandswerthe einzuschalten. Für physiologische Zwecke indessen reicht man meist mit denselben aus und hat bei so geringen Widerständen in der Nebenschliessung den Vortheil, einigermaassen sicher zu sein, dass die Annahme der Proportionalität zwischen der Stromstärke in der Hauptschliessung und dem Widerstand in der Nebenschliessung gerechtfertigt ist, und dass man mithin in dem direct bekannten Widerstand des Rheochords ein Maass für die Stromstärke in der Hauptschliessung hat. In manchen Fällen dagegen hat man doch stärkere Ströme nöthig, die vom Rheochord abgezweigt nur hervorzubringen wären, wenn man unverhältnissmässig starke elektromotorische Vorrichtungen anwendete. Will man, wo derartige Stromstärken erforderlich sind, dennoch nicht vom Princip der Stromverzweigung abgehen, so muss man Rheostaten von grösserem Widerstande anwenden. Dies dürfte namentlich gerathen sein bei therapeutischen Anwendungen. Bis jetzt ist auf diesem Gebiet das Princip der Stromverzweigung seltsamerweise noch nicht eingebürgert. Es mag daher hier den Elektrotherapeuten ans

Dringendste empfohlen sein, denn es bietet, wie aus dem Vorigen sattsam erhellt, die unbedingt bequemste und sicherste Methode, die Stromstärke in der Gewalt zu haben.

Bei Rheostaten mit grösseren Widerständen sind die Drähte der Raumersparniss wegen auf Rollen gewickelt. In Fig 136 ist ein solches Instrument

Fig. 136.



dargestellt; 1, 2, 3, 4 sind Drahtrollen, deren Widerstände sich verhalten mögen wie die daran geschriebenen Zahlen, a, b, c, d sind vier wohl voneinander isolirte Messingklötze *) (wie 1, 2, 3, 4, 5, 6 in Fig. 135). Nun sind die Enden der Rolle 1 mit a und b, die Enden der Rolle 2 mit b und c u. s. w. verbunden. Der erste und letzte Messingklotz sind ausserdem noch mit Klemmschrauben K und K' verbunden, zur Aufnahme von Zuleitungsdrähten. Zwischen je zwei von den Messingklötzen kann auch hier wieder ein Metallzapfen (siehe Z in Figur 136) eingesetzt werden, der dann eine widerstandlose Verbindung zwischen beiden herstellt. Man sieht leicht, dass man mit diesem Apparate dem Widerstand zwischen K und K' jeden Werth geben kann, der sich aus den Zahlen 1, 2, 3, 4 durch Summiren von einer, zweien, dreien oder allen vieren bilden lässt, je nachdem man einen, zwei, drei oder alle vier Zapfen auszieht. Steckt man alle vier Zapfen ein, so ist der Widerstand merklich = Null. Natürlich ist es aber mit einem solchen Instrumente unmöglich, den Widerstand continuirlich zu variiren.

Sehr zweckmässige Rheostaten dieser Art werden von Siemens und Halske gebaut. Sie enthalten 16 Rollen, und gestatten jeden Widerstandswerth herzustellen, welcher durch eine vierziffrige ganze Zahl ausgedrückt werden kann. Widerstandseinheit ist dabei die von Siemens vorgeschlagene, nämlich der Widerstand einer 1^m langen Quecksilbersäule von $1\,\square^{mm}$ Querschnitt. Diese Siemens'schen Rheostaten haben noch den besonderen Vortheil für physiologische und therapeutische Zwecke, dass in den Rollen die einzelnen Lagen des Drahtes in entgegengesetzter Richtung gewickelt sind, wodurch die Inductionswirkung der Drahtlagen aufeinander soviel als möglich vermieden wird.

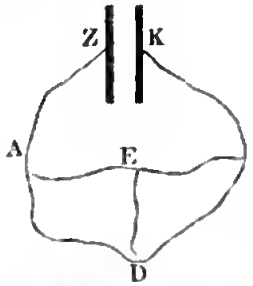
*) Die Figur ist in dieser Beziehung nicht ganz richtig, es müsste noch ein fünfter Messingklotz da sein, wie aus der Beschreibung selbst erhellen wird.

Wo es nicht auf allzugrosse Genauigkeit ankommt, kann man auch Flüs- 329
sigkeitsrheostaten anwenden, die man sich mit Leichtigkeit selbst verfertigen kann. In das eine Ende einer Glasröhre wird als Endfläche des Cylinders ein amalgamirtes Zinkplättchen eingekittet, an welches ein Kupferdraht angelöthet ist. Das andere Ende der Röhre ist mit einem Korke verschlossen, durch welchen ein gut lackirter Draht sich hin- und herschieben lässt. Er trägt an dem in der Röhre befindlichen Ende ebenfalls ein amalgamirtes Zinkplättchen, das dem vorerwähnten also in jeder beliebigen Entfernung gegenübergestellt werden kann. Die Röhre wird nun mit Zinkvitriollösung gefüllt, und in einem geeigneten Stativ befestigt. Ausserdem ist an derselben eine Scala angeschrieben, an welcher man die Entfernung der beiden Zinkplättchen voneinander direct ablesen kann. Der Widerstand in diesem Apparate ist natürlich der Entfernung der beiden Zinkplättchen voneinander proportional.

2. Die Wheatstone'sche Brücke.

Auf den in Kapitel 3 entwickelten Grundsätzen über Stromverzweigung 330
beruht ein überaus sinnreiches Verfahren den Widerstand irgend eines Leiters zu ermitteln. Es ist von Wheatstone angegeben, und man nennt die dazu dienende Vorrichtung die Wheatstone'sche Brücke. Sie ist nichts anderes als ein nach dem Schema der Fig. 137 verzweigtes Leitersystem. Das Leiterstück DE wird insbesondere als „Brücke" bezeichnet, weil es gleichsam eine Brücke bildet zwischen den beiden Stromzweigen BDA und BEA.

Fig. 137.



Es lässt sich aus den Kirchhoff'schen Principien für die vorliegende Anordnung leicht der specielle Satz folgern: In der Brücke DE ist immer dann und nur dann die Stromintensität der Null gleich, wenn der Widerstand in BE zum Widerstand in EA sich verhält wie der Widerstand in BD zum Widerstand in DA, im Uebrigen mögen die Umstände sein welche sie wollen. Ist also beispielsweise der Widerstand in BE und in EA gleich, so muss er auch in BD und DA gleich sein, wenn kein Strom in der Brücke fliessen soll, oder wenn der Widerstand in BE doppelt so gross ist als in EA, dann muss er auch in BD doppelt so gross sein, als in DA u. s. w.

Um nach diesem Principe einen unbekannten Widerstand zu bestimmen, kann man auf verschiedene Weise verfahren. Die einfachste ist folgende, bei der man nur einen einzigen Körper nöthig hat, dessen absoluten Widerstandswerth man kennen muss. Diesen Körper lässt man den Zweig BD der Leitung bilden, während der Körper, dessen Widerstand bestimmt werden soll, den Zweig DA der Leitung bildet. Den Theil BEA der Leitung macht man nun aus einem gleichmässigen Drahte, der in je-

der Längeneinheit denselben Widerstand hat, jedoch braucht man den absoluten Werth dieses Widerstandes nicht zu kennen. Nun sucht man auf diesem Drahte durch Probiren denjenigen Punkt E, wo ihn die Brücke DE berühren muss, damit in ihr kein Strom sei. Ist dieser Punkt gefunden, so misst man seine Abstände von B nnd von A. Die Widerstände in BE und EA verbalten sich alsdann offenbar wie die Längen der Stücke. Es verhält sich also dann der unbekannte Widerstand in AD zum bekannten in BD wie die Länge von AE zur Länge von EB.

Zur wirklichen Ausführung des angedeuteten Verfahrens macht man sich ein für allemal folgende einfache Einrichtung (siehe Fig. 138). Ein sehr gleichmässiger Draht, am besten aus Platin, wird längs eines Maass-

Fig. 138.

stabes ausgespannt zwischen zwei Klemmen c und e. Ein amalgamirter Metallsteg s kann nnter dem Draht längs des Maassstabes verschoben werden, so dass seine obere Kante stets am Drahte schleift. Am Maassstabe kann die Stellung des Steges abgelesen werden, so dass man bei jeder Stellnng wissen kann, in welchem Verhältniss er die Länge des Drahtes theilt. Man verbindet nun die Klemmen c und e mit den Polen einer Säule A, und andererseits verbindet man dieselben durch eine Leitung $caone$, nnd zwar mag der Theil a der Körper sein, dessen Widerstand zn bestimmen, n der Körper, dessen Widerstand bekannt ist. Von der Verbindungsstelle o dieser beiden Körper nach dem Stege s wird die Brücke geschlagen, d. h. eine beliebig lange Drahtleitung, in welcher sich ein empfindliches Galvanoskop, z. B. ein Multiplicator befindet. Eine strommessende Vorricbtung braucht es nicht zu sein, sie muss nur anzeigen, ob überall ein Strom in der Leitung os fliesst oder nicht. Jetzt schieht man probeweise den Steg s unter dem Drahte so lange hin und her, bis das Galvanometer in der Brücke keinen Strom anzeigt. Dann verhält sich der unbekannte Widerstand in dem Theil cao zum bekannten Widerstand in dem Theil onc wie die Länge cs zur Länge se, und da dies Verhältniss klar vor Angen liegt, wird sofort der nnbekannte Widerstand dnrch einfache Proportionsrechnnng gefunden. Es versteht sich von selbst, dass man hier nicht eigentlich den Widerstand des eingeschalteten Körpers a berechnet, denn wenn derselbe nicht selbst ein Draht ist, so mnss man,

um ihn mit c und o passend zu verknüpfen, noch mindestens zwei Drahtstücke einschalten, und die Rechnung ergiebt zunächst den Widerstand der ganzen Strecke cao. Ist aber der zu bestimmende Widerstand einigermaassen gross und wählt man als unvermeidliche Schaltstücke dicke und kurze Drähte, so kann man das directe Ergebniss der Rechnung geradezu als den Widerstand von a ansehen, indem dagegen der Widerstand der Schaltstücke verschwindend klein ist. Wenn dagegen in dem Körper a selbst nur wenig Widerstand ist, so muss man den Widerstand der unvermeidlichen Verbindungsstücke selbst erst bestimmen und von dem sich ergebenden Widerstand der Leitung cao in Abzug bringen.

Hat man einen Rheostaten zur Verfügung, mittelst dessen sich beli- 331
bige Widerstandswerthe genau herstellen lassen, dann kann man das Verfahren auch folgendermaassen anwenden. Die ganze Anordnung bleibt dieselbe, wie vorhin insbesondere sei wieder a der Körper dessen Widerstand bestimmt werden soll. Nun stellt man den Steg s von vorn herein fest, so dass er den Draht in einem bekannten Verhältnisse theilt. Er halbire ihn beispielsweise. An die Stelle n bringt man den Rheostaten. Seinen Widerstand ändert man jetzt probirend so lange ab, bis kein Strom in der Brücke ist. Dann muss der Widerstand in a gleich dem in n sein, und ist somit ohne Rechnung bekannt. Hätte man den Steg doppelt so weit von c als von e festgestellt, dann wäre kein Strom in der Brücke, wenn der Widerstand in n halb so gross ist als in a, man würde also dann den in n hergestellten Widerstand mit 2 zu multipliciren haben, um den Widerstand von a zu erhalten, u. s. w. Man kann auf diese Weise in wenigen Minuten viele einander controlirende Messungen einer Widerstandsgrösse zu Stande bringen.

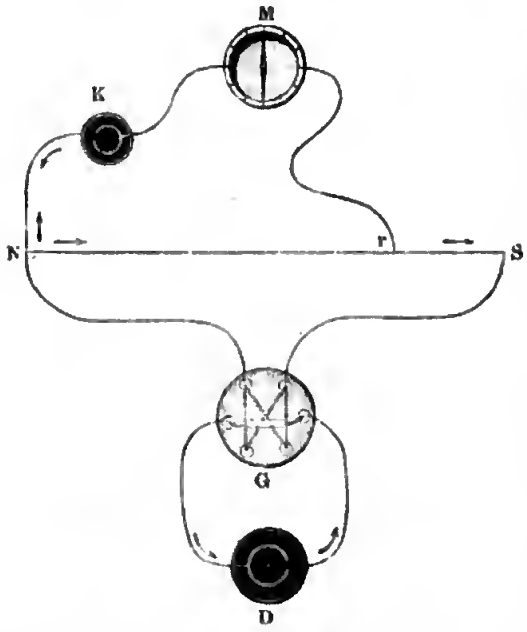
Ein wesentlicher Vorzug der beschriebenen Methode zur Bestimmung 332
der Widerstände besteht darin, dass durchaus keine Constanz der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes der in Anwendung zu bringenden Säule erforderlich ist.

3. Du Bois-Reymond's Compensator.

Von den Gesetzen der Stromverzweigung macht man noch eine andere wichtige Anwendung zur Bestimmung elektromotorischer Kräfte. Diese Methode ist in einer Form schon früher von Poggendorff angewandt. Später hat sie du Bois-Reymond modificirt und zu ihrer Ausführung eine Vorrichtung construirt, welche er Compensator genannt hat. Das Princip der Methode beruht auf folgendem, aus den allgemeinen Kirchhoff'schen Grundsätzen leicht ableitbaren besonderen Satze: Denken wir uns eine Anordnung wie Fig. 139, K sei die zu messende

elektromotorische Kraft, und bei D wirke eine zweite elektromotorische Kraft, dann kann, wenn diese die Elektricität in entgegengesetztem Sinne wie K zu treiben strebt, möglicherweise die Stromstärke in dem K enthaltenden Theile der Leitung ($NKMr$) der Null gleich werden. Um es allemal mit Leichtigkeit dahin zu bringen, dass die Kraft D der Kraft K in $NKMr$ entgegenwirkt, schaltet man in den D enthaltenden Theil der Leitung $NDSr$ einen Stromwender ein, der bei G in der Figur zu sehen ist. Der Fall, dass die Stromstärke in $NKMr$ der Null gleich ist, tritt nun ein, wenn sich die Kraft K zur Kraft D verhält, wie der Widerstand im Leiterstück Nr zum Widerstand in der ganzen Leitung $NrSDN$, natürlich vorausgesetzt, dass die beiden Kräfte die entgegengesetzte Richtung haben. Hat man also Stromlosigkeit in $NKMr$ beobachtet und kennt die beiden genannten Widerstandswerthe, so kennt man das Verhältniss der elektromotorischen Kraft K zu der von D, mithin wenn diese letztere ebenfalls bekannt ist auch jene selbst.

Fig. 139.



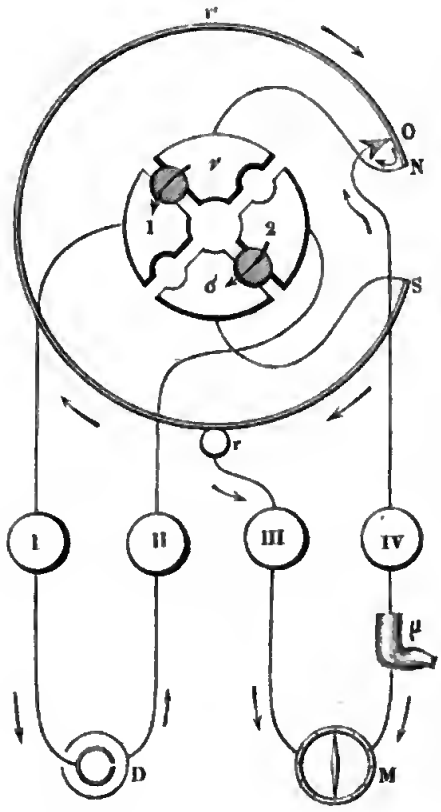
Wie das Verfahren wirklich auszuführen, ist in der soeben schon gebrauchten Figur ebenfalls angedeutet. Es sei K (Fig. 139) ein Körper mit elektromotorischen Kräften, deren Werth zu ermitteln ist, z. B. ein Muskel oder ein galvanisches Element von unbekannter Kraft oder was es sonst sei. Wir schalten ihn, wie in der Figur angedeutet ist, in eine Drahtleitung $rMKN$ ein, welche ausserdem eine stromprüfende Vorrichtung — z. B. einen Multiplicator — (siehe M, Fig. 139) enthält. Das eine Ende der Leitung ist bei N fest verknüpft mit einem gerade ausgespannten Drahte NS. Dieser bildet einen Theil eines geschlossenen Kreises $NDSN$, in welchem sich erstens eine Kette D von constanter und bekannter elektromotorischer Kraft, z. B. ein Daniell'sches oder Grove'sches Element befindet, und zweitens ein Stromwender G, um die Richtung des Stromes nach Bedürfniss umzukehren. Das andere Ende r der vorerwähnten Drahtleitung ($rMKN$) kann an dem gespannten Drahte in Berührung verschoben werden, etwa indem es einen Steg bildet, in der Weise wie es bei Gelegenheit der Wheatstone'schen Brücke beschrieben wurde. Soll mit

Hülfe dieser Einrichtung die unbekannte elektromotorische Kraft, z. B. die nach aussen wirksame elektromotorische Kraft des Muskels, gemessen werden, so muss man kennen: 1) die elektromotorische Kraft von D; 2) den Widerstand im ganzen Kreise $NDSrN$; 3) wie viel Widerstand jede Längeneinheit des Drahtes NS leistet. Der Widerstand in der Leitung $NKMr$ braucht dagegen weder bekannt noch überhaupt constant zu sein. Soll nun eine Messung ausgeführt werden, so stellt man vor allen Dingen die Wippe bei G so, dass der von D in die Leitung $NKMr$ gesendete Stromzweig die entgegengesetzte Richtung haben muss wie der von K herrührende Strom. Dann verschiebt man das Ende r so lange an NS hin und her, bis der Multiplicator bei M keinen Strom mehr anzeigt. Die Entfernung des so gefundenen Punktes r von N kann man an einer unter NS angebrachten Scala ablesen und hat darin unmittelbar ein proportionales Maass für die elektromotorische Kraft von K, denn diese verhält sich ja zu der bekannten von D wie der Widerstand im Drahtstücke Nr (der durch seine Länge gegeben ist) zum Widerstand im ganzen Kreise $NDSrN$, welcher letztere so wie die Kraft von D bei derselben Einrichtung des Instrumentes immer gleich bleibt. Man misst also hier, wie sich du Bois-Reymond ausdrückt, die elektromotorische Kraft wie das Zeug an der Elle. Dies ist eine sehr bemerkenswerthe Eigenthümlichkeit der du Bois'schen Leitercombination, die sie namentlich auch vor der älteren von Poggendorff auszeichnet.

Für genauere Messungen dieser Art hat du Bois-Reymond ein be- 333
sonderes Instrument construiren lassen, dessen wesentliche Eigenthümlichkeit darin besteht, dass der Draht NS gleichsam kreisförmig zusammengebogen ist, jedoch natürlich nicht so, dass die Enden N und S einander berühren, vielmehr bleibt dazwischen immer noch ein Zwischenraum. Die Messung des Abstandes zwischen dem veränderlichen Berührungspunkte r der Multiplicatorleitung mit dem Drahte NS und dessen Endpunkt N läuft daher hier auf eine Winkelmessung hinaus, die bekanntlich viel leichter genau ausgeführt werden kann als eine Längenmessung. Ausserdem ist in dem Instrumente selbst eine Umschaltungsvorrichtung angebracht, so dass man nicht nöthig hat, ein besonderes Gyrotrop in den Kreis der Maasskette einzuführen. Fig. 140 wird das Princip des Instrumentes verständlich machen. $Srr'O$ ist der kreisförmig gebogene Draht, welcher dem Drahte SN im Schema Fig. 139 entspricht. Seine beiden Enden O und S sind ein- für allemal mit den Messingklötzen ν und σ verbunden, die davon isolirten Klötze 1 und 2 sind ein- für allemal verbunden mit zwei am Fussgestell des Instrumentes angebrachten Schraubenklemmen I und II, in welche die Drähte der Maasskette eingespannt werden, der dem Kreis $DNrSD$ im Schema 139 entsprechende Stromkreis wird nun hier geschlossen, indem man zwischen die vier Messingklötze 1, ν, 2, σ diametral gegenüber zwei Zapfen einsteckt. Der Strom fliesst im kreisförmigen Drahte in der einen oder in der andern Richtung je nachdem die Zapfen stecken, wie es in der Figur gezeichnet ist, oder aber der eine zwischen 1

und σ, der andere zwischen 2 und *v*. Ist der positive Pol der Kette *D* (wie in der Figur angenommen ist) mit *II* verbunden, dann fliesst ihr Strom bei der in der Figur gezeichneten Anordnung der Zapfen in der Richtung *D II 2 σ S r r' o N v 1 I D*, bei der andern Lage der Zapfen (zwischen 1 und σ und zwischen 2 und *v*) aber in der Richtung *D II 2 v N o r r' r S σ 1 I D* also im kreisförmigen Drahte entgegengesetzt. An dem kreisförmigen Drahte rollt nun federnd angelegt ein Platinröllchen *r*, das auf einem Arme steckt, der um eine den Mittelpunkt des Kreises enthaltende Axe drehbar ist. Dieser Arm trägt, beiläufig bemerkt, zugleich eine Lupe, um die Theilung abzulesen, auf einer Scheibe, um deren Rand der kreisförmige Draht gelegt ist. Das Röllchen *r* ist ein für allemal verbunden mit der Klemmschraube *III*, und ebenso ist der Punkt *o* des Drahtes ein- für allemal verbunden mit der Klemmschraube *IV*. Diese beiden Klemmschrauben befinden sich wie *I* und *II* am Fussgestell des Instrumentes. Mit *III* und *IV* werden die Enden der Leitung verbunden, welche den Multiplicator (*M* Fig. 140) und die zu messende elektromotorische Kraft, z. B. einen Muskel (siehe μ Fig. 140) enthält: Der Leitung *r M K N* des Schema 139 entspricht also hier die Leitung *r III M μ IV o*. Das ganze Instrument ist in Fig. 141 perspectivisch dargestellt.

Fig. 140.



Die Anstellung des Versuches gestaltet sich ganz analog wie mit dem einfacheren Apparate. Es wurde schon bemerkt, dass zunächst die beiden Poldrähte der Maasskette, d. h. diejenige Kette von bekannter elektromotorischer Kraft, mit welcher man die unbekannte elektromotorische Kraft vergleichen will, mit den Drahtklemmen *I* und *II* verbunden werden, und dass die beiden Enden derjenigen Leitung, welche die zu bestimmende elektromotorische Kraft und den Multiplicator enthält, in *III* und *IV* eingesetzt werden. Nun steckt man die Zapfen so, dass der von der Maasskette in der Leitung *r II M μ IV o* gesandte Stromzweig die entgegengesetzte

Richtung hat, wie der hier durch μ hervorgerufene Strom. Endlich sucht man durch probeweises Hin- und Herdrehen des Armes die Stellung des

Fig. 141.

Röllchens r auf, bei welcher der Multiplicator M die Stromstärke Null anzeigt, dann ist die elektromotorische Kraft von μ proportional dem längs $or'rS$ gemessenen Abstande zwischen o und r. Sie verhält sich nämlich zur bekannten elektromotorischen Kraft von D, wie sich jener Abstand oder eigentlich der darin geleistete Leitungswiderstand verhält zum Leitungswiderstand in dem ganzen Stromkreise $DII2\sigma Srr'oNv1ID$.

Man thut bei allen diesen Versuchen gut, den Kreis, welcher die zu messende elektromotorische Kraft enthält, nicht während des ganzen probeweisen Hin- und Herschiebens des beweglichen Contactes geschlossen zu lassen, weil sich sonst störende Polarisationen darin entwickeln können. Er bleibt am besten im Ganzen offen und wird nur allemal für einen Augenblick geschlossen, wenn man dem beweglichen Contakt (r) eine neue Stellung gegeben hat. Man sieht bei einem solchen momentanen Schluss schon genügend an einem feinen Multiplicator, ob die neue Stellung diejenige ist, bei welcher der Kreis stromlos ist. Besteht immer noch ein Strom, so versucht man wieder eine neue Stellung. Natürlich wird man dieses Probiren von vornherein planmässig einrichten, so dass man den zu findenden Punkt in immer engere Grenzen einschliesst.

Fünftes Kapitel.

Stromprüfende Vorrichtungen.

1. Der Multiplicator.

334 Die Kenntniss des Multiplicators im Allgemeinen wird hier vorausgesetzt, da die Einrichtung desselben in allen Lehrbüchern der Physik dargestellt ist. Auch in Beziehung auf die Anwendung des astatischen Nadelpaares an sich darf einfach auf den zweiten Band von Müller's Lehrbuch verwiesen werden. Daselbst (siehe Bd. II. Nr. 73) ist gezeigt, dass die richtenden Wirknngen des Multiplicatordrahtes auf beide Nadeln des Systemes sich summiren, während die Wirkungen des Erdmagnetismus anf beide sich von einander subtrahiren, so dass die Ablenkung, die aus der Gegeneinanderwirkung der richtenden Kraft des Stromes im Drahte und Erdkraft resultirt, bei einem astatischen Systeme weit grösser ausfallen muss, als ceteris paribns bei einer einfachen Nadel. Auf einige Einzelheiten astatischer Systeme haben wir jedoch hier noch zurückznkommen.

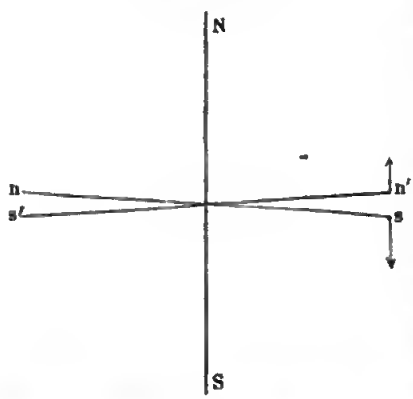
Wir sprechen zunächst vom Drahte des zu thierisch elektrischen Versuchen dienenden Multiplicators. Was ihn angeht, so hat man bekanntlich die Wahl zwischen einem kurzen dicken, der in wenigen Windungen die Nadel umgiebt, und einem langen dünnen, der in ungehçuer vielen Windungen herumgeführt werden kann. Bei jenem hat man den Vortheil, durch Einführung des Mnltiplicators den Widerstand nicht sehr zu vermehren und daher den zn beobachtenden Strom nicht sehr zu schwächen. Der Vortheil des anderen besteht darin, die Wirknng des im Multiplicatordrahte kreisenden Stromes auf die Nadel zu vervielfältigen. Bekanntlich bedient man sich deshalb der kurzdrahtigen Multiplicatoren da, wo es anf Ermittelnng von Elektricitätsqnellen ankommt, die in Anordnnngen liegen, welche für sich genommen keinen grossen Widerstand leisten. Die Hinzufügung neuer Windnngen zum Multiplicator wird in einem solchen Falle den gesammten Widerstand des ganzen Stromkreises um namhafte Bruchtheile vermehren, und den zn beobachtenden Strom demnach in demselben Maasse schwächen. Man kann sich leicht vorstellen, dass es Fälle der Art giebt, wo der Vortheil der Hinzufügung durch Vervielfältigung der elektromagnetischen Einwirkung auf die Nadel mehr als anfgewogen wird durch den Nachtheil der Schwächung des Stromes, dessen Stärke doch auch die Einwirkung auf die Nadel proportional bleibt. In der That würde man in thermoelektrischen Versuchen, wo der Widerstand der übrigen Kettentheile, weil sie alle metallisch und von ziemlicher Dicke sind, kleinere Ablenkungen erhalten mit einem langdrahtigen als

mit einem kurzdrahtigen Multiplicator. Handelt es sich umgekehrt um die Entdeckung von Stromesquellen in Anordnungen, die für sich schon viel Widerstand hieten, so ist die Anwendung langdrahtiger Multiplicatoren mit vielen Windungen zweckmässiger. Die Hinzufügung einer neuen Windung vermehrt den Gesammtwiderstand des Kreises nur um einen unmerklichen Bruchtheil, es wird also der fast ungeschwächte Strom noch einmal an der Nadel vorbeigeführt. Es würde also in einem solchen Falle, wofern es möglich wäre, den neuen Windungen immer gleich günstige Lage zur Nadel zu geben, wie den alten, mit jeder neuen Windung die elektromagnetische Einwirkung auf dieselbe fast um gleich viel vermehrt werden. Im Ganzen würde die Einwirkung alsdann der Zahl der Windungen beinahe direct proportional sein. Fälle dieser Art sind aber alle thierisch-elektrische Versuche und zwar sehr extreme. Wir haben es nämlich hier immer zu thun mit Muskel- oder gar Nervenstücken von sehr mässigem Querschnitt, die schon für sich einen enormen Widerstand leisten, da der specifische Widerstand des bestleitenden — des Muskelgewebes — immer noch einige Millionen Male grösser ist als der des Kupfers. An diese Gewebestücke reihen sich in unseren Versuchen noch namhafte Stücke feuchter Leiter der Zuleitungshäusche und Zuleitungsgefässe, deren Querschnitt zwar gross gemacht werden kann, deren Leitungswiderstand aber immer noch den gleich langer Strecken selbst des feinsten Kupferdrahtes vielmal übertrifft. Wenn man diese Verhältnisse bedenkt, so leuchtet ein, dass ein Paar neue Drahtwindungen den Widerstand des ganzen Kreises nur um einen geradezu verschwindenden Bruchtheil vermehren können und dass daher der Länge des Drahtes von dieser Seite her gar keine erreichbare Grenze gesetzt ist. Eine andere Erwägung dagegen setzt der Vermehrung der Windungen eine solche. Je mehr man nämlich deren hinzufügt, desto dicker und breiter wird die ganze Rolle und desto weniger werden die äussersten wegen vermehrter Entfernung auf die Nadeln einwirken, bis zuletzt die Hinzufügung neuer Windungen die Empfindlichkeit wenigstens nicht mehr vergrössert. Du Bois glaubt, dass in seinem grösseren Multiplicator von 24000 Windungen diese Grenze mindestens erreicht sei. Wir können uns hier füglich einer einlässlichen Beschreibung der Dimensionen und Gestalt der zu thierisch-elektrischen gewöhnlich angewandten Multiplicatordrahtrollen enthalten, da ja gegenwärtig viele mechanische Werkstätten fertige Multiplicatoren nach du Bois-Reymond's Angaben zu physiologischen Zwecken verkaufen und überall Gelegenheit ist, solche zu sehen.

Aus demselben Grunde brauchen wir uns auch nicht mit der Beschrei- 335
bung der Nadeln und ihrer Aufhängung zu befassen, können vielmehr sofort zu einigen theoretischen Betrachtungen über dieselben übergehen. Streng genommen verdiente den Namen „astatisch“ nur ein solches Nadelpaar, welches gar keine stabile Gleichgewichtslage besitzt, in die es von selbst zurückkehrt, wenn es daraus entfernt wurde, das vielmehr in jeder Lage, die man ihm ertheilt, in indifferentem Gleichgewicht verharren

würde. In der That müsste sich ein Paar paralleler in einer Verticalebene befindlicher Nadeln so verhalten, wenn der Magnetismus und die Abmessungen absolut gleich wären und sie in umgekehrtem Sinne an der gemeinsamen Axe befestigt wären. Es würde ja alsdann bei jeder beliebigen Lage durch den Erdmagnetismus die eine Nadel ein ebenso starkes Drehungsmoment in dem einen Sinne erfahren, als die andere im entgegengesetzten; das resultirende Moment wäre Null und das System bliebe in jeder Lage in Ruhe. Die Erfüllung dieser Bedingungen ist aber bis zu dem Grade unmöglich, dass bei der gegenwärtig üblichen äusserst beweglichen Aufhängung an Coconfäden das resultirende Moment merklich gleich Null würde; man ist daher nicht im Stande, ein astatisches System im strengen Sinne des Wortes herzustellen. Die sogenannten astatischen Systeme haben vielmehr immer eine stabile Gleichgewichtslage, die mit dem magnetischen Meridian einen mehr oder weniger grossen Winkel bildet. Diese Ablenkung aus dem Meridian — welche du Bois die „freiwillige" nennt — kommt übrigens auch dem ganz frei aufgehängten Nadelpaare zu, und ist wohl zu unterscheiden von der Ablenkung durch die Drahtmassen des Gewindes, die eintritt, wenn sich das Paar an seinem Platze im Multiplicator befindet. Bekanntlich vermehrt man die Astasie eines Nadelpaares dadurch, dass man die als schwächer magnetisch befundene Nadel von Neuem streicht. Verfährt man in dieser Weise, so nimmt, wie bereits Nobili bemerkte, die freiwillige Ablenkung zu. Gleichzeitig wächst natürlich die Schwingungsdauer, weil ja die resultirende Richtkraft der Erde, die sich mit dem Unterschiede der entgegengesetzten Nadeln in gleichem Sinne verändert, abnimmt. Hat man endlich die möglichst vollkommene Gleichheit beider Nadeln erreicht, so beträgt die freiwillige Ablenkung 90°, d. h. das Nadelpaar stellt sich senkrecht zum magnetischen Meridian. Der Grund dieser Erscheinungen liegt in dem nie vollkommenen Parallelismus der Nadeln. In der That sei ns und $n's'$ in Fig. 142 das Paar nicht ganz paralleler Nadeln und NS der magnetische Meridian. Denken wir uns die ganzen drehenden Kräfte bei n' und s angebracht, wie die mit Pfeilspitzen versehenen Linien andeuten; ist die Nadel ns stärker, so wird sich n' und s nach S hinbewegen. Dabei nimmt aber das Drehungsmoment der Nadel ns rascher ab, als das der Nadel $n's'$, weil sie dem Meridian näher liegt, und es muss früher oder später, jedesfalls aber noch ehe selbst die Nadel ns den Meridian erreicht hat, der Fall eintreten, dass die beiden entgegengesetzten Momente von ns und $n's'$ einander gleich werden. Die Lage, in welcher dieser Fall eintritt, ist die Gleich-

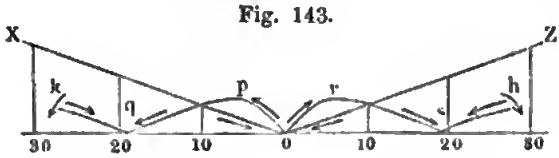
Fig. 142.



gewichtslage der freiwilligen Ablenkung. Dass diese Lage die ist, in welcher die Halbirungslinie des stumpfen Winkels SOS' mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, wenn die beiden Nadeln gleich stark sind, ergiebt sich dann von selbst.

Hängt nun das Nadelpaar an Ort und Stelle im Multiplicator, so 336
stellt es sich auch nicht mehr in diese Gleichgewichtslage, sondern es sucht eine andere Gleichgewichtslage auf, wofür der Grund in der „Ablenkung durch die Drahtmassen" liegt, welche niemals vollkommen frei von Eisen herzustellen sind. Denken wir uns das Nadelpaar absolut astatisch, so wird es innerhalb des Drahtgewindes zwei stabile und eine labile Gleichgewichtslage haben. Die beiden stabilen sind offenbar diejenigen, in denen die vier Pole des Nadelpaares möglichst vielen im Drahte enthaltenen Eisentheilchen möglichst nahe sind. Das sind sie aber, sobald die Ebene des Paares mit einer der Diagonalebenen des Rahmens zusammenfällt. Darüber lässt die oberflächlichste Anschauung keinen Zweifel. Ebenso ist ohne Weiteres ersichtlich, dass das astatische Paar in der den Längsseiten parallelen Mittellinie des rechteckigen Rahmens (wo in den Windungsmassen ein Spalt ist) im labilen Gleichgewicht ist. Von hier aus wird es nach beiden Seiten gleich stark von den Drahtmassen gezogen, deshalb ist es im Gleichgewicht. Sobald es aber aus dieser Lage nach der einen Seite ein wenig herausgerückt ist, so ziehen die auf derselben Seite befindlichen, Drahtmassen stärker, weil sie nunmehr näher liegen und die Resultirende aller Anziehungen strebt das Paar noch weiter nach derselben Seite hin abzulenken. — Deshalb ist das Gleichgewicht labil. In Fig. 143 ist durch die Curve $kqporsh$ der Gang der ablenkenden Wirkung der Drahtmassen dargestellt; die Ordinaten bedeuten diese Wirkung, die Pfeile ihre Richtung, die Abscissen sind die Winkel, welche das Nadelpaar mit der Nulllinie der Theilung, d. h. mit der Ebene des Spaltes in der Mitte der Windungsmasse macht. Man sieht, dass auf dem Nullpunkt ein labiles Gleichgewicht statthat; denn für ihn selbst ist die resultirende Wirkung Null, ein wenig nach rechts davon, ist sie nach rechts, ein wenig links davon, ist sie nach links gerichtet. Bei s und q, d. h. für eine Stellung der Nadel 19° rechts oder links vom Nullpunkt, ist sie wieder im Gleichgewicht, denn die resultirende Wirkung ist wieder Null. Das Gleichgewicht ist aber dieses Mal stabil, denn wie die Pfeile bei den angrenzenden Curvenstücken andeuten, strebt die bei einer Verrückung aus dieser Lage nach gerufene Resultirende der Drahtanziehung die Nadel nach derselben zurückzuführen. Diese beiden Lagen sind diejenigen, wo die Ebene des Nadelpaares mit den Diagonalebenen des Rahmens zusammenfiel. Wir dachten uns für den Augenblick das Nadelpaar absolut astatisch. In der Wirklichkeit ist aber immer noch eine Wirkung des Erdmagnetismus übrig, welche dem

Fig. 143.

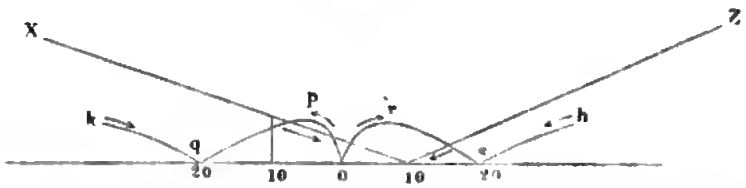


Nadelpaar eine gewisse stabile Gleichgewichtslage vorschreibt, die — wie wir sahen — mehr oder weniger vom magnetischen Meridian abweicht. Mit dieser Lage der „freiwilligen Ablenkung" mag die Nulllinie der Theilung zusammenfallend gemacht sein, dann wirken in den verschiedenen Lagen der Nadel, ausser den soeben betrachteten, noch andere vom Erdmagnetismus herrührende drehende Kräfte ein, deren Grösse durch die Ordinaten der Linie *xoz* in der Figur dargestellt werden kann. In der That muss ja das Drehungsmoment des Erdmagnetismus auf die Nadel stetig wachsen, je weiter sie von ihrer Lage der freiwilligen Ablenkung, hier also der Nulllinie, entfernt ist. Bildet man für jede Abscisse die algebraische Snmme der zugehörigen Ordinaten der beiden Curven, so hat man die drehende Kraft, die wirklich auf das Nadelpaar wirkt, wenn sie im Multiplicator an Ort und Stelle aufgehängt ist, und wenn die Nulllinie der Theilung mit der Lage der freiwilligen Ablenkung zusammenfällt. Diese algebraischen Summen geben nun die Ordinaten einer neuen Curve, die in Fig. 144 gezeichnet ist. Man ersieht aus ihr, dass unter dem vereinigten Einflnss des Erdmagnetismus und der Drahtmassen das Nadelpaar eine labile Gleichgewichtslage auf der Nulllinie nnd rechts und links davon je eine stabile Gleichgewichtslage, etwa 10^0 von der Nulllinie entfernt, bat. Auf eine dieser letzteren wird sich natürlich die Nadel von selbst einstellen, wenn sie in dem Multiplicator aufgehängt wird.

Fig. 144.

Dreht man nun das Multiplicatorgewinde in dem Sinne, dass die Nulllinie unter die Nadel kommen sollte, so dreht sich die Nadel in demselben Sinne, jedoch langsamer, als die Nulllinie — sie flieht gewissermaassen vor dem Nullpunkt; setzt man die Drehung fort, so kommt man zu einem Punkte, wo die Nadel auf einmal in umgekehrter Richtung sich dreht, durch den Nullpnnkt durchschlägt und auf seiner anderen Seite eine Gleichgewichtslage sucht. Aus den Curven der Fig. 145 ist dies Verhalten der Nadel leicht verständlich. Denken wir z. B., die Nadel habe zuerst bei 10^0 links von *o* eingestanden, dreht man nun das Drahtgewinde mit der Theilung nach links, so heisst dies so viel, als wenn die Curve *kqporsh* sammt der Abscissenaxe nach links verschoben würde, während die Curve

Fig. 145.

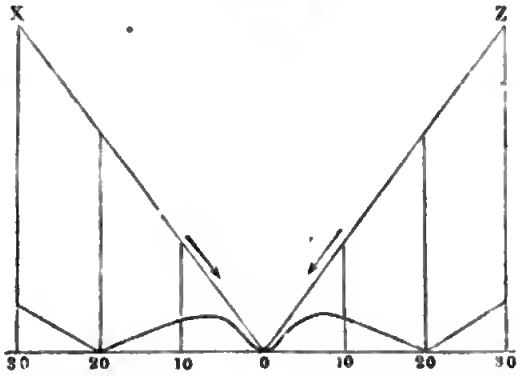


XoZ im absoluten Raume ruhig bleibt, da ihre Lage bloss von der Erde abhängt. Man sieht auf den ersten Blick, dass bei dieser Verschiebung der Durchschnittspunkt von Xo und qp weiter nach links im absoluten Raume zu liegen kommt, als vorher, dagegen doch der neuen Lage des Nullpunktes näher rückt. Da nun die Nadel der stabilen Gleichgewichtslage folgt, so ist der Anfang der oben geschilderten wirklichen Bewegung der Nadel nur ein anderer Ausdruck für die hier gefundene Bewegung der Gleichgewichtslage. Aber auch der weitere Verlauf der Bewegungen, nämlich das Durchschlagen durch den Nullpunkt, erklärt sich leicht, wenn man das Verschieben der Curven weiter fortsetzt. Sobald nämlich das ganze Curvenstück pq in den Raum zwischen Xo und die Abscissenaxe geschoben ist, so giebt es links vom Nullpunkt der Theilung kein Gleichgewicht mehr, und die Nadel muss auf der anderen Seite desselben eine neue Gleichgewichtslage suchen.

Wenn das Nadelpaar weniger astatisch ist, so hat die Curve XoZ der Erdkraft grössere Ordinaten und sie können so gross werden, dass die Curve zur störenden Curve eine Lage einnimmt, wie sie in Fig. 146 gezeichnet ist. In diesem Falle ist offenbar die Nulllinie die einzige Lage eines Gleichgewichtes, und zwar eines stabilen. Die Nadel führt alsdann um diese Lage Schwingungen aus, die sich nur durch quantitative Einzelnheiten unterscheiden von jenen, welche sie ausführen würde, wenn die störenden Drahtmassen gar nicht vorhanden wären.

Es stehen demnach zwei Wege offen, der Multiplicatornadel eine feste 337
Gleichgewichtslage über der Nulllinie zu sichern, wie es bei allen Multiplicatorversuchen nothwendig ist. Entweder man sucht die Störung durch die Drahtmassen ganz zu beseitigen und kann dann dem Nadelpaar einen beliebig hohen Grad von Astasie ertheilen; oder man verzichtet auf die

Fig. 146.



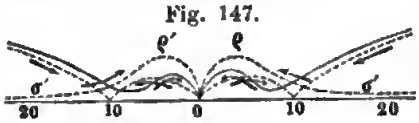
Wegschaffung der Störung und vermindert die Astasie der Nadel so lange, bis die äusseren Richtkräfte gewissermaassen über die störenden der Drahtmassen Herr geworden sind, d. h. ein Verhältniss der Kräfte, wie in Fig. 146 eingetreten ist. Was zunächst die gänzliche Beseitigung der Störungen betrifft, so könnte man diese einmal erstreben durch Anwen-

dung vollkommen eisenfreien galvanoplastischen Kupfers. Durch technische Hindernisse ist jedoch diesem Gedanken die Ausführung versagt. Man könnte aber andererseits noch so viel Kupfer von der Beschaffenheit des Drahts hinzufügen, dass rings um den Drehpunkt der Nadel die störende Masse vollkommen symmetrisch vertheilt wäre. Dann tritt keine Störung ein. Selbst eine kreisförmige Eisenscheibe, deren Mittelpunkt mit dem Drehpunkt der Nadel zusammenfällt, würde z. B. keine störende Wirkung äussern. Ebensowenig könnte natürlich eine im Verhältniss zur Nadelgrösse allseitig unendlich ausgedehnte Masse störend wirken. Die Windungsmasse des Multiplicators ist nun schon so gross im Verhältniss zur Grösse der Nadeln, dass sie wie eine unendlich ausgedehnte Masse wirksam wäre, wenn sie nicht durch den mittleren Längsspalt unterbrochen wäre. Daher ist die Ausführung des hier in Rede stehenden Gedankens viel leichter, als man auf den ersten Blick meinen sollte. Man braucht nämlich nur noch so viel Kupfer hinzuzufügen, dass auch von den Punkten des Längsspaltes magnetische Anziehungskräfte wirken, als wäre er gleichmässig mit Windungen ausgefüllt. Man kann dies dadurch ins Werk setzen, dass man wirklich den Längsspalt mit Windungen zuwickelt, und die Erfahrung zeigt, dass sich alsdann die Nadel im Gewinde gerade so verhält wie ausserhalb. Doch ist dies nicht bequem, weil dann der Verbindungsstab des Nadelpaares bügelartig gebogen um den oberen Theil der Windungen herumgehen muss. Man erreicht dasselbe Ziel auf eine bequemere Weise, wenn man an geeigneter Stelle im Längsspalt gesonderte Kupfermassen anbringt, die an magnetischer Anziehung den ausfüllenden Windungen äquivalent sind; natürlich dürfen sie eben deswegen nicht den ganzen Spalt ausfüllen, denn sie würden ja alsdann die Windungen bedeutend überwiegen. Du Bois hat auf diese Weise in der That factisch die Störungen beseitigt; doch hat er später aus mancherlei Gründen dieses System verlassen und empfiehlt das andere als zweckmässiger, wonach man die Astasie des Nadelpaares so weit vermindert, dass trotz der nicht beseitigten Ablenkungen durch die Drahtmassen das Nadelpaar in der Ebene seiner freiwilligen Ablenkung stabil einsteht. Keineswegs ist es indessen zweckmässig, dem Nadelpaar von vornherein so wenig Astasie zu ertheilen, dass es schon für sich im Gewinde aufgehängt die Lage der freiwilligen Ablenkung als stabile Gleichgewichtslage einhält. Man muss vielmehr dasselbe an sich so astatisch machen, dass es durch die Drahtmassen abgelenkt wird, nunmehr aber durch eine neue äussere Richtkraft die Astasie im erforderlichen Grade vermindern. Nobili und Melloni thaten dies durch einen 200^{mm} langen Magnetstab — den Berichtigungsstab —, der in der Ebene der freiwilligen Ablenkung, in welche auch die Nulllinie der Theilung eingestellt war, stand und der benachbarten Nadel einen freundlichen Pol zukehrte, also anziehend wirkte. Seine Entfernung vom Nadelpaar übertraf dessen Grösse so sehr, dass er ähnlich wie der Erdkörper in allen Stellungen der Nadel ziemlich gleich stark auf dieselbe wirkte und dass also das von ihm ausgeübte Drehungsmoment

wie das vom Erdkörper ausgeübte dem Sinus der Ablenkung nahezu proportional war. Man sieht, dass dies Verfahren im einzelnen Falle genau dasselbe leistet, wie wenn man dem Nadelpaar an sich einen geringeren Grad von Astasie ertheilt hätte. Es hat nur den einen Vorzug, dass man durch Vergrösserung und Verkleinerung der Entfernung des Berichtigungsstabes in verschiedenen Fällen einen verschiedenen Grad von Astasie hervorbringen kann, ohne die Nadeln selbst zu verändern.

Bei einem empfindlicheren Multiplicator hat darum du Bois den Berichtigungsstab sehr klein gemacht — er besteht aus einer feinen Nadelspitze — und dem freundlichen Pole der oberen Nadel sehr genähert; er steht unter der Glasglocke und kann durch Mikrometerschrauben sehr genau regiert werden. Man bewegt ihn so lange vor dem Nullpunkt der Theilung hin und zurück, bis er die Nadel gerade auf diesem festhält. Diese Methode hat den Vortheil, dass in allen Graden der Theilung nur sehr geringe Kräfte auf die Nadeln einwirken, dass aber überall dieselben so gerichtet sind, dass sie die Nadel nach dem Nullpunkte hintreiben. In der That wird ja jetzt beim geringen Abstande des Berichtigungsstäbchens seine anziehende Wirkung auf die Nadel bei einigermaassen bedeutenden Ablenkungen nahezu Null werden. Wir wollen die Curve verzeichnen (in der oben befolgten Weise), welche das von dem Berichtigungsstäbchen auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment bei allen möglichen Lagen desselben darstellt. Es ist bekanntlich gleich dem Product aus der anziehenden Kraft und der Länge des vom Drehpunkt auf die Richtung*) dieser Kraft gefällten Perpendikels. Da der letztere Factor Null ist, wenn die Nadel im Nullpunkt einsteht, so ist hier das Drehungsmoment Null, rechts und links davon wächst es rasch bis zu einem Maximum, um dann sehr bald wieder fast Null zu werden, da bei namhaften Ablenkungen wegen zu grosser Entfernung des freundschaftlichen Nadelpoles der andere Factor verschwindend klein wird, obwohl der eine immer grösser wird. Die Curve wird demnach jedenfalls eine Gestalt wie $\sigma' \varrho' o \varrho \sigma$ in Fig. 147 haben. Durch passende Wahl aller einzelnen Abmessungen wird man es nun dahin bringen können, dass sie auch in quantitativer Beziehung die hier gezeichnete Gestalt hat. Ist aber dem wirklich so, dann ist allen billigen Anforderungen einer Compensation vollkommen entsprochen. Es ist nämlich, wie oben schon in der Fig. 143, die andere punktirte Curve diejenige, deren Ordinaten die Drehungsmomente bedeuten, welche von der vereinigten Wirkung des Erdmagnetismus und der Drahtmassen herrühren. Werden dazu die Ordinaten der neuen Curve algebraisch summirt, so hat

Fig. 147.



*) Der Einfachheit wegen wollen wir bloss an die eine Anziehung denken zwischen dem Magnetstäbchen und dem nächstbenachbarten freundschaftlichen Pole des Nadelpaares, die anderen Kräfte werden in unserem Falle in Wirklichkeit gegen diese verschwinden.

man die Drehungsmomente, welche in allen Lagen der Nadel hervorgebracht werden durch das Zusammenwirken der Erdkraft, der Drahtmassen und des Berichtigungsstäbchens, welche also in Wirklichkeit im gedachten Falle vorhanden sind. Die Curve, deren Ordinaten schliesslich diese Drehungsmomente darstellen, ist in der Figur als ausgezogene Linie gezeichnet. Sie zeigt an, erstens dass in allen Lagen ein resultirendes Drehungsmoment wirksam ist, welches die Nadel nach dem Nullpunkt zurückführt, diese also eine stabile Gleichgewichtslage hat, was bei allen Versuchen unerlässlich ist, und zweitens dass man es bei allen Ablenkungen mit schwachen Drehungsmomenten zu thun hat, dass also der Multiplicator bei allen Ablenkungen in hohem Grade empfindlich ist, wie es wünschenswerth ist zu thierisch-elektrischen Versuchen.

2. Die Spiegelboussole.

338 In neuerer Zeit bedient man sich zu thierisch-elektrischen Versuchen vielfach statt des Multiplicators der Spiegelboussole. Dies Instrument in der ihm von Wiedemann gegebenen Form ist Bd. II. S. 328 genau beschrieben und abgebildet. In dieser Form ist es von du Bois-Reymond schon seit einer Reihe von Jahren für physiologische Zwecke verwandt worden. Es ist nach seinen Angaben selbst für die geringsten Stromstärken genügend empfindlich, wenn man einen Magnetstab in geeigneter Weise in der Nähe des Instrumentes aufstellt, so dass er die Einwirkung der Erde auf den magnetischen Stahlspiegel vermindert. Auch diese Methode zur Vermehrung der Empfindlichkeit ist an der angezogenen und an anderen Stellen des zweiten Bandes auseinandergesetzt, so dass sie hier nicht im Allgemeinen besprochen zu werden braucht. Später haben Meissner und Meyerstein einige Modificationen am Wiedemann'schen Spiegelgalvanometer angebracht, eigens zu dem Zwecke, es für thierisch-elektrische Versuche noch brauchbarer zu machen. Die wesentlichste dieser Modificationen bezieht sich auf den zur Astasirung des Spiegels dienenden Magnetstab. An dem Meissner'schen Instrumente sind nämlich zwei solche Stäbe angebracht, ein grösserer und ein kleinerer. Beide sind mit den festen Theilen des Instrumentes selbst verbunden und können in verschiedenen Lagen fixirt werden, je nachdem man einen geringeren oder höheren Grad der Astasie verlangt. Der grössere Stab ist nur in gröblicher Weise verstellbar, der kleinere aber wird durch feine Mikrometerschrauben regiert, so dass man seine Lage je nach Bedürfniss um ganz ausserordentlich kleine Grössen mit Sicherheit verändern kann.

339 Der wesentliche Vorzug des Spiegelgalvanometers vor dem Multiplicator besteht darin, dass jener ganz direct als eigentliches Messwerkzeug anzusehen ist. Die Anzahl von Skalentheilen nämlich, um welche das Spiegelgalvanometer abgelenkt erscheint, ist direct der Stromstärke proportional, weil die wirkliche Lageänderung des beweglichen Magneten gegen die Windungen stets verschwindend klein bleibt und nur durch die be-

sondere Beobachtungsweise ungemein vergrössert erscheint. Man könnte zwar den Multiplicator auch allenfalls empirisch gradniren, so dass jede bestimmte Ablenknng einer bestimmten Stromstärke entspräche. Allein diese Graduirung könnte immer nur für genau den Zustand der Nadeln des Berichtigungsstäbchens und die Intensität des Erdmagnetismus gelten, für welche sie gemacht war. Sobald sich eine dieser Grössen ändert, und sie sind alle veränderlich, so hat die Graduirung gar keinen Werth mehr. Man kann alsdann nicht einmal zwei Stromstärken, die in ein nnd demselben nenen Zustande gewirkt haben, mit Hülfe der alten Graduirung unter einander vergleichen, denn durch die Veränderung des Znstandes verändert sich das Gesetz, nach welchem die Ablenknngen von der Stromstärke abhängen. Es wird daher wohl nie gelingen, den Multiplicator zu einem eigentlichen Messwerkzeuge zu machen. Bei der Spiegelboussole ist zwar der Zustand anch nicht nnveränderlich, namentlich schon wegen der Variationen der Intensität des Erdmagnetismus. Es kann sich daher anch ereignen, dass zu einer späteren Zeit nicht mehr derselbe absolnte Werth der Stromstärke eine Ablenkung von heispielsweise 10 Skalentheilen hervorbringt, wie ursprünglich. Aber es bleibt bei der Spiegelboussole in allen Zuständen das Gesetz der Proportionalität zwischen Stromstärke nnd Ablenkung gültig. Die Versuche einer über mässige Zeit ausgedehnten Reihe sind also ohne Weiteres allemal vergleichbar. Auch hat man da, wo es nicht einmal anf eigentlich numerische Auswerthungen abgesehen ist, doch wenigstens unmittelbar in den Ablenkungen ein anschauliches Bild der Stromstärken vor Augen, während der Gang der Ahlenknngen beim Multiplicator ein verzerrtes Bild davon liefert, wie sich dn Bois-Reymond treffend ausdrückt.

Ein weiterer nicht zu übersehender Vorzug des Spiegelgalvanometers besteht darin, dass sein Princip gestattet, die Empfindlichkeit so gross es nur irgend wünschenswerth ist zu machen, ohne dass man nöthig hätte, die Schwingungsdaner des heweglichen Magneten in dem Maasse zu vergrössern, wie es heim Multiplicator nnvermeidlich ist, wenn die Empfindlichkeit einen irgend erhehlichen Grad erreichen soll. Ist aher die Schwingungsdauer sehr gross, so werden kurz dauernde Schwankungen in der Stärke des zu heobachtenden Stromes nicht zur Wahrnehmung kommen. Wo es also gilt, solche vorühergehende Schwankungen aufzufassen, da muss nothwendig die Spiegelhoussole mit ihrer kurzen Schwingungsdauer hei gleicher Empfindlichkeit dem Multiplicator hei weitem überlegen sein.

Endlich besteht noch ein Vorzug der Spiegelhoussole in der starken Dämpfung der Schwingungen durch die den Magnetspiegel nmgebende Knpferhülse (s. die ohen citirte Beschreibung des Instrumentes). Bekanntlich nehmen nämlich die Schwingungen eines heweglichen Magneten sehr rasch ah und hören hald gänzlich auf, wenn der Magnet von einer in sich geschlossenen Leitermasse von geringem Widerstand nmgeben ist. Eine Einrichtung zu diesem Zwecke lässt sich nun am Multiplicator nicht wohl anhringen und man hat daher bei diesem Instrument nach Anstellung eines Versuches in

der Regel viel länger zu warten bis das Nadelpaar wieder vollständig in Ruhe ist, und kann darum in gegebener Zeit nicht so viel Versuche anstellen als mit der Spiegelbonssole.

340 Andererseits hat aber auch der Multiplicator unverkennbare Vorzüge, die ihm wahrscheinlich eine dauernde Existenz in den physiologischen Laboratorien neben der Spiegelboussole sichern dürften, ganz zu schweigen davon, dass seine Aufstellung und Handhabung nicht so grosse Räumlichkeiten erfordert, wie die der Spiegelbonssole, deren Anwendung sich dadurch für manchen von selbst verbietet. Sind aber auch die genügenden Räumlichkeiten vorhanden, so ist die Spiegelbonssole für die kleinsten Erschütterungen viel empfindlicher als der Multiplicator, mit welchem man doch wenigstens einen gröblichen qualitativen Versuch anstellen kann, so lange die Nadel in Folge mechanischer Erschütterungen ein wenig zittert. Ferner machen sich am Multiplicator Störungen durch magnetische Massen viel weniger bemerklich als an der Spiegelbonssole, von ihr müssen alle magnetischen Massen viel weiter entfernt gehalten werden. Dies ist aber in physiologischen Laboratorien, wo man Inductionsapparate und dergleichen fortwährend braucht, oft kaum möglich, namentlich wenn es sich um Versuche handelt, bei denen der Plan und die Anordnungen im Laufe der Arbeit noch modificirt worden müssen, was doch gar oft unvermeidlich ist. In solchen Fällen hat man auch noch den Vortheil vom Gebrauche des Multiplicators, dass man während anderer Vorrichtungen von weitem den Gang der Nadel verfolgen kann, während man sich beim Gebrauch der Spiegelboussole zur oberflächlichsten qualitativen Beobachtung wie zu einer genauen Messung express vor das Fernrohr hinsetzen muss. Endlich ist zu Demonstrationen der Multiplicator geeigneter als die Spiegelboussole, weil bei der letzteren stets nur ein einziger sehen kann was vorgeht. Man kann allerdings auch die Spiegelboussole zu Demonstrationen einrichten, indem man nämlich ein sehr starkes Lichtbündel vom Spiegel reflectiren lässt und das Lichtbild auf einer entfernten weissen Wand auffängt. Seine Bewegungen zeigen natürlich die kleinsten Bewegungen des Spiegels in grossem Maassstabe an. Diese Methode erfordert indessen selbstverständlich grosse Veranstaltungen.

Sechstes Kapitel.

Elektrisches Chronometer.

341 Von Pouillet ist eine sehr sinnreiche Methode erfunden, kleine Zeiträume mit Hülfe der Elektricität zu messen. Da dieselbe zu einigen der wichtigsten physiologischen Untersuchungen gedient hat und ohne Zwei-

fel auch noch ferner zu solchen vielfach verwandt werden kann, so soll sie hier etwas eingehender und mit speciellerer Berücksichtigung physiologischer Anwendungen dargestellt werden, als dies Bd. II., S. 384 geschehen ist.

Die Methode beruht darauf, dass die Zeit, während welcher ein galvanischer Strom von bekannter Intensität von einem Drahtgewinde aus auf einen Magnet gewirkt hat, genau aus dessen veränderter Bewegung berechnet werden kann. Wenn es demnach möglich ist, einen Strom von bekannter Intensität gerade so lange auf einen beweglichen Magneten einwirken zu lassen, als ein gewisser Vorgang dauert, so kann man die Dauer dieses Vorganges berechnen aus der beobachteten Bewegung des Magneten. Die Genauigkeit dieser Methode hat nur nach der Seite hin eine Grenze, dass man vielleicht manchmal nicht im Stande sein dürfte, Anfang und Ende des Vorganges, dessen Dauer gemessen werden soll, absolut mit Eintritt und Unterbrechung des Stromes zusammenfallen zu lassen. Die Dauer des Stromes selbst kann mit einer Genauigkeit berechnet werden, welche für gewöhnliche Fälle geradezu unbegrenzt genannt werden darf. Diese Berechnung wird nämlich auf sehr genau beobachtbare Data gegründet. Der Strom von bekannter Intensität — wir wollen ihn den zeitmessenden nennen — geht durch eine Drahtrolle, neben welcher ein Magnetstäbchen an langen Coconfäden aufgehängt ist. Die Bewegungen dieses Stäbchens werden nach der von Gauss und Weber eingeführten Methode beobachtet. Es trägt ein zu seiner Längsrichtung senkrechtes Spiegelchen, in welchem sich die Theile eines entfernt aufgestellten, seiner mittleren Lage parallelen Maassstabes spiegeln. Diese Spiegelbilder werden durch ein im Meridian stehendes Fernrohr, an dessen Stativ eben der Maassstab in der Regel angebracht ist, beobachtet. Die Bewegungen des Magnetstabes zeigen sich bei dieser Beobachtungsmethode so vergrössert, dass er niemals ganz ruhig erscheint. Sie schwingt vielmehr fortwährend zwischen Grenzlagen hin und her, die für eine einzelne Schwingung nahezu gleichweit rechts und links von der Gleichgewichtslage im Meridian abstehen. Beginnt jetzt in irgend einem Augenblick der Schwingung der zeitmessende Strom die Drahtrolle zu durchkreisen und hört er nach einer gegen die ganze Schwingungsdauer verschwindend kleinen Zeit wieder auf, so bekommt der Magnetstab gewissermaassen einen momentanen Stoss, der die begonnene Schwingung stört, er führt eine andere Schwingung aus zwischen Grenzlagen, die von den Grenzlagen der begonnenen Schwingung mehr oder weniger abweichen. Sollte die Dauer t des Stosses, d. h. der Einwirkung des zeitmessenden Stromes, berechnet werden, so muss also beobachtet werden: 1) die Excursion h, der letzten ungestörten Schwingung; 2) die Excursion $h_{,,}$ der gestörten Schwingung; 3) der Winkel α, welchen der Magnetstab in dem Augenblicke, wo der zeitmessende Strom zu wirken beginnt, mit seiner Gleichgewichtslage im Meridian machte. Es muss ausserdem bekannt sein die ganze Schwingungsdauer T des Magnetstabes und die Ablenkung I, in welcher der zeitmessende

Strom vermöge seiner bekannten und constanten Stärke den Magnetstab dauernd erhalten würde, wenn er die Drahtrolle fortwährend durchflösse. Es ist, wenn diese Grössen gegeben sind:

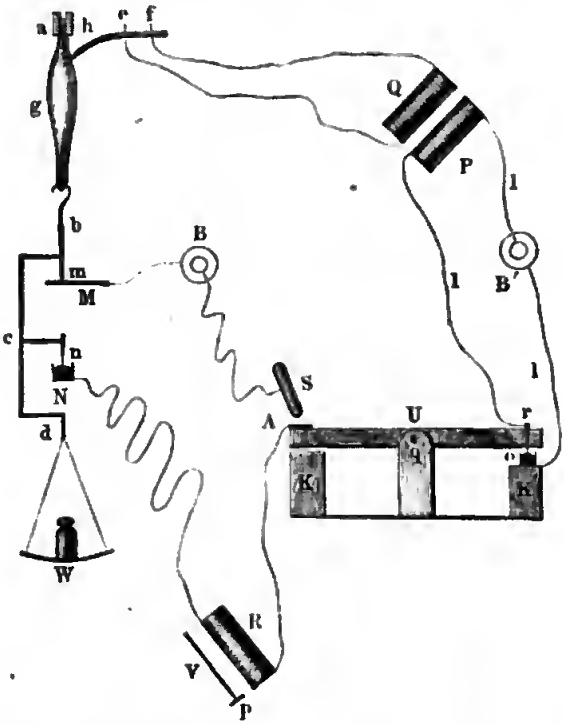
$$t = \frac{T}{2\pi I}\left(\sqrt{h_{,,}^2 - \alpha^2} - \sqrt{h_{,}^2 - \alpha^2}\right).$$

In der Formel ist für beide Wurzeln ihr positiver Zahlwerth zu nehmen, wenn der Strom die vorhandene Geschwindigkeit des Magneten vermehrt, für beide der negative, wenn er sie vermindert, und bloss für die zweite der negative, wenn er sie umkehrt. In vielen Fällen ist man nun Herr über den Augenblick, wann der mechanische Vorgang, dessen Dauer zu messen ist, und wann demnach der zeitmessende Strom beginnen soll. Ist dies der Fall, so kann man über α willkürlich verfügen. Es ist alsdann aus manchen Gründen am zweckmässigsten, $\alpha = 0$ zu machen. Die Sache würde sich in der Ausführung so machen: der Beobachter sieht durch das Fernrohr den Magneten, er wartet eine volle Schwingung ab und bemerkt die äussersten Excursionslagen, deren Entfernung vom Meridian mit $h_{,}$ bezeichnet wurde. Es würde nun eine neue Schwingung von derselben Excursionsweite beginnen, aber diese soll gestört werden, der Beobachter wartet die Hälfte derselben ab; indem er fortwährend durch das Fernrohr sieht, bemerkt er, wann der Magnetstab den Meridian passirt ($\alpha = 0$ ist), diesen Moment nimmt er wahr, um in demselben den zeitmessenden Strom zu schliessen und gleichzeitig den Vorgang beginnen zu lassen, mit dessen Ende der zeitmessende Strom wieder unterbrochen wird. Er wartet endlich auch die Vollendung dieser gestörten Schwingung ab und bemerkt die bei derselben erreichte grösste Excursion $h_{,,}$. Ist die Richtung des Stromes dabei eine solche gewesen, dass sein Stoss den Magneten bei seinem Durchgang durch den Meridian beschleunigt, so reducirt sich die obige Formel auf $t = \frac{T}{2\pi I}(h_{,,} - h_{,})$.

342 Die vorstehend in ihren Grundzügen auseinandergesetzte Zeitmessungsmethode hat Helmholtz angewandt, um diejenigen Zeiträume zu messen, welche verstreichen von dem Augenblicke, wo ein Bewegungsnerv von einem momentanen Reize getroffen wird, bis zu dem Augenblick, wo der zugehörige Muskel einen gewissen in Gewichtseinheiten ausgedrückten Spannungsgrad erlangt. Es fragt sich, durch welche Mittel es Helmholtz gelang, den zeitmessenden Strom genau in jenem ersten Augenblicke zu schliessen und ebenso genau im zweiten zu unterbrechen, so dass er eben genau nur während des zu messenden Zeitraumes auf den Magneten wirkte. Er schloss zu diesem Zwecke durch einen Druck auf ein Brettchen den zeitmessenden Strom und unterbrach mit diesem Drucke gleichzeitig einen anderen Strom, so dass in einem Nebendrahte desselben ein Inductionsstrom entstand, in dessen Kreis ein Stück des Nerven aufgenommen war. Der Eintritt des zeitmessenden Stromes war also mit der Reizung des Nerven absolut gleichzeitig. Das Aufhören des Stromes erfolgte ebenso gleichzeitig im zweiten Augenblicke, indem der Muskel selbst

denselben in dem Augenblicke unterbrach, wo er die verlangte Spannung erreicht hatte. Die Einrichtungen, welche zu diesem Zwecke getroffen waren, sind aus der schematischen Fig. 148 zu ersehen. Ein Froschgastrocnemius ist bei *a* in einem Stativ befestigt. An seinem unteren Ende

Fig. 148.



hängt ein bügel- (oder eigentlich rahmen-) artiges Stück *bcd*, das von *m* bis *n* jedesfalls ein guter Leiter der Elektricität sein muss. Es trägt an seinem Ende *d* eine Wagschale *W*, die mit beliebigen Gewichten belastet werden kann. Bei *m* ist es mit einer nach unten convexen Goldkuppe, bei *n* mit einer abwärts gerichteten amalgamirten Spitze versehen. Die Goldkuppe ruht auf dem Metallhalken *M*, die amalgamirte Spitze berührt das Quecksilber, das im Näpfchen *N* enthalten ist, jedoch so, dass sie dieses durch Adhäsion über sein eigentliches Niveau konisch emporhebt und dass also, wenn die Verbindung einmal zerrissen ist, die Spitze *n* das Niveau nicht wieder erreicht, wenn sie auch wieder in dieselbe Lage kommt. Von *M* aus geht nun eine Drahtleitung zur constanten galvanischen Batterie *B*, deren anderer Pol mit einem Stifte *S* in Verbindung steht. Von *N* geht eine Drahtleitung zur weitentfernten Drahtrolle *R*, neben welcher das Magnetstähchen *V* mit seinem Spiegel *p* aufgehängt ist, in der Verlängerung von *V* hat man sich in einiger Entfernung das Fernrohr nebst der Skala zu denken. Das andere Ende der Rolle steht in leitender Verbindung mit dem Metallplättchen *A*, das auf dem einen Ende eines Brett-

ohens U befestigt ist. U ist um eine horizontale Axe in q drehbar, jedoch ist der Spielraum dieser Drehung durch die Klötze K und K' sehr beschränkt. Der Klotz K' hat ein Quecksilbernäpfchen bei o, in welches die Metallspitze r eintaucht, wenn U mit dem r tragenden Ende abwärts geneigt ist (also die in der Figur gezeichnete Lage einnimmt); in diesem Falle ist die constante Batterie B' durch die Drahtleitung ll und die Drahtrolle P geschlossen. Neben P befindet sich eine zweite Drahtrolle Q, die durch einen Theil des zum Muskel g gehörigen Nerven h bei ef zum Kreise geschlossen ist. Der Beobachter hat jetzt, indem er durchs Fernrohr nach p blickt, den Stab S in der Hand und drückt ihn, sowie er den Magneten den Meridian passiren sieht, mit einem raschen Stosse auf das Plättchen A. Damit ist Zweierlei geschehen: 1) ist nun bei A der zeitmessende Strom der Batterie B geschlossen, er kann von B nach M, von da durch die Goldkuppe und das Stück c nach n, von da durch N zur Rolle R, von hier zum Plättchen A und schliesslich durch den auf dasselbe gedrückten Stift zurück nach B; 2) aber ist gleichzeitig, indem durch den Stoss das Ende A von U auf den Klotz K niedergedrückt wurde, das andere Ende von U gehoben, so dass die Spitze r aus dem Quecksilbernäpfchen herausgehoben wird. Der Strom der Batterie B' ist also im selben Momente geöffnet und es wird in der Rolle Q ein Inductionsstrom entstehen, der auf den Nerven h als momentaner Reiz einwirkt. Dadurch fängt der Muskel an sich zu verkürzen. Seine Spannung für die Länge ab fängt an zu wachsen. Sobald dieselbe nur um ein unendlich Kleines grösser geworden ist als seine Belastung, also als das Gewicht vom Stück bcd, nebst der Wagschale und dem, was darauf steht, so erhebt er das Stück und reisst die Goldkuppe von M los, unterbricht also den zeitmessenden Strom genau im richtigen Augenblicke. Bald nachher, jedesfalls noch ehe die Goldkuppe wieder auf M liegt, reisst auch der Quecksilberfaden bei n und, wenn also nachher beim Aufhören der Zuckung bcd wieder sinkt, erreicht die Spitze n nicht mehr das Quecksilberniveau. Dies ist absolut nothwendig; denn wenn dem nicht vorgebeugt wäre, so würde hernach der zeitmessende Strom von Neuem geschlossen, voraussichtlich viel früher, als der Magnet seine Schwingung vollendet hätte, und man bekäme eine neue Störung desselben, welche die reine Beobachtung der einen unmöglich machte.

Siebentes Kapitel.

Unpolarisirbare Elektroden.

343 In allen Fällen, wo entweder thierische Gewebe auf Elektricitätsentwickelung zu prüfen sind, oder wo zu physiologischen und therapeuti-

schen Zwecken elektrische Ströme durch thierische Gewebe gesandt werden sollen, werden nothwendig solche Stellen vorkommen, an denen der Strom eine Grenzscheide zwischen metallischen und feuchten Leitern passirt, denn wenn auch sonst keine Elektrolyten im Kreise vorhanden wären, so sind doch die thierischen Gewebe selbst schon feuchte Leiter, die irgendwo mit dem metallischen Theile der Leitung verknüpft sein müssen. Ueberall aber, wo ein metallischer Leiter und eine elektrolytische Flüssigkeit in Berührung kommen, hat im Allgemeinen eine elektromotorische Kraft ihren Sitz. Wir haben demnach in einem geschlossenen Leiterkreise aus thierischen Theilen und Metallen der Natur der Sache nach regelmässig noch elektromotorische Kräfte ausser denen, auf deren Wirkung oder Beobachtung es abgesehen ist. Sie werden je nach Maassgabe ihrer Stärke das Ergebniss der Versuche trüben, wenn es nicht gelingt, sie entweder genau in Rechnung zu bringen oder auf irgend eine Weise unwirksam zu machen. An das erstere ist kaum zu denken. Das letztere ist aber an sich möglich und scheint auf den ersten Blick sehr leicht ausführbar. In den geschlossenen Leiterkreisen mit denen wir es zu thun haben, sind nämlich allemal nur zwei kritische Stellen, die in Betracht gezogen werden müssen, nämlich die beiden Enden des metallischen Theiles der Leitung (in welchem wir uns allenfalls noch zu gebrauchende galvanische Ketten eingeschaltet denken wollen), zwischen denen die betreffenden feuchten thierischen Gewebe unmittelbar oder mittelbar den Kreis schliessen sollen. Es scheint nun, als müsste es genügen, wenn wir nur die beiden Enden der metallischen Leitung aus demselben Metall verfertigten und damit den thierischen Theil unmittelbar in Berührung brächten. Die überall gleichartige Tränkungsflüssigkeit des Gewebes wäre dann hüben und drüben mit demselben Metalle, z. B. Kupfer, in Berührung und die durch diese Berührung erzeugte elektromotorische Kraft wirkte an beiden Stellen offenbar in entgegengesetzter Richtung, so dass durch sie kein Strom hervorgebracht und mithin keine Störung anderer zu beobachtender Kräfte veranlasst würde. Sollte man etwa noch der vollkommenen Gleichartigkeit der Tränkungsflüssigkeit des thierischen Gewebes an allen Stellen misstrauen, so dass man fürchten müsste, bei directer Anlegung der Kupferenden doch hüben und drüben Kupfer mit verschiedenartigen Flüssigkeiten in Berührung zu haben, so könnte man noch an beiden Stellen eine entschieden gleichartige Zwischenflüssigkeit einschieben, z. B. Kochsalzlösung. Man würde also etwa jedes der beiden kupfernen Enden der Leitung mit einer abgegrenzten Masse von Kochsalzlösung in Berührung bringen und den thierischen Theil zwischen diesen beiden Massen eine Brücke bilden lassen, so wäre dann der Kreis geschlossen, in welchem die unvermeidliche Berührung metallischer und flüssiger Leiter hüben und drüben zwischen demselben Metall und derselben Flüssigkeit zu Stande gebracht wäre. Stellt man eine solche Anordnung wirklich her, so wird man sich sehr getäuscht finden in der Erwartung, dass die beiden Berührungen vollkommen gleiche und entgegen-

gesetzte Kräfte entwickeln. Allerdings sind diese Kräfte sehr nahezu gleich, aber für unsere Zwecke ist die Gleichheit im Allgemeinen durchaus nicht hinreichend. Taucht man beispielsweise zwei noch so gleich aussehende Kupferdrähte, welche die Enden eines feinen Multiplicators bilden, in ein und dasselbe Gefäss mit Kochsalzlösung oder irgend einer anderen Flüssigkeit, so wird man unter Tausenden von Fällen kaum einmal einen kräftigen Nadelausschlag vermissen, zum Beweise, dass kaum jemals zwei Stücke Kupfer in Berührung mit derselben Flüssigkeit genau dieselbe elektromotorische Kraft entwickeln, oder wie man sich auszudrücken pflegt, vollkommen gleichartige Oberflächen besitzen. Dasselbe gilt von jedem anderen Metalle, allerdings in verschiedenem Grade. So ist es namentlich bei den edeln Metallen, z. B. Platin, verhältnissmässig nicht allzuschwer, durch sorgfältige Reinigung, Ausglühen etc. zwei Stücke von elektromotorisch gleichartiger Oberfläche herzustellen, derart, dass wenn man beide Stücke metallisch mit den Multiplicatorenden verbindet und den Kreis zwischen ihnen durch irgend eine Flüssigkeit schliesst, kein Nadelausschlag erfolgt.

Für manche Zwecke genügt es nun allerdings, im Anfange des Versuches, vollständig gleichartige Elektroden zu besitzen. So hat du Bois-Reymond den grössten Theil seiner classischen Untersuchungen mit Multiplicatorenden von Platin angestellt. Jedes dieser Enden tauchte in ein Gefäss mit gesättigter Kochsalzlösung. Ueberzeugt man sich jetzt von der vollkommenen Gleichartigkeit der beiden Platinplatten, indem man zwischen den beiden Massen von Kochsalzlösung den Kreis unwirksam durch eine dritte Masse von Kochsalzlösung schliesst und keine Ablenkung der Multiplicatornadel beobachtet, so kann man einen Versuch anstellen. Weicht nämlich jetzt die Multiplicatornadel ab, so wie man zwischen den beiden Massen von Kochsalzlösung den Kreis durch ein zu prüfendes thierisches Gewebe schliesst, so kann man den berechtigten Schluss machen, dass der beobachtete Strom durch elektromotorische Kräfte in Bewegung gesetzt ist, die in jenem thierischen Gewebe ihren Sitz haben.

344 Die Gleichartigkeit zweier Platinplatten in Kochsalzlösung oder irgend zweier Metallplatten in irgend welcher Flüssigkeit hört aber sofort auf, sowie ein elektrischer Strom durch den Leiterkreis circulirt. Es tritt alsdann das bekannte Phänomen der galvanischen Polarisation ein (siehe Bd. II, S. 547), das durch die Elektrolyse der Flüssigkeit hervorgerufen wird. Bleiben wir bei dem Beispiele der Platinplatten in Kochsalzlösung stehen, so belegt sich die Platte, durch welche der Strom in die Flüssigkeit eintritt, mit einer Sauerstoffschicht, die, durch welche er austritt, mit einer Wasserstoffschicht. Eine mit Wasserstoff belegte Platinplatte ist aber einer mit Sauerstoff belegten, resp. vollkommen reinen, nicht mehr gleichartig, sondern verhält sich zu ihr analog wie eine Zinkplatte. Es ist also dann sofort ausser der elektromotorischen Kraft, deren Wirkung beobachtet werden soll, noch eine andere vorhanden, die im

Allgemeinen der ersteren entgegengesetzt gerichtet ist. Freilich kommen auch zuweilen räthselhafte Fälle vor, wo das Umgekehrte statthat. Wir wollen hier die Erscheinungen der Polarisation nicht weiter verfolgen, darüber sind die Lehrbücher der Physik und die speciellen Abhandlungen der Elektricitätslehre nachzusehen. Es genügt hier, darauf hingewiesen zu haben, wie die Polarisation uns hindern würde Versuche anzustellen, in denen es darauf ankommt, in einem Leiterkreise, der thierische Theile enthält, längere Zeit hindurch einen vollständig constanten Strom zu erhalten. Wir müssen uns daher nach Mitteln umsehen, auch die Polarisation der Elektroden zu beseitigen.

Die Physik giebt nun in der That bekanntlich zwei verschiedene Mittel zu diesem Zwecke an die Hand. Das eine besteht darin, dass man die Elektrode, durch welche der Strom den feuchten Leiter verlässt und welche mithin der Polarisation durch Wasserstoff ausgesetzt ist, mit einer stark oxydirenden Flüssigkeit, z. B. rauchender Salpetersäure, umgiebt. Diese lässt es zu keiner Ablagerung freies Wasserstoffes kommen, sondern oxydirt denselben im Entstehungsmomente. Natürlich muss in diesem Falle die Elektrode aus einem Metalle verfertigt sein, das von der Salpetersäure nicht angegriffen wird. Am besten eignet sich Platin. Dies ist das Princip, auf welchem bekanntlich die Constanz der Grove'schen und Bunsen'schen Kette beruht. Das zweite Mittel, die Polarisation zu vermeiden, besteht darin, dass man die Elektroden zunächst in Berührung bringt mit einer ziemlich concentrirten Lösung eines Salzes von demjenigen Metalle, aus welchem sie selbst bestehen. Tauchen beispielsweise Kupferelektroden in eine Lösung von Kupfervitriol, so wird an der Stelle, wo der Strom eintritt, Schwefelsäure und Sauerstoff (Oxysulphion) frei, welches sofort von der Elektrode ein Aequivalent Kupfer löst, um damit wieder Kupfervitriol zu bilden, und es bleibt also die Kupferfläche immer blank. An der Austrittstelle des Stromes wird nicht Wasserstoff, sondern Kupfer frei, welches sich auf der Elektrodenfläche ablagert, so dass auch hier stets eine unveränderte Kupferfläche bleibt. Für gewöhnliche physikalische Zwecke sind nun in der That alle derartige Anordnungen vollkommen ausreichend, und namentlich die Combination Kupfer und Kupfervitriol vielfach in Gebrauch. Für physiologische Versuche dagegen ist die Gleichartigkeit und Unpolarisirbarkeit solcher Combinationen im Allgemeinen noch nicht ausreichend. Die meisten derselben geben doch noch Spuren von Polarisation, oft einer anomalen, d. h. es entstehen oft elektromotorische Kräfte, die mit den erregenden gleiche Richtung haben. Ausserdem ist es überall schwierig oder unmöglich, die betreffenden Metallplatten von vornherein ganz gleichartig herzustellen, denn man ist hier auf die leichter oxydirbaren Metalle angewiesen, und von einem solchen kann man kaum jemals zwei Stücke von absolut gleichartiger Oberfläche beschaffen, während dies, wie oben angedeutet, bei den edeln Metallen eher möglich ist. In physiologischen Versuchen sind aber selbst die kleinsten Spuren der Polarisation oder ursprünglicher Ungleichartigkeit

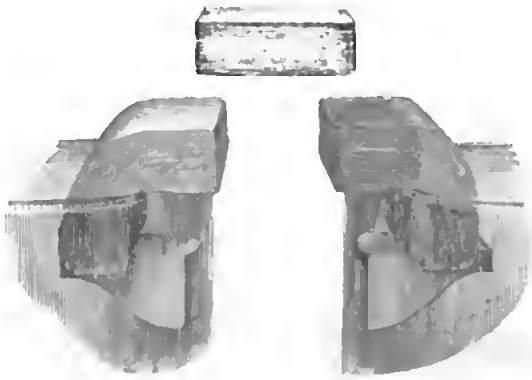
störend. Wo es gilt, die elektromotorische Wirksamkeit von thierischen Theilen selbst zu ermitteln, ist dies leicht begreiflich, weil diese Wirksamkeit nach aussen so schwach ist, dass sie vollständig verdeckt werden kann durch die Wirkung der Ungleichartigkeit scheinbar noch so gleicher Elektroden. Aber auch in feineren Reizversuchen kann die kleinste Spur von Polarisation gefährlich werden, weil bekanntlich der Nerv für Schwankungen der Stromstärke so ausserordentlich empfindlich ist.

345 Glücklicherweise ist nun unter den möglichen Combinationen eines Metalles mit Lösung eines Salzes vom selben Metalle eine neuerdings gefunden worden, welche auch den strengsten von physiologischer Seite zu stellenden Anforderungen genügt, was leicht herstellbare Gleichartigkeit und Unpolarisirbarkeit betrifft. Diese Combination ist Lösung von schwefelsaurem Zinkoxyd mit amalgamirtem Zink. Der Grund, warum sich gerade diese Combination vor allen anderen auszeichnet, welche theoretisch ebenso beschaffen sein sollten, ist rein räthselhaft. Insbesondere ist gar nicht abzusehen, was die Amalgamirung des Zinkes leistet, und dennoch ist sie unerlässliche Bedingung. Man darf übrigens Zink, Zinkvitriol und Quecksilber der geringsten käuflichen Sorten nehmen, man braucht durchaus nicht auf chemische Reinheit der angewandten Stoffe zu sehen. Stets wird man einen Kreis herstellen können aus metallischen Leitern und Zinkvitriollösung, in welchem selbst die feinsten stromprüfenden Vorrichtungen keine Spur elektromotorischer Kräfte zeigen, wenn man den metallischen Theil der Leitung durch gut amalgamirte Zinkelektroden mit der Lösung in Verbindung setzt. Auch bleibt in diesem Kreise keine durch Polarisation entstandene elektromotorische Kraft zurück, wenn man während einiger Zeit einen sonst irgendwie erzeugten Strom durchleitet.

Den auf den Eigenschaften der besprochenen Combination beruhenden unpolarisirbaren Elektroden hat nun du Bois-Reymond verschiedene zweckmässige Gestalten gegeben, je nach den verschiedenen Zwecken. Bei den Versuchen über die elektromotorische Wirksamkeit thierischer Gewebe handelt es sich darum, die letzteren mit den Multiplicatorenden dergestalt in mittelbare Verbindung zu setzen, dass ausserhalb der thierischen Gewebe selbst keine uncompensirte elektromotorische Kraft vorhanden sei. Da nun der Multiplicatordraht (resp. der Draht der Spiegelbussole) der Natur der Sache nach metallisch ist, so müssen seine beiden Enden aus verquicktem Zink verfertigt werden und nur mit Zinkvitriollösung in Berührung stehen, die dann ihrerseits mit den zu prüfenden thierischen Geweben durch flüssige Leiter in Verbindung gesetzt wird. Dies bewirkt du Bois-Reymond durch folgende Vorrichtung. Zwei viereckige Tröge von Zinkguss werden inwendig amalgamirt, aussen mit Asphaltlack gefirnisst. An ihnen angelöthete Schraubenklemmen nehmen die Kupferdrahtenden des Multiplicators auf. Die Tröge sind gefüllt mit Zinkvitriollösung von genau gleicher Concentration hüben und drüben. Aus jedem Troge ragt nun ein Bausch von Fliesspapier hervor,

der mit derselben Zinkvitriollösung gut getränkt ist. Die Tröge werden einander so gegenübergestellt, dass die Stirnseiten der Bäusche, die über

Fig. 149.



die Ränder der Tröge etwas vorragen, einander parallel gegenüberstehen und nur einen schmalen Zwischenraum zwischen sich lassen (siehe Fig. 149). Dieser Zwischenraum wird nun durch das zu prüfende thierische Gewebe (Nerv, Muskel oder was es sei) überbrückt und so der Kreis geschlossen. Man sieht in Fig. 149 die Anordnung der aus den Gefässen hervorragenden Bäusche, über der Lücke ist noch ein viereckiger ebenfalls mit Lösung getränkter Bausch gezeichnet, den man vielfach benutzt, um den Kreis zu schliessen vor oder nach Anstellung eines Versuches. Die Tröge selbst sind übrigens in der neueren Einrichtung etwas anders als in der Figur gezeichnet ist, die nur die Lage der Bäusche anschaulich machen soll. Es ist natürlich nicht gerathen, ein lebendes thierisches Gewebe ganz unmittelbar mit den Bäuschen in Berührung zu bringen, weil es sonst von der Tränkungsflüssigkeit angeätzt wird, denn bekanntlich gehört starke Zinkvitriollösung zu den Flüssigkeiten, welche wenigstens Nerven und Muskeln nicht unversehrt lassen. Man bedeckt deshalb die Bäusche an passenden Stellen mit dünnen Scheibchen feines Modellirthones, der mit einprocentiger Kochsalzlösung durchtränkt ist. Diese Lösung ätzt thierische Gewebe nicht an.

Eine andere sehr zweckmässige Form der unpolarisirbaren Elektroden ist in Fig 150 (a. f. S.) dargestellt. Ein amalgamirtes Zinkstreifchen *z* ragt in eine plattgedrückte Glasröhre hinab. Die untere Oeffnung derselben wird mit einem Thonpfropf *t* geschlossen, der mit einprocentiger Kochsalzlösung getränkt ist. Hierauf wird in die Röhre Zinkvitriollösung gegossen, welche das Zinkstreifchen umspült. Dieses ist am oberen Ende bei *f* mit dem Zuleitungsdraht *d* verbunden. Die Elektrode ist durch zwei Kugelgelenke an einem zweckmässig eingerichteten Messingstativ befestigt, so dass ihr mit Leichtigkeit jede beliebige Lage gegeben werden kann. Von der Metallmasse des Stativs ist sie dadurch isolirt, dass

das Verbindungsstück *g* von Glas angefertigt ist. Der Thonpfropf *t* kann leicht mit einigen Fingerdrücken in jede gewünschte Form gebracht, na-

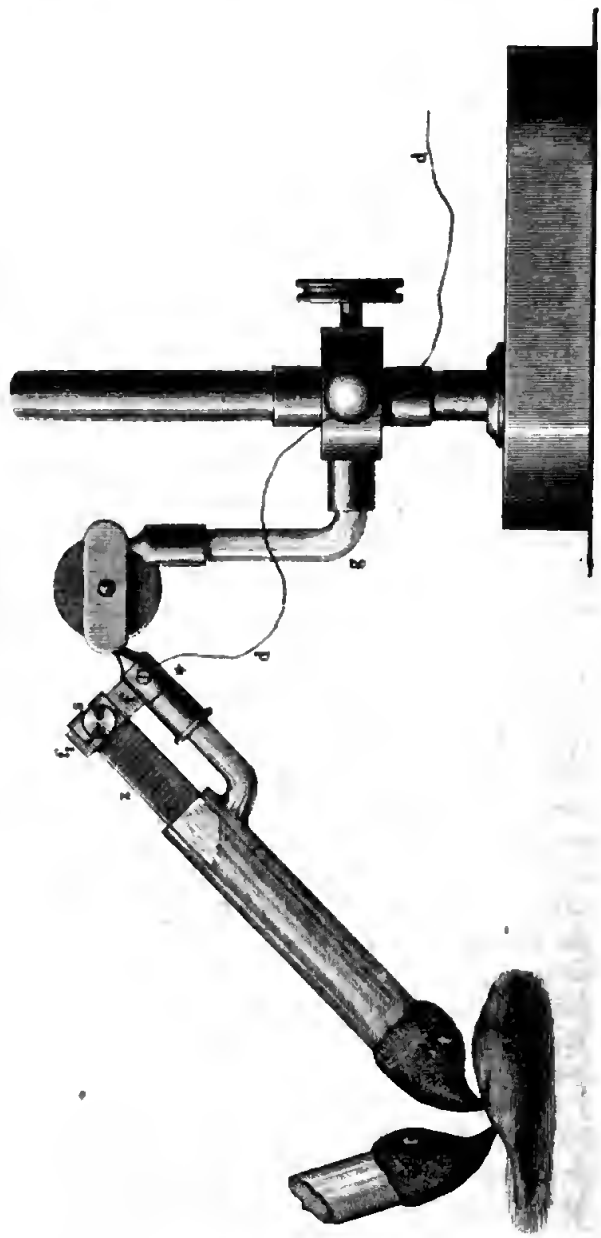


Fig. 150.

mentlich auch fein zugespitzt werden, so dass man die Berührung der Elektrode mit dem zu untersuchenden Körper auf einen Punkt beschränken kann. So ist in der Figur beispielsweise angedeutet, wie zwei solche Elektroden dicht nebeneinander an einen Froschgastrocnemius angelegt sind.

Achtes Kapitel.

Polarisation feuchter Leiter.

Im vorigen Kapitel haben wir die Annahme stillschweigend voraus- 346
gesetzt, dass von Polarisation überall nur an den Grenzen zwischen Metallen und feuchten Leitern die Rede sein könne. Diese Annahme hat auch in der That bis vor Kurzem in der Physik allgemein als selbstverständlich gegolten. Man glaubte daher für die elektrophysiologische Anwendung genug gethan zu haben, wenn man die Mittel zeigte, wie der Strom ohne Polarisation über die Grenze zwischen dem metallischen und elektrolytischen Theil des Kreises zu schaffen, einmal in irgend einen flüssigen Leiter eingetreten, könnte er dann ohne Gefahr für seine Constanz in jeden beliebigen anderen übergeleitet werden, mit andern Worten, es schien als ob wir den elektrolytischen Theil der Leitung aus jeder beliebigen Reihenfolge solcher Körper zusammenstellen könnten, wenn nur dafür gesorgt ist, dass die beiden Enden dieses Theiles der Leitung mit der metallischen Leitung in gleichartiger und unpolarisirbarer Weise verknüpft sind.

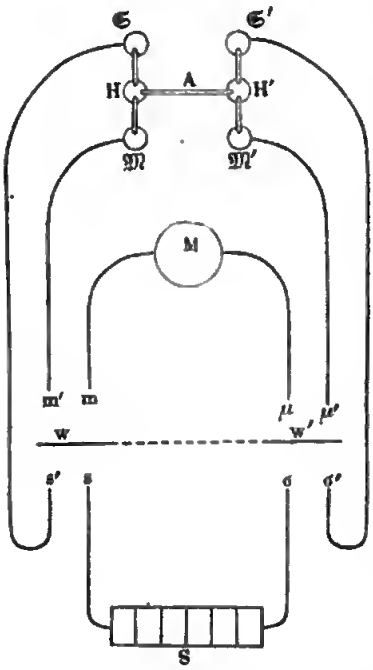
Du Bois-Reymond*) hat nun aber vor einigen Jahren entdeckt, dass der aus Elektrolyten gebildete Theil einer Stromleitung doch nicht immer ganz frei von Polarisation ist. Es sind verschiedene Erscheinungen dieser Art voneinander zu unterscheiden, welche sämmtlich bei elektrophysiologischen Versuchen Beachtung verdienen. Ersteus hat du Bois-Reymond eine Polarisation an der Grenze zweier Elektrolyte nachgewiesen, die ganz analog der Polarisation der Grenze zwischen Metallen und Elektrolyten zu sein scheint, nur ist der absolute Werth der durch sie ins Spiel gebrachten elektromotorischen Kräfte ausserordentlich viel geringer als bei der gewöhnlichen Polarisation, und es ist daher nicht zu verwundern, dass diese neue Art der Polarisation den Physikern gänzlich entging, die nicht oft Veranlassung hatten, so feine stromprüfende Werkzeuge zu gebrauchen, wie sie in der Elektrophysiologie unentbehrlich sind.

Um eine deutliche Vorstellung von den hier in Rede stehenden Er- 347
scheinungen zu geben, wollen wir die Art und Weise beschreiben, wie du Bois-Reymond seine Versuche angestellt hat. Wie in nebenstehendem Schema, Fig. 151 (a. f. S.), angedeutet ist, sind zwei Leiterkreise vorbereitet von denen der eine oder der andere geschlossen ist, je nachdem eine Wippe WW' die eine oder die andere Stellung hat. Lehnen nämlich die beiden voneinander isolirten Leiterstücke der Wippe bei $s's$ und $\sigma\sigma'$ an, so ist der Stromkreis $S\sigma W'\sigma'\Subset' H' A H\Subset s' W s S$ geschlossen. Darin befindet sich bei S eine galvanische Säule von grosser elektromotorischer Kraft.

*) Sitzungsber. der Berliner Akademie, 17. Juli 1856. 4. August 1856. 31. Januar 1859. 20. December 1860.

$\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}'$ sind Gefässe mit Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd, in welche die metallischen Leitungen $\sigma'\mathfrak{S}'$ und $s'\mathfrak{S}$ mit kupfernen Enden eintauchen, H und H' sind Gefässe mit Kochsalzlösung, welche mit der Kupferlösung bei $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}'$ durch heberförmige Glasröhren, die ebenfalls Kochsalzlösung enthalten, verbunden ist. Zum Schluss des Kreises sind die Gefässe H und H' untereinander verbunden, durch ein heberförmiges Glasrohr A, welches diejenige Flüssigkeit enthält, deren Polarisirbarkeit in Berührung mit Kochsalzlösung untersucht werden soll. Nachdem nun in dem beschriebenen Kreise der durch die Säule S in Bewegung gesetzte Strom eine Zeit lang geflossen ist, legt man die Wippe um, so dass die beiden Leiterstücke W und W' Verbindungen zwischen m' und m und zwischen μ und μ' herstellen. Dann ist der vorhin beschriebene Kreis offen und dafür der Kreis $M\mu W'\mu'\mathfrak{M}'H'AH\mathfrak{M}m'WmM$ geschlossen. Dieser enthält bei M den Multiplicator. $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{M}'$ sind zwei Gefässe mit Kochsalzlösung, welche mit den Gefässen H und H' durch Röhren mit derselben Lösung verbunden sind, in die Gefässe $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{M}'$ tauchen als Enden der metallischen Leitungen, $m'\mathfrak{M}$ und $\mu'\mathfrak{M}$ Platinplatten, die auf vollständige Gleichartigkeit geprüft sind; sie können auch bei der ersten Lage der Wippe keine Polarisation annehmen, weil sie ja bei ihr nicht im Stromkreise befindlich sind. Da in dem neugebildeten Kreise die Flüssigkeit A und ihre beiden Berührungsstellen mit Kochsalzlösung auch wieder enthalten ist, so muss sich eine während des Stromes hier etwa entstandene secundäre elektromotorische Kraft durch eine Ablenkung der Multiplicatornadel bei M sofort zu erkennen geben. Beiläufig mag noch ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht werden, dass nur die an den Berührungsstellen zwischen der in A enthaltenen Flüssigkeit und der in H und H' befindlichen Kochsalzlösung entstehende Polarisation beim Umlegen der Wippe am Multiplicator M zur Erscheinung kommt, nicht aber diejenige Polarisation, welche während der Stromdauer an den Berührungsstellen der Kupferlösung in $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}'$ mit der Kochsalzlösung der Verbindungsröhren etwa auch noch entwickelt wird. Dass auch an diesen Stellen Polarisation Statt findet, ist höchst wahrscheinlich, aber sie kann in dem beschriebenen Versuche deswegen nicht zur Erscheinung kommen, weil die fraglichen Berührungs-

Fig. 151.



stellen heterogener Flüssigkeiten in den Gefässen $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}'$ nach Umlegen der Wippe nicht im neuen Kreise enthalten sind.

348 Du Bois-Reymond hat nun verschiedene Flüssigkeiten in der Röhre *A* auf ihr Verhalten in Berührung mit Kochsalzlösung geprüft. Schwefelsäure, Salzsäure, Salpetersäure, Ammoniak und Salpeterlösung lieferten eine Polarisation im gewöhnlichen Sinne, d. h. die secundäre elektromotorische Kraft, welche unter dem Einflusse des Säulenstromes an den Berührungsstellen entsteht, ist der elektromotorischen Kraft der Säule entgegen gerichtet. Dagegen zeigen Kalilösung, Brunnenwasser, destillirtes Wasser, Hühnereiweiss eine anomale Polarisation d. h. sie geben eine secundäre elektromotorische Kraft von gleicher Richtung mit der der Säule. Was die Ursache der beschriebenen Erscheinungen betrifft, so glaubt du Bois-Reymond sie in der Elektrolyse suchen zu müssen, welche an den beiden Grenzen des in *A* befindlichen Elektrolyten nothwendig heterogene Grenzschichten bilden müsse, freilich lässt sich die Erklärung nicht im Einzelnen durchführen, namentlich nicht in Beziehung auf die anomale Polarisation der zuletztgenannten Flüssigkeiten; jedoch lassen sich alle andere Möglichkeiten der Erklärung, an die man allenfalls denken könnte, insbesondere die, dass die secundäre elektromotorische Kraft etwa thermoelektrischer Natur, leicht ausschliessen.

Die Polarisation an der Grenze zweier feuchter Leiter ist übrigens so schwach, dass sie selbst in den feinsten thierisch-elektrischen Versuchen nicht wohl störend wirken kann, und wir dürfen also ihretwegen immerhin beliebige Verbindungen solcher Leiter in unsere Stromkreise einführen.

349 Eine fernere von du Bois-Reymond gefundene Thatsache dieses Gebietes ist die „innere Polarisation" durchfeuchteter poröser Körper. Wird nämlich ein solcher etwa ein Prisma von nassem Holz oder feuchtem Thon oder dergl. eine Zeit lang von einem elektrischen Strome durchflossen, so ist es hernach eine Zeitlang in allen seinen Theilen Sitz elektromotorischer Kräfte, welche die Elektricität in entgegengesetztem Sinne zu bewegen streben, als in welchem der Strom den Leiter durchfloss. Man kann sich hiervon leicht überzeugen, wenn man an das vorher durchströmt gewesene Prisma die Multiplicatorenden unpolarisirbar anlegt. Der Multiplicator wird dann stets einen Strom anzeigen, welcher in dem zwischen den Elektroden befindlichen Leiterstücke die umgekehrte Richtung hat von der, welche der polarisirende Strom hatte. Die Grösse dieser secundären elektromotorischen Kraft ist in augenfälliger Weise abhängig von der Beschaffenheit des porösen Körpers und von seiner Tränkungsflüssigkeit. Denken wir uns zunächst einen porösen Körper mit verschiedenen Flüssigkeiten getränkt, so wird die innere Polarisation am grössten für einen gewissen ziemlich niedrigen Werth der Leitungsfähigkeit, d. h. wenn die Flüssigkeit entweder sehr gut oder sehr schlecht leitet, so ist die innere Polarisation schwach oder nicht merklich, sie wird merklich und verhältnissmässig stark eben für jenen Werth der Leitungsfähigkeit

Digitized by Google

den wir als einen ziemlich niedrigen bezeichneten. So zeigt beispielsweise ein Fliesspapierhausch keine innere Polarisation, wenn er getränkt ist mit dem sehr schlecht leitenden Alkohol oder mit sehr gut leitenden Salzlösungen. Er zeigt sie in hohem Grade, wenn er mit reinem Wasser getränkt ist, dessen Leitungsfähigkeit gering aber doch grösser als die des Alkohols ist.

Der Einfluss der Beschaffenheit des festen porösen Körpers auf die innere Polarisation erhellt leicht aus einigen Beispielen. Thon, Kreide, thierische und pflanzliche Gewebe gehen mit Flüssigkeiten von gehörigem Leitungswiderstand getränkt innere Polarisation, keine solche geben Schwefelblumen, reiner Quarzsand, Seide, man mag sie tränken mit welcher Flüssigkeit man will. Man sieht leicht, dass die letztgenannten Körper lauter vollständige Isolatoren sind, während die erstgenannten zwar an sich schlecht leiten, aber doch nicht gerade aller Leitungsfähigkeit baar sind, daher sie ja auch in der Lehre von der Reihungselektricität als sogenannte „Halbleiter" qualificirt werden.

350 Die beschriebenen Thatsachen geben den Schlüssel zur Erklärung. Der Strom wird in dem durchfeuchteten Körper theilweise ganz auf dem Wege des feuchten Leiters gehen, manche Stromfäden werden aber stellenweise auch die festen Theile durchsetzen, wofern diese eben nicht absolute Nichtleiter sind. Sind sie aber leitend, so darf man sich wohl denken, dass sie nach Art der Metalle leiten und dass daher jedes feste Theilchen da, wo der Stromfaden in es ein- oder aus ihm heraustritt, Polarisation annimmt. Jedes kleinste Theilchen unseres Körpers wird somit Sitz secundärer elektromotorischer Kräfte, welche durch einen angelegten Bogen Ströme senden müssen in dem oben beschriebenen Sinne. Man sieht aber auch, dass diese Polarisation um so kleiner werden muss, je besser die Flüssigkeit leitet im Verhältniss zu den festen Theilen, zwischen welchen sie eingeschlossen ist, denn um so schwächere Stromfäden werden durch diese festen Theile gehen, um so mehr wird im Gegentheil der ganze Strom sich an die Flüssigkeit halten. Dass andererseits die Polarisation unmerklich wird, wenn die Tränkungsflüssigkeit (wie z. B. Alkohol) gar zu schlecht leitet, rührt daher, dass alsdann der polarisirende Strom überhaupt zu sehr geschwächt wird.

Für die elektrophysiologische Technik geht aus dem Vorstehenden die Regel hervor, feuchte poröse Körper, welche etwa dazu verwandt werden, elektrische Ströme den thierischen Geweben zuzuführen, mit möglichst gutleitenden Flüssigkeiten zu tränken. Die gewöhnlich angewandten Lösungen von Kochsalz oder von Zinkvitriol genügen übrigens in dieser Beziehung.

351 Endlich hat du Bois-Reymond noch eine Erscheinung gefunden, die hier am besten ihre Stelle findet, die er als „secundären Widerstand" gewisser feuchter Leiter bezeichnet. Sie zeigt sich namentlich am Eiweiss und gewissen andern kolloiden Körpern im aufgequollenen Zustande. Wenn einer gequollenen Masse von geronnenem oder einer Masse von

gelöstem Eiweiss ein elektrischer Strom zugeführt wird aus gewissen Flüssigkeiten, welche mit der Masse in Berührung stehen, dann entwickelt sich an der Eintrittsstelle des Stromes in die Eiweissmasse ein Leitungswiderstand, der unter Umständen sehr beträchtlich werden kann, namentlich wenn der Strom sehr stark ist. Die betreffende Stelle der Eiweissmasse ändert dabei augenfällig ihre Beschaffenheit. Sie gerinnt, wenn flüssige Eiweisslösung angewandt war, sie wird härter, wenn geronnenes Eiweiss dem Versuch unterworfen war. Es ist indessen sehr zweifelhaft, ob der secundäre Widerstand allein auf Rechnung dieser sichtbaren Veränderungen zu schieben ist. Du Bois-Reymond discutirt verschiedene allenfalls zu versuchende Erklärungen, findet jedoch keine vollständig genügend und lässt daher einstweilen das Phänomen als unerklärt stehen. Es ist für uns von grosser Wichtigkeit, dass der secundäre Widerstand im Eiweiss und den eiweissartigen Körpern nur dann auftritt, wenn diesen Körpern der Strom aus gewissen Flüssigkeiten zugeführt wird, dass dagegen aus gewissen anderen Flüssigkeiten dem Eiweiss ein Strom zugeführt werden kann, ohne dass dabei secundärer Widerstand entsteht. Zu den ersteren Flüssigkeiten gehört unter andern Kupfervitriollösung und auch die in neuerer Zeit in allen thierischelektrischen Versuchen eine so wichtige Rolle spielende Zinkvitriollösung. Zu den anderen Flüssigkeiten gehört unter anderen Kochsalzlösung. Hieraus geht eine wichtige Regel für die elektrophysiologische Technik hervor: Man soll nie Ströme und namentlich nie starke Ströme thierischen Theilen direct von Metallsalzlösungen aus zuführen und auch nicht solche Ströme von der Metallsalzlösung durch Vermittelung von Eiweiss zu den thierischen Theilen leiten. Man muss vielmehr, wo man der Constanz des Stromes ganz gewiss sein will, denselben aus der Metallsalzlösung, welche das metallische Ende des metallischen Theiles der Leitung zur Vermeidung der Polarisation umspült, den Strom zunächst durch eine Schicht von Kochsalzlösung gehen lassen, aus dieser kann er dann entweder den thierischen Theilen direct oder unter Vermittelung einer Eiweissschicht zugehen. Man sieht, dass dieser Vorschrift in den oben (Kapitel 7.) beschriebenen unpolarisirbaren Elektroden neuester Construction Genüge geschehen ist.

Neuntes Kapitel.

Von einigen Hülfsvorrichtungen zum Schliessen und Oeffnen elektrischer Stromkreise.

Ein wichtiger Punkt der elektrophysiologischen und elektrotherapeu- 352
tischen Technik ist die Schliessung und Oeffnung elektrischer Stromkreise, und es sind oft die gewöhnlichen Hülfsmittel, z. B. das Eintauchen von

Drähten in Quecksilbernäpfchen, nicht ausreichend, so dass manche besondere Vorrichtungen nötbig werden. Davon sollen hier die wichtigsten beschrieben werden, doch nur solche, die nicht in den gangbaren Lehrbüchern der Physik zu finden sind.

Ein ebenso einfaches als nützliches Werkzeug dieser Art ist der du Bois'sche Schlüssel. Er dient dazu, um einen bis auf eine Lücke vorgerichteten Stromkreis plötzlich und sicher in jedem vom Experimentator willkührlich zu wählenden Augenblick zu schliessen oder resp. zu unterbrechen. Du Bois-Reymond hat diesem Werkzeug, dessen Princip der Telegraphentechnik entlehnt ist, die in Fig. 152 dargestellte Form gegeben. Auf einer gut isolirenden Platte von gehärteter Guttapercha *a* sind zwei Messingklötzchen *b* und *c* befestigt. Jedes derselben enthält zwei Drahtklemmen. Am Klötzchen *c* ist um eine wagerechte von rechts nach links gebende Axe drehbar der messingene Vorreiber *d* befestigt, der daher mit *c* ein- für allemal in gut leitender Verbindung steht. Mit *b* steht er ebenfalls in leitender Verbindung, wenn er die in der Figur gezeichnete Stellung hat, aber nicht, wenn er mittels seines elfenbeinernen Handgriffes um die Axe bei *d* aufwärts gedreht ist. Das Ganze ist auf einer Holzzwinge befestigt, die man an einen Tisch anschrauben kann. Der Schlüssel kann auf zwei verschiedene Arten benutzt werden, um etwa in einen Nerven plötzlich einen Strom einbrechen zu lassen, oder einen darin fliessenden Strom aufhören zu machen. Einmal in der nächstliegenden Art, so dass der eine Leitungsdraht vom Kettenpole nach *b* geht, dann von *c* ein Draht zum Nerven und vom Nerven ein Draht zum andern Kettenpole. Ist jetzt der Vorreiber vor dem Klötzchen *b* weggehoben, so ist der Kreis offen und es circulirt kein Strom. Sowie der Vorreiber vor *b* niedergedrückt wird, ist der Kreis geschlossen, und es bricht in den Nerven der Strom herein.

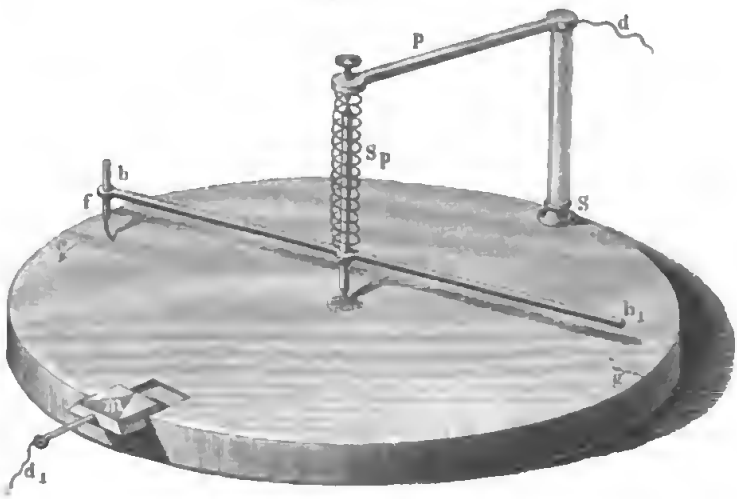
Fig. 152.

Man kann aber auch einen andern Weg einschlagen, um mittels Bewegung des Schlüssels einen Strom in den Nerven oder was es sonst wäre einbrechen zu lassen. Die Drähte, zwischen denen der Nerv aufgenommen ist, seien mit ihren anderen Enden in *b* und *c* befestigt. In dieselben Klötzchen mit Hülfe der beiden anderen Schraubenklemmen seien die Poldrähte einer galvanischen Kette befestigt. Steht jetzt der Schlüssel, so wie ihn Fig. 152 darstellt, so kann der Kettenstrom von *b* durch den Vorreiber nach *c* und zur Kette zurückkommen, und es wird kein merklicher

Stromzweig den unendlich viel widerstandsreicheren Weg durch den Nerven von *b* nach *c* einschlagen. Wird aber jetzt der Vorreiber von *b* weggehoben, dann führt von *b* nach *c* nur noch der Weg durch den Nerven und der ganze Kettenstrom ist gezwungen, ihn zu betreten. Bei dieser Anordnung bricht also der Strom in den Nerven ein in dem Augenblick, wo man den Schlüssel öffnet, und der Strom hört im Nerven auf, sowie man schliesst und mithin wieder die unendlich viel besser leitende Nebenschliessung durch den Vorreiber zwischen *b* und *c* herstellt.

Es kann bei verschiedenen elektrophysiologischen Untersuchungen 353
die Aufgabe vorkommen, dass ein elektrischer Strom plötzlich in Nerv oder Muskel einbreche und ebenso plötzlich wieder aufhöre, nachdem er eine bestimmte sehr kurze Zeit geflossen ist, über welche Zeit wir genau Herr sein wollen. Um diese Aufgabe zu lösen, habe ich einen Mechanismus construirt*), der in Fig. 153 dargestellt ist. Der Schluss des Stromes wird bewerkstelligt durch die Berührung eines schwachen, leicht ge-

Fig. 153.



bogenen Messingfederchens mit einem Messingplättchen. So lange diese Berührung dauert, so lange ist der Strom geschlossen. Bewegt sich also das Federchen mit geringerer oder grösserer Geschwindigkeit streifend über das Plättchen hin, so wird der Strom längere odere kürzere Zeit danern. Bei gleicher Geschwindigkeit des Federchens kann noch die Dauer des Stromschlusses verändert werden durch Veränderung der Breite des Plättchens, über welches das Federchen hinstreift. Um das Federchen mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen zu können, ist es befestigt am Ende eines etwa 30 Centimeter langen Metallbälkchens. Dies ist in seiner Mitte mit einer zu ihm senkrechten in Spitzen laufenden Axe fest ver-

*) Er ist zuerst beschrieben in meinen „Untersuchungen über elektrische Nervenreizung". Braunschweig 1864.

bunden. Um die Axe windet sich eine stählerne Spiralfeder, deren eines Ende an der Axe selbst, deren anderes Ende an dem Theile des Apparates befestigt ist, welcher das Lager für die obere Spitze trägt. Die Spiralfeder wird daher dem Metallbälkchen eine gewisse Gleichgewichtslage ertheilen und es um dieselbe oscilliren machen, wenn es daraus entfernt war. Man kann leicht berechnen, mit welcher Winkelgeschwindigkeit bei einer solchen Schwingung das Bälkchen durch seine Gleichgewichtslage geht, wenn man die Amplitude und die Dauer der Schwingung kennt. Diese Geschwindigkeit ist nämlich der Amplitude direct, der Schwingungsdauer umgekehrt proportional. Da die Dauer constant ist, so kann man die Geschwindigkeit dadurch variiren, dass man die Amplitude variirt. Das vorhin erwähnte Messingplättchen wird nun so gestellt, dass das Contactfederchen gerade beim Passiren der Gleichgewichtslage darauf steht. Kennt man also seine Breite, so kann man angeben, wie lange bei einer Schwingung von bekannter Weite das Federchen damit in Berührung ist. Und wie lange mithin der elektrische Strom im Gange ist. Das Messingplättchen ist in eine rechteckige Elfenbeinplatte eingelassen, mit deren Oberfläche seine Oberfläche eine Ebene bildet. Die Seiten der Elfenbeinplatte sind abgeschrägt, so dass die Platte unten breiter ist als oben. Die Platte kann somit in einem Falze des Grundbrettes hin- und hergeschoben werden. Die Oberfläche liegt dann einige Millimeter höher als die Oberfläche des Grundbrettes. Das Messingplättchen ist dreieckig mit der Spitze gegen die Axe des Bälkchens. Das Contactfederchen, das von dieser Axe in immer gleicher Entfernung bleibt, streift daher über eine um so breitere Stelle des Messingplättchens, je tiefer dieses in dem Falze gegen die Mitte vorgeschoben ist. Somit haben wir die oben angedeutete zweite Möglichkeit, die Zeitdauer des Stromschlusses zu variiren. Eine dritte Möglichkeit haben wir in verschiedener Belastung des schwingenden Bälkchens, wodurch die Schwingungsdauer desselben in jedem beliebigen Maasse vergrössert werden kann.

Ein Versuch mit dem Apparate gestaltet sich folgendermaassen. Vor Allem ist die Spitze des Contactfederchens so tief herabzubringen, dass sie zwar bei der grössten Schwingung frei über der Oberfläche des Grundbettes schwebt, dass sie aber tiefer steht als die Oberfläche der Elfenbeinplatte, wenn dieselbe in ihrem Falze steht. Diese ist nun vorläufig so weit zurückgezogen, dass das Federchen gar nicht in ihren Bereich kommt. Die Gleichgewichtslage des Bälkchens denken wir uns über dem Durchmesser $m\,s$ (Fig. 153). Jetzt entfernen wir dasselbe daraus, das Ende f nach links. Wir geben etwa dem Bälkchen die Lage über dem Durchmesser $c\,g$. Der Winkel zwischen $c\,g$ und $m\,s$ kann an einer gröblichen Theilung auf dem Rande des Grundbrettes abgelesen werden. Hier halten wir das Bälkchen einstweilen fest. Dies kann entweder mit der Hand geschehen oder mit Hülfe einer besondereu Vorrichtung zum Loslassen, die ich in der Zeichnung, um Verwirrung zu vermeiden, fortgelassen habe. Jetzt wird die Elfenbeinplatte in ihrem Falze vorgeschoben, wie weit,

hängt davon ab, eine wie breite Stelle des Messingplättchens benutzt werden soll. Darauf wird das Bälkchen freigelassen. Es beginnt seine Schwingung in der Richtung des Pfeiles bei c, und kommt mit einer gewissen, aus lauter bekannten Grössen berechenbaren Geschwindigkeit bei m an. Die Spitze des Contactfederchens läuft zunächst an der Abschrägung der Elfenbeinplatte auf, gleitet dann über ihre Oberfläche und folglich eine gewisse Wegstrecke über Messing. Diese Wegstrecke können wir berechnen aus der Lage der Platte im Falze. Wir wissen also schliesslich die Zeit, während welcher die Spitze der Feder auf Messing verweilt. Sie geht nun weiter, gleitet an der Abschrägung rechter Hand wieder ab. Nun würde das Bälkchen, nachdem es seine Schwingung rechts von ms vollendet hat, wieder umkehren, und es würde das Contactfederchen steil auf die Abschrägung der Elfenbeinplatte stossen. Hierzu lässt man es aber nicht kommen, sondern hält das Bälkchen, sowie es die eine Schwingung vollendet hat, fest, entweder einfach mit der Hand, oder mit Hülfe einer besonderen Sperrung, die ich in der Figur wie die Auslösung ganz weggelassen habe. Soll jetzt ein zweiter Versuch folgen, so wird erst das Elfenbeinplättchen zurückgezogen, das Bälkchen wieder zurückgeführt, dann das Plättchen vorgeschoben, und man kann abermals das Bälkchen von einer bestimmten Anfangselongation loslassen. Selbstverständlich sind bei einem wirklichen Versuche die Drähte d und d_1 durch mehr oder weniger Zwischenstücke mit den beiden Polen einer galvanischen Kette verbunden, und der zu untersuchende Nerv bildet irgendwo einen Theil der Leitung. Wäre beispielsweise d mit dem Platinende, d_1 mit dem Zinkende einer Grove'schen Batterie verknüpft, so würde der Strom, so lange f mit m in Berührung ist, fliessen von d in das senkrechte Säulchen, von da durch das wagerechte Stück p zur Spiralfeder Sp, dann zum Bälkchen bb_1 durch das Federchen f zum Messingplättchen m und endlich durch den Draht d_1 zur Batterie zurück.

Oefters hat man das Bedürfniss einen elektrischen Strom in regel- 354
mässig periodischem Wechsel zu schliessen und wieder zu unterbrechen. Hierzu dienen verschiedene Vorrichtungen. Wird eine ziemlich langsame Aufeinanderfolge der Schliessungen und Unterbrechungen gewünscht, soll z. B. alle halbe oder gar alle ganze Secunde eine Schliessung und eine Unterbrechung erfolgen, so bedient man sich sehr zweckmässig eines Metronoms. Man bringt an dessen schwingenden Stab einen Drahtbogen an, dessen beide Enden bei jeder Schwingung einmal in zwei Quecksilbermassen eintauchen, deren Zwischenraum die einzige Lücke in dem zu schliessenden Stromkreise bildet. Dann wird offenbar derselbe bei jeder Doppelschwingung des Metronompendels einmal geschlossen und wieder geöffnet. Indem man nun die Schwingungsdauer des Pendels durch Verschiebung des Laufgewichtes innerhalb gewisser Grenzen beliebig ändern kann, hat man die Raschheit der Aufeinanderfolge der Schliessungen und Oeffnungen in seiner Gewalt. Auch über den Umstand kann man verfügen, ob der Strom während eines grösseren oder kleineren Bruchtheiles

der Dauer einer Doppelschwingung geschlossen bleiben soll. Dieser Umstand hängt nämlich offenbar von der Stellung der Quecksilbergefässe ab. Sind sie so gestellt, dass die Enden des Drahtbogens tief hineintauchen, so verweilen sie lange Zeit darin und halten den Strom lange geschlossen, und umgekehrt. Man kann es auf diese Weise dahin bringen, dass fast während der ganzen Dauer der Doppelschwingung der Strom geschlossen bleibt und nur für einen kurzen Moment die Drähte allemal aus dem Quecksilber auftauchen und den Strom unterbrechen, oder dass umgekehrt die Drahtenden nur eben die Quecksilberoberflächen berühren, und so der Strom nur während einer ganz kurzen Zeit geschlossen bleibt, während des grössten Theils der Schwingungsdauer aber offen ist.

Es könnte scheinen, als ob das soeben erwähnte Verfahren den vorhin beschriebenen Apparat entbehrlich machte, indem man ja nach der letzten Bemerkung dabei auch die Dauer des Kettenschlusses in der Gewalt habe, und die Beschränkung des Vorganges auf eine einzige Schliessung und Oeffnung erzielt werden könnte dadurch, dass man an einer andern Stelle des Kreises einen Schlüssel einschaltet und mit demselben schliesst, kurz ehe der Drahtbogen in die Quecksilbernäpfe eintaucht, hernach aber an jenem Schlüssel sofort wieder unterbricht, sowie die Drahtenden wieder aus dem Quecksilber aufgetaucht sind. In der That kann diese Manipulation bei vielen Versuchen mit Vortheil angewandt werden, aber zu den Zwecken, zu welchen ich das oben beschriebene Instrument construirt habe, wäre sie nicht brauchbar. Es sind das nämlich Fälle, wo es darauf ankommt, den Schluss des Stromes für Tausendtheile einer Secunde und noch kleinere Zeiten zu bewirken, so dass man aber dennoch genau wissen kann, wie vielmal länger im einen Versuche der Strom gedauert hat, als im andern. Es ist leicht ersichtlich dass dieser Zweck mit dem Metronom nicht zu erreichen ist.

355 Will man einen elektrischen Strom in sehr rascher Aufeinanderfolge schliessen und öffnen, so etwa dass 10, 20, 100 und mehr Unterbrechungen auf die Secunde kommen, dann ist natürlich das Metronom nicht mehr ausreichend. Die Physik bietet aber auch zu diesem Zwecke verschiedene Mittel dar, z. B. das Blitzrad und als besonders geeignetes den an Inductionsapparaten so vielfach angewandten Wagner'schen elektromagnetischen Hammer. Dieser unentbehrliche kleine Apparat ist auch Bd. II, S. 429 genau beschrieben und abgebildet, in der vervollkommneten Gestalt, die ihm von Siemens und Halske gegeben ist. Bekanntlich unterbricht sich hier der elektrische Strom selbst und schliesst sich wieder ohne Zuthun einer fremden Kraft. Den Strom, der den elektromagnetischen Hammer selbst in Bewegung versetzt, kann man aber in der Regel zu physiologischen Zwecken nicht brauchen, weil man gemeiniglich viel geringere Stromstärken nöthig hat, die den Hammer nicht in Bewegung setzen würden. Wollte man aber etwa von dem durch das Hammerwerk fliessenden Strome einen Theil abzweigen zu den thierischen Theilen, die zu behandeln sind, so würde man auch den Zweck nicht erreichen, in diesen Theilen einen Strom

von bestimmter Stärke abwechselnd fliessen und nicht fliessen zu lassen, weil sich bei jedem Kettenschlusse der Extrastrom störend einmischt, welcher in der den Elektromagneten des Hammerwerkes umgebenden Drahtspirale inducirt wird. Gleichwohl kann der elektromagnetische Hammer bei elektrophysiologischen oder therapeutischen Versuchen sehr gut angewandt werden, um einen constanten Strom von bekannter Stärke abwechselnd zu öffnen und zu schliessen. Man stellt nämlich den Kreis, in welchem dieser Strom fliessen soll, her, bis auf eine Lücke gebildet, durch den Zwischenraum zwischen zwei Quecksilbernäpfchen. An den elektromagnetischen Hammer wird nun ein Drahtbogen befestigt, dessen beide Enden beim Schwingen des Hammers in die Quecksilbernäpfchen abwechselnd eintauchen und wieder daraus aufspringen. In Bewegung gesetzt wird das Hammerwerk durch einen andern Strom, der mit dem eigentlich zu physiologischer Wirkung bestimmten Strome nichts zu schaffen hat.

Bei feinen Versuchen mit Inductionsströmen kommt es sehr darauf an, den primären Stromkreis stets in genau gleicher Weise zu schliessen. Zu diesem Zwecke ist von Pflüger ein eigener sinnreicher Apparat angegeben, der sogenannte „elektromagnetische Fallapparat". Ein stark beschwerter und sehr leicht zwischen Spitzen beweglicher Hebel wird in gewisser Höhe gehalten durch einen Elektromagneten. Der Hebel trägt eine Kupferspitze, die, wenn er niederfällt, in ein Quecksilberniveau eintaucht und hierdurch den Stromkreis schliesst. Das Niederfallen des Hammers wird dadurch bewirkt, dass man den Kreis desjenigen Stromes öffnet, welcher den vorerwähnten Elektromagneten magnetisirt. Diese etwas verwickelte Vorrichtung zur Auslösung des fallenden Hebels dürfte indessen nicht absolut nöthig sein. Es genügt, wie ich aus eigener Erfahrung versichern kann, den Hebel durch irgend ein Widerlager oben aufzuhalten und von da durch irgend eine Manipulation loszulassen.

Anhang.

Ueber Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf medicinische Statistik.

Bekanntlich sucht man viele Probleme der medicinischen Wissenschaft durch statistische Zusammenstellungen zu lösen. Diese Methode hat ohne Zweifel in der Medicin wie in anderen Wissenschaften ihre volle Berechtigung, wofern sie nur in der richtigen Weise angewandt wird. Die Regeln dieser Anwendung können aber durchaus nur der „Wahrscheinlichkeitsrechnung" entlehnt werden, welche nach Laplace's treffenden Worten „nichts anderes ist als der auf scharfen Ausdruck gebrachte gesunde Menschenverstand". Im Folgenden sollen die wichtigsten Resultate dieser mathematischen Disciplin, welche auf medicinische Statistik Anwendung erleiden, mitgetheilt werden. Wir müssen jedoch einige allgemeine Bemerkungen vorausschicken, um womöglich gewisse Vorurtheile zu zerstreuen, die leider noch immer in Betreff der Anwendung statistischer Methoden unter den Aerzten zu herrschen scheinen. Schon von verschiedenen Seiten*) sind den medicinischen Forschern die mathematischen Hülfsmittel fertig zugerichtet dargeboten worden, so dass es sich nur noch um eine rein mechanische Benutzung handelt. Noch immer aber haben dieselben keinen umfassenden Gebrauch davon gemacht. Ja es haben sich sogar öfters gewichtige Stimmen principiell dagegen erhoben. So wendet beispielsweise ein Arzt**) von wohlbegründetem Rufe gegen die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Probleme der organischen Natur ein: „Wir können genau berechnen, wie gross die Leistungsfähig-„keit einer Dampfmaschine unter gegebenen Verhältnissen ist, und wie „weit sich dieselbe ändert, sobald diese Verhältnisse geändert werden.

*) Gavarret, principe généraux de statistique médicale, Paris 1840. Radicke, die Bedeutung und der Werth arithmetischer Mittel etc. Arch. f. physiol Heilk. Neue Folge, Bd. II, S. 145.

**) Beneeke, Arch. f. physiol. Heilk. Neue Folge, Bd. II, S. 552.

„Wir gewinnen damit untrügliche Zahlen und die weitere Verwerthung „derselben bietet keine Schwierigkeiten dar. Der thierische Organismus „aber, und am wenigsten der menschliche, ist keine solche Maschine. All„täglich und stündlich wirken Einflüsse auf ihn ein, die den Fluss der „Lebenserscheinungen in mehr weniger bedeutendem Grade alteriren kön„nen, und welcher Art die Untersuchungen auch sind, die man am mensch„lichen Organismus anstellt, es wird bei der Resultirung immer mehr dar„auf ankommen, diese Einflüsse richtig abzuwägen, mit einem Worte, das „Experiment physiologisch zu prüfen, als auf die gewonnenen Zahlen den „Scharfsinn eines Mathematikers verwenden.“ Die citirte Aeusserung ist zwar nur eine einzelne, aber sie dürfte doch wohl annähernd den Sinn aller Derer ausdrücken, die der Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Medicin abgeneigt sind, und es dürfte daher erlaubt sein, an diese Aeusserung unsere allgemeinen Bemerkungen zunächst anzuknüpfen. Es ist offenbar ein einfaches Missverständniss, wenn in dem fraglichen Zusammenhange die Anwendbarkeit des Calculs auf organische Vorgänge bestritten, auf die Vorgänge in einer Dampfmaschine dagegen statuirt wird — handelt es sich ja doch um den Wahrscheinlichkeitscalcul. Das Anwendungsgebiet dieses Calculs sind aber eben diejenigen Erscheinungen, auf welche uns ganz unbekannte oder wenigstens unberechenbare Ursachen einwirken, also jedesfalls eher die Erscheinungen am Menschen als an der Dampfmaschine, und es ist auch wohl noch keinem vernünftigen Ingenieur in den Sinn gekommen, den fraglichen Calcul auf seine Maschinen anzuwenden. Nach dem Vordersatz meint man nun, die Vorgänge am menschlichen Körper sollten dem (Wahrscheinlichkeits-) Calcul für unzugänglich erklärt werden, weil man zu wenig davon wisse, aber im Nachsatze wird dann die Behauptung gebracht, man könne des Wahrscheinlichkeitscalculs entbehren, weil man genug davon wisse. Ich kann wenigstens die Worte, dass es bei Ziehung von Schlüssen darauf ankomme „die Einflüsse richtig abzuwägen“ nicht anders verstehen. Das wäre auch ganz wahr, wenn wir die Einflüsse nur richtig abwägen könnten, dann brauchten wir allerdings keine Wahrscheinlichkeitsrechnung und keine Statistik mehr. Das Abwägen der einzelnen Umstände wäre eben „Gewissheitsrechnung“. Soweit sind wir aber mit dem Menschen nicht, wir können die Einflüsse, die hier wirken, nicht abwägen, ja es handelt sich in den hier in Betracht kommenden Fällen gerade darum, zu ermitteln, ob irgend ein Agens ein Einfluss ist oder nicht, und dazu soll Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung dienen. Man hat auch in der That von ihren Principien zu diesem Zwecke seit Menschengedenken Gebrauch gemacht, und es thun es tagtäglich diejenigen die sich in principiellen Aeusserungen dagegen sträuben. Hat man sich doch in der Therapie von jeher, wenige Fälle abgerechnet, auf die Erfolge berufen. Wer wüsste z. B. den Einfluss des Chinins auf einen Wechselfieberkranken richtig „abzuwägen“, dass ein solcher und zwar ein günstiger stattfindet schliesst man aus den Erfolgen. Das heisst aber gar nichts Anderes als die Prin-

cipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Anwendung bringen. Es kann sich überhaupt kein Mensch in der Welt der täglichen Anwendung dieser Principien in Leben und Wissenschaft erwehren, sie wurzeln zu fest im gesunden Menschenverstand. Es ist daher schwer begreiflich, dass sich die Aerzte so hartnäckig gegen die Anwendbarkeit der besonderen Folgerungen aus den anerkanntesten Principien sträuben. Dies heisst nichts Anderes als behaupten, dass die ersten Köpfe der beiden verflossenen Jahrhunderte, ein Pascal, Fermat, Bernouilli, Laplace, Gauss, entweder falsch geschlossen oder gelogen haben. Diese Mathematiker sagen Alle mit den klarsten Worten, dass die von ihnen entwickelten Resultate der Wahrscheinlichkeitsrechnung streng logische Consequenzen aus den allgemein zugestandenen Grundsätzen des gesunden Menschenverstandes sind, und dass sie auf allen Gebieten Anwendung finden, wo es sich um Erscheinungen handelt, auf die zahllose unbekannte und unberechenbare Ursachen einwirken.

Der Streit gegen die Nothwendigkeit, die Wahrscheinlichkeitsrechnung auch numerisch auf die medicinische Statistik anzuwenden, gleicht dem Streite Don Quixotes gegen die Windmühlen, denn wenn die Gegner ihre eigenen Begriffe scharf zergliederten, so würden sie ihren Streit aufgeben und würden überdies finden, dass der numerische Wahrscheinlichkeitscalcul oft ihre eigenen wissenschaftlichen Behauptungen besser stützen würde als sie dieselbe selbst gestützt glauben. Ein concretes Beispiel wird diese Behauptung am besten rechtfertigen. Gavarret hat in seinem oben citirten Werkchen aus Gründen der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Fug und Recht die Schlüsse angefochten, welche Louis aus einer Reihe von Beobachtungen über die Wirkung des Aderlasses und des tartarus emeticus gezogen hatte. In einer an Phrasen überhaupt und für Gavarret anerkennenden Phrasen insbesondere sehr reichen Kritik*) läugnet nun Valleix factisch vollkommen die von ihm nicht verstandenen Principien, welche Gavarret vertritt, und nimmt Louis's Schlüsse in Schutz. Es wird dabei viel davon geredet, dass in Louis's Statistik nicht bloss die Zahlen eine Rolle spielten, sondern die genaue Beobachtung. Hierin liegt natürlich schon ein Missverständniss, denn die genaue Beobachtung hat bei der statistischen Methode immer nur den Zweck, festzustellen, was gezählt werden soll, das Beweisende bleibt rein das numerische Verhältniss. Den Todesstoss glaubt aber Valleix der Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu versetzen, indem er Louis's Beweis für die Wirksamkeit des Brechweinsteins in der Pneumonie vorführt, der wie er meint jedem einleuchten müsse, obwohl er den von Gavarret vertretenen Principien zuwider laufe. „Der Brechweinstein," beginnt Valleix, „wurde 20 Kranken gegeben und davon starben bloss drei. Ein sehr günstiges Resultat, doch streng genommen von geringem Werthe. Denn, wie Gavarret gezeigt hat, kann, wo es sich um so kleine Zahlen handelt,

*) Archives générales de médicine, 3me serie, Bd. VIII, S. 1.

Digitized by Google

der Irrthum so gross sein, dass man keinen bindenden Schluss ziehen kann. Bleiben wir jedoch dabei nicht stehen. Betrachten wir, unter welchen Umständen sich die Kranken befanden, denen der Brechweinstein in grossen Dosen gegeben wurde. Wir finden zunächst, dass dies geschah nach mehreren fruchtlosen Aderlässen, während die Krankheit sich stetig verschlimmerte. Diese Thatsache giebt dem in Rede stehenden Resultate schon einen grösseren Werth, denn man sieht *mehr* Erfolg *da*, wo man *weniger* hätte erwarten sollen." Diese Betrachtung kann man in folgende Worte übersetzen: *Louis* hat mit Brechweinstein nicht einfach 20 Pneumonieen, sondern 20 (nach seinem Urtheil) sehr schwere Pneumonieen behandelt, und bloss drei davon starben. Wenn irgend ein verständiger Mensch hieraus einen Schluss auf die Wirksamkeit des Brechweinsteins machen will, so muss er sich zuvor eine *numerische* Vorstellung von jener *Schwere* der betreffenden Pneumonieen machen. Irgend welche derartige Vorstellung hat jedesfalls auch *Valleix* vorgeschwebt. Nehmen wir an, er wäre stillschweigend von der Voraussetzung ausgegangen, unter Pneumonieen von der Qualität, welche *Louis* mit Brechweinstein behandelte, verliefen durchschnittlich 50 Procent tödtlich, wofern kein Brechweinstein gegeben wird. Wenn aber diese Voraussetzung richtig ist, dann verwirft die Wahrscheinlichkeitsrechnung keineswegs, wie *Valleix* meint, den *Louis*'schen Schluss trotz der kleinen Anzahl der Fälle. Die numerische Rechnung zeigt im Gegentheil, dass unter dieser Voraussetzung die Wahrscheinlichkeit, dass unter 20 Fällen nicht mehr als drei tödtlich verlaufen, so gering ist, dass man wohl berechtigt ist zu der Vermuthung, es sei eine constante Ursache (der Brechweinstein) im Spiel, nicht der blosse Zufall. Ja, ich glaube, *Valleix* selbst würde keine so hohe Wette darauf wagen, dass beim Roulett in 20 Spielen nicht mehr als dreimal schwarz fällt, als ihm die Wahrscheinlichkeitsrechnung vernünftigerweise zu wagen gestattet. Man sieht also, dass *Valleix*'s Argument den Vertreter der Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung durchaus nicht in der Weise in Verlegenheit setzt, dass er einen Schluss zugeben müsste, der seinen Regeln zuwider gemacht wäre. Wenn er den Schluss überhaupt verwerfen will (was hier nicht zu erörtern ist), so verwirft er ihn nicht, weil er falsch gezogen ist, sondern weil er die freilich nur stillschweigend eingeschmuggelte Voraussetzung nicht zugiebt. Mit blosser „Betrachtung der Umstände" kann sich die Wahrscheinlichkeitsrechnung eben nicht begnügen. Im vorliegenden Falle hätte eine zweite Statistik, von möglichst ähnlich schweren Pneumonieen ohne Brechweinstein behandelt, der ersten an die Seite gestellt werden müssen, aus welcher irgend eine angenäherte Zahl für die durchschnittliche Sterblichkeit bei der betreffenden Krankheitsintensität entnommen werden konnte; denn wer bürgt dafür, dass nicht ein sehr gefährliches Ansehen darbietenden Fällen doch nur eine durchschnittliche Sterblichkeit von 15 Procent zukommt. Solche numerische Grundlagen verlangt aber nicht nur die Wahrscheinlichkeits*rechnung*, sondern es verlangt sie auch der gesunde Menschen-

verstand, wenn er auch nicht gerade auf dem Papiere mit geschriebenen Zahlen rechnet und wie gesagt hat Valleix selbst bei den oben citirten Betrachtungen irgend eine quantitative Beziehung vorgeschwebt, vielleicht nicht gerade die beispielsweise angenommene bestimmte Voraussetzung einer durchschnittlichen Sterblichkeit von 50 Procent, so doch etwas wie: die durchschnittliche Sterblichkeit ohne Brechweinstein würde nicht kleiner als 40 Procent sein oder irgend etwas derart. Die Gefahr des blossen Schätzens ohne eigentlich numerische Rechnungen mit geschriebenen Zahlen besteht nun gerade darin, dass man dabei zu geneigt ist, sich halb unbewusst unrichtige oder wenigstens gänzlich unbewiesene quantitative Voraussetzungen vorschwehen zu lassen, vor denen man vielleicht zurückschrecken würde, sähe man sie schwarz auf weiss vor sich.

Es wird hoffentlich nunmehr klar sein, dass die Beurtheilung des Werthes einer statistischen Zusammenstellung lediglich und ausschliesslich Sache des allgemeinen gesunden Menschenverstandes, d. h. der Mathematik und zwar der Wahrscheinlichkeitsrechnung insbesondere ist, und dass dabei die Kenntniss vom Gegenstande, um den es sich handelt, gar nicht in Betracht kommt. Diese Kenntniss ist nöthig, um die Zusammenstellung zu machen, d. h. um anzugeben, welche Fälle gezählt werden sollen und welche nicht. Der einfache gesunde Menschenverstand d. h. die Mathematik giebt aber an, welche Tragweite und welchen Grad von Sicherheit die aus der Zusammenstellung gezogenen Schlüsse haben. Der gesunde Menschenverstand kann nicht wissen, ob dieser oder jener Mensch eine Pneumonie überhaupt oder eine doppelseitige Pneumonie hat. Liegt ihm aber eine mit Sachkenntniss zusammengestellte Statistik über n Pneumonieen vor, worunter m tödtlich verliefen, so kann er berechnen, zwischen welchen Grenzen die durchschnittliche Sterblichkeit bei Pneumonie überhaupt wahrscheinlich liegt, oder aus einer Statistik über doppelseitige Pneumonie insbesondere kann er berechnen, zwischen welchen Grenzen sie bei dieser besonderen Form der Pneumonie wahrscheinlich liegt.

Eines darf man natürlich bei der Statistik vor Allem nicht vergessen, dass es die Wahrscheinlichkeitsrechnung eben mit Wahrscheinlichkeit zu thun hat, nie mit Gewissheit. Daher kann es sehr wohl vorkommen, dass der Fachmann auf irgend eine der Statistik fremde Erwägung gestützt, Etwas annimmt, das nach den Aussagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung ausserordentlich unwahrscheinlich ist. Darin liegt natürlich kein Widerspruch, denn die Wahrscheinlichkeitsrechnung führt nie zu dem Resultate, dass etwas unmöglich ist. So z. B. werde ich trotzdem, dass vor meinen Augen 20mal hintereinander mit einem Würfel Vier geworfen ist, doch annehmen, dass auch andere Zahlen auf den Seiten des Würfels stehen, wenn ich denselben vorher besehen habe. Ich wäre damit auch nicht im Widerspruch mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die eben nur sagt, es sei ganz ausserordentlich unwahrscheinlich, dass mit einem gewöhnlichen Würfel 20mal nacheinander 4 geworfen wird, keineswegs aber, es sei unmöglich. Für solche Fälle ist dann freilich Statistik und Wahrschein-

lichkeitsrechnung überflüssig, aber es bleiben leider noch Fälle genug übrig, in denen man durch anderweitige Erwägungen zu keiner Gewissheit kommen kann, und diese sind es gerade, wo uns die Wahrscheinlichkeitsrechnung eben einen mehr oder weniger hohen Grad von Wahrscheinscheinlichkeit bietet, den sie uns auch numerisch bestimmen lehrt.

Die Möglichkeit, in irgend einem Gebiete des menschlichen Wissens Statistik als Hülfsmittel der Forschung zu verwenden, beruht auf einem Satze, der zu den bemerkenswerthesten und allgemeinsten Wahrheiten gehört, die bis jetzt vom menschlichen Geiste mit Sicherheit erkannt sind. Es ist dies das sogenannte Gesetz der grossen Zahlen und kann folgendermaassen ausgesprochen werden: Wenn ein Ereigniss A an sich eine gewisse Wahrscheinlichkeit hat, und man beobachtet eine Anzahl von Fällen, in welchen das Ereigniss A entweder eintreten muss oder nicht, so wächst mit wachsender Anzahl der Beobachtungen die Wahrscheinlichkeit, dass das Verhältniss der Anzahl der Fälle, in welchen das Ereigniss A stattgefunden hat, zur Gesammtzahl der Beobachtungen der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A an sich sehr nahe kommt, und es lässt sich andererseits behaupten, es ist ein gewisser beliebig anzunehmender Grad von Wahrscheinlichkeit vorhanden, dass das Verhältniss der Fälle, in welchen das Ereigniss A eingetreten ist, zur Gesammtzahl der Beobachtungen der Wahrscheinlichkeit von A an sich um so näher kommt, je grösser die Anzahl der Beobachtungen ist. Dieser für die Entwickelung aller Wissenschaft unendlich folgenschwere Satz ist nicht etwa bloss eine plausibele Annahme, sondern er ist streng mathematisch erweisbar, und dass er nach dem Urtheile der erleuchtetsten Geister auch eines Beweises bedarf, lässt sich daraus entnehmen, dass J. Bernouilli nach seiner eigenen Aussage 20jähriges Nachdenken zur Auffindung des Beweises aufgewandt hat. Jetzt ist der Beweis freilich in 5 Minuten zu durchschauen und ist in jedem Elementarlehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu finden *).

Wenn in der That der soeben ausgesprochene Satz die Grundlage für alle statistische Forschung ist, so kann dieselbe offenbar nur da Anwendung finden, wo bei dem einzelnen Ereignisse von einer Wahrscheinlichkeit im mathematischen Sinne des Wortes die Rede sein kann, d. h. da, wo das Eintreten oder Nichteintreten eines bestimmten Ereignisses von unberechenbaren Umständen, von sogenannten Zufälligkeiten abhängt, wie schon in den einleitenden Bemerkungen angedeutet wurde. Alle Gegenstände statistischer Forschung lassen sich daher auf ein Schema reduciren, das auch in den Abhandlungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung beständig benutzt wird: man kann sich nämlich unter dem Eintreten des Er-

*) Man sehe z. B. Lacroix traité élémentaire du Calcul des probabilités 4me edit. Paris 1864. Das Studium dieses vortrefflichen Werkchens dürfte überhaupt allen denen zu empfehlen sein, welche sich eine vollständigere Einsicht in diese wichtigen Lehren verschaffen wollen.

eignisses A immer denken das Erscheinen einer schwarzen Kugel bei einem blinden Griffe in eine Urne, welche schwarze und weisse Kugeln enthält, unter dem Nichteintreten des Ereignisses A wäre dann das Erscheinen einer weissen Kugel zu verstehen. Dies Schema, dessen wir uns auch ferner bedienen werden, ist nicht bloss ein einzelnes Beispiel, es ist vielmehr ein Repräsentant aller möglichen Gegenstände statistischer Behandlung. Ein Gebiet, das nicht durch dies Schema repräsentirt werden kann, ist überall nicht der statistischen Behandlung fähig. Dass das Schema auf die Erscheinungen passt, welche Gegenstand der medicinischen Statistik sein sollen, ist offenbar, und wird sich im Verlaufe unserer Betrachtungen noch deutlicher herausstellen.

Wir wollen nun zunächst das oben ausgesprochene Grundgesetz noch etwas näher erläutern. Stellen wir uns vor, eine Urne enthielte 2 schwarze und 3 weisse Kugeln und es würde vielemale hintereinander eine Kugel blind herausgezogen. Natürlich wird die gezogene Kugel sofort wieder hineingelegt, so dass das Verhältniss der schwarzen und weissen ungeändert bleibt. Die abstracte Wahrscheinlichkeit, eine schwarze Kugel zu ziehen, ist hier bekanntlich für jeden einzelnen Griff $^2/_5$. Nehmen wir jetzt zwei Verhältnisse, die von $^2/_5$ wenig verschieden sind, z. B. $^5/_{10}$ und $^3/_{10}$, zwischen denen $^2/_5$ ($= {}^4/_{10}$) mitten inne liegt, dann sagt der Bernouilli'sche Satz: Je öfter wir das Ziehen einer Kugel wiederholen, desto grösser wird die Wahrscheinlichkeit, dass das Verhältniss der Anzahl der Fälle, wo eine schwarze Kugel erschienen ist, zur Gesammtzahl der Fälle zwischen den Grenzen $^5/_{10}$ und $^3/_{10}$ enthalten ist. Schon bei zehn Zügen würde die Wahrscheinlichkeit, nicht mehr als 5mal und nicht weniger als 3mal eine schwarze Kugel zu ziehen, merklich grösser als $^1/_2$ sein. Bei tausend Versuchen aber würde die Wahrscheinlichkeit, dass eine schwarze Kugel nicht mehr als 500mal und nicht weniger als 300mal erschiene, kaum noch von 1 verschieden sein, d. h. es würde fast gewiss sein, dass das Verhältniss der Fälle, wo eine schwarze Kugel erscheint, zu der Gesammtzahl der Fälle von der abstracten Wahrscheinlichkeit, eine schwarze Kugel zu ziehen, um weniger als $^1/_{10}$ abweicht. Die volle Gewisshcit ist aber in der Wirklichkeit nie zu erlangen, was seinen symbolischen Ausdruck durch die mathematische Zeichensprache darin findet, dass die Wahrscheinlichkeit erst dann genau gleich 1 wird, wenn die Anzahl der Fälle unendlich gross ist.

Wenden wir die zweite Ausdrucksweise des Bernouilli'schen Satzes auf unser Beispiel an. Wir setzen einen bestimmten Wahrscheinlichkeitsgrad, z. B. $\frac{200}{201}$, fest. Nun sagt der Bernouilli'sche Satz: Diese Wahrscheinlichkeit ist vorhanden, dass das Verhältniss der gezogenen schwarzen Kugeln zur Anzahl aller Züge um so weniger von $^2/_5$ abweicht, je grösser diese Anzahl aller Züge ist. So könnten wir z. B. vernünftigerweise 200 gegen 1 wetten, dass bei 100 Zügen nicht mehr als etwa 54 und nicht weniger als etwa 26 schwarze Kugeln herauskommen, d. h. dass

jenes Verhältniss nicht mehr als um etwa 0,14 von $^2/_5$ verschieden ist. Bei tausend Zügen könnten wir aber schon 200 gegen 1 darauf wetten, dass nicht mehr als etwa 445 und nicht weniger als etwa 355 schwarze Kugeln erscheinen, d. h. dass das fragliche Verhältniss um weniger als 0,045 von $^2/_5$ verschieden ist. Bei einer unendlichen Anzahl von Zügen würde man 200 gegen 1 (oder auch jeden andern Satz) wetten können, dass das Verhältniss der Anzahl der schwarzen Kugeln zu allen Kugeln sich gar nicht von $^2/_5$ unterscheidet.

Das Wesen aller Statistik besteht nun in der umgekehrten Anwendung des in Rede stehenden Satzes. In der That, wenn das Verhältniss der gezogenen schwarzen Kugeln zur Anzahl aller gezogenen Kugeln bei einer genügenden Anzahl von Zügen dem Verhältniss der in der Urne enthaltenen schwarzen Kugeln zu der Anzahl aller darin enthaltenen Kugeln sehr wahrscheinlich nahe kommt, so kann man aus jenem beobachteten Verhältniss einen Schluss machen auf dies letztere Verhältniss, wofern es unbekannt ist. Ganz allgemein gesprochen, kann man aus einer Reihe von Beobachtungen, wo ein Ereigniss A entweder eintreten oder nicht eintreten musste, auf die abstracte Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses einen Schluss machen. Aber man muss wohl bedenken, dass der Schluss eben nur ein Wahrscheinlichkeitsschluss, kein sicherer ist.

Das gewöhnliche Ziel einer statistischen Untersuchung ist, zu untersuchen, ob ein gegebener Umstand bei einer gewissen Erscheinung die Rolle eines mitwirkenden Einflusses spielt, mit anderen Worten, ob die abstracte Wahrscheinlichkeit der fraglichen Erscheinung bei Anwesenheit dieses Umstandes eine andere ist, als bei Abwesenheit desselben. Diese Frage soll entschieden werden durch Beobachtung der Erscheinung einerseits bei Anwesenheit, andererseits bei Abwesenheit des betreffenden Umstandes. Es wird nach den vorhergehenden Erörterungen nunmehr ein Leichtes sein, zu zeigen, in welcher Art der numerische Wahrscheinlichkeitscalcül bei Erreichung eines derartigen Zieles Anwendung erleidet. Bringen wir wiederum die allgemeine Frage auf das Schema der Ziehung von Kugeln aus einer Urne. Jetzt haben wir natürlich anzunehmen, dass wir nicht wissen, in welchem Verhältniss die Urne schwarze und weisse Kugeln enthält. Es sei aus einer Urne U eine Anzahl r_1 von Kugeln gezogen (natürlich ist nach jedem Zuge die gezogene Kugel wieder hineingelegt und geschüttelt) und darunter seien m_1 schwarze, dann ist schon nach dem Vorhergehenden klar, dass, wofern r_1 eine sehr grosse Zahl, z. B. grösser als 1000 ist, das Verhältniss $\frac{m_1}{r_1}$ sehr wahrscheinlich dem Verhältniss der schwarzen Kugeln zu allen Kugeln in der Urne sehr nahe kommt, indessen wird es ihm sehr wahrscheinlich nicht ganz genau gleich sein. Es sei zweitens aus einer anderen Urne V eine Anzahl r_2 von Kugeln gezogen, darunter m_2 schwarze. Man will nun wissen, ob die Urne V schwarze und weisse Kugeln im selben oder in anderm Verhältniss enthält, als die Urne U. Es versteht sich ganz von selbst, dass man dies

auf dem in Rede stehenden statistischen Wege niemals absolut sicher erfahren kann — um es sicher zu erfahren, müsste man in die Urne hineinsehen können —, aber man wird doch unter Umständen behaupten können, dass sehr wahrscheinlich die schwarzen und weissen Kugeln in *V* in andsrem Verhältnisse als in *U* enthalten sind. Wann diese Behauptung und mit welchem Grade von Wahrscheinlichkeit sie aufgestellt werden derf, lässt sich aber keineswegs nach blossem Gutdünken entscheiden, dazu ist durchaus ein nnmerisch ausgeführter Wahrscheinlichkeitscalcül nöthig. Seien beispielsweise aus jeder Urne 50 Kugeln gezogen worden, aus *U* 15 schwarze nnd 35 weisse, aus *V* 25 schwarze und 25 weisse. Es wäre sehr gewagt, hieraus zu schliessen, dass die Urne *V* verhältnissmässig mehr schwarze Kngeln enthält als *U*. Denn es hat offenbar gar nichts Unwahrscheinliches, aus einer Urne, welche zu zwei Fünftheilen schwarze Kugeln enthält, einmal bei 50 Zügen 15, ein andermal bei 50 Zügen 25 schwarze Kugeln zu ziehen. Der vorausgesetzte Thatbestand würde sich also ganz gut mit der Annahme vertragen, dass das Verhältniss der schwarzen Kugeln zu allen Kugeln in beiden Urnen dem Verhältniss $^2/_5$ genau oder nahezu gleich wäre.

Hätte man dagegen in jede der beiden Urnen *U* und *V* 5000 mal gegriffen, und aus *U* 1500, aus *V* 2500 schwarze Kngeln erhalten, dann würde man offenbar berechtigt sein, anzunehmen, dass sehr wahrscheinlich in der Urne *U* wirklich verhältnissmässig weniger schwarze Kugeln sind, als in *V*. Wenn auch in manchen Fällen ein Schluss, wie der in Rede stehende, oder die Unmöglichkeit eines solchen auf der Hand liegt, so kann doch nur der eigentliche Wahrscheinlichkeitscalcül lehren, wie im Allgemeinen die Zahlen beschaffen sein müssen, nm durch sie einen Schluss der fraglichen Art zu begründen. Dio Regeln darüber sind höchst einfach, obwohl nur die verwickeltsten mathematischen Speculationen dazn führen konnten, und es sollen im Folgenden diese Regeln anfgestellt und erläutert werden. Zuvor jedoch wollen wir noch näher betrachten, in welcher Weise in der That das Schema von zwei Urnen, die schwarze und weisse Kugeln enthalten, alle Probleme der medicinischen Statistik genan repräsentirt.

Es sei beispielsweise unsere Anfgabe, zu ermitteln, ob anf den Verlauf der Lungentuberkulose die Lebensweise der wohlhabenden Gesellschaftsclasse einen vortheilhaften Einfluss übe oder nicht. Diese Aufgabe lässt sich offenbar auf das Schema der zwei Urnen mit schwarzen und weissen Kugeln zurückführen, und ist mithin der statistischen Behandlung fähig. In der That besteht offenbar für einen der unbemittelten Volksclasse Angehörigen, mit Tnberknlose Behafteten, eine gewisse Wahrscheinlichkeit, der Krankheit zu erliegen, d. h. man weiss ebenso wenig zum Voraus, ob er ihr erliegen wird oder nicht, wie man znm Voraus weiss, ob man beim einzelnen Zuge ans einer Urne weiss, ob man eine schwarze oder weisse Kugel ziehen wird, aber es muss ein bestimmtes, freilich nicht a priori erkennbares Zahlenverhältniss geben, welches an-

giebt, wie viel mehr Grund wir haben, zu erwarten, der Kranke werde erliegen, als genesen. Der unbemittelte Tuberkulose steht also gleichsam vor einer Urne *U* mit schwarzen und weissen Kugeln im bestimmten Verhältnisse, aus der er einen Zug thun muss, der ihm entweder eine schwarze Kugel — Erliegen — oder eine weisse — Genesung — bringt. Die Analogie besteht einzig darin, aber dies genügt, dass der Eintritt des Erliegens oder Genesens ebenso von unberechenbaren Umständen (Zufälligkeiten) abhängt, wie das Erscheinen einer weissen oder schwarzen Kugel, und dass der ganze Complex von theils günstigen, theils ungünstigen Umständen für alle Individuen der betrachteten Classe derselbe ist, das drückt sich im Schema dadurch aus, dass die sämmtlichen Individuen aus derselben Urne eine Kugel ziehen. In derselben Weise ist man berechtigt, alle Tuberculosen aus der bemittelten Volksclasse zu denken als vor einer anderen Urne *V* stehend, aus welcher jeder einen Zug zu thun hat, der entscheidet, ob er genest oder erliegt. Wenn man nun eine grosse Anzahl von Zügen aus der Urne *U* beobachtet, d. h. an einer grossen Anzahl von unbemittelten Tuberkulosen Erliegen resp. Genesen beobachtet, so kann man mit grosser Wahrscheinlichkeit ermitteln, wie gross ungefähr das Verhältniss der schwarzen Kugeln zu allen Kugeln in der Urne *U* ist, mit anderen Worten, wie gross ungefähr die Wahrscheinlichkeit, zu Erliegen, für jeden einzelnen unbemittelten Tuberkulosen ist, — man kann Grenzen angeben, zwischen denen ihr Werth sehr wahrscheinlich enthalten ist. Ebenso kann man aus einer Anzahl von Beobachtungen an bemittelten Tuberkulosen schliessen, wie gross wahrscheinlich für einen Tuberkulosen der letzteren Classe die Wahrscheinlichkeit zu erliegen ungefähr ist — man kann auch für den Werth dieser Wahrscheinlichkeit Grenzen angeben, welche dieselbe sehr wahrscheinlich nicht überschreitet. Die Vergleichung zwischen den beiden Ergebnissen kann nun offenbar möglicherweise zu dem Schlusse berechtigen, dass sehr wahrscheinlich in der Urne *U* verhältnissmässig mehr schwarze Kugeln sind, als in der Urne *V*, d. h. dass für einen unbemittelten Tuberkulosen die Wahrscheinlichkeit, der Krankheit zu erliegen, grösser ist, als für einen Bemittelten. Dieser Schluss käme darauf hinaus, dass die Lebensweise der bemittelten Stände einen günstigen Einfluss auf den Verlauf der Tuberkulose übte, oder die der unbemittelten Volksclasse einen ungünstigen. Es kann sich natürlich auch umgekehrt das Resultat ergeben, dass wir durch unsere Statistik nicht zu dem Schlusse berechtigt sind, in der Urne *U* seien wahrscheinlich verhältnissmässig mehr schwarze Kugeln als in *V*. Dann können wir durch die Statistik die Behauptung eben nicht stützen, dass die Lebensweise der unbemittelten Volksclasse zu den ungünstigen Umständen für die Tuberkulosen gehöre.

Angenommen, es hätte sich bei der gedachten statistischen Untersuchung herausgestellt, wir wären zu dem besprochenen Schlusse berechtigt, dann könnten wir weiter versuchen, durch Statistik zu ermitteln, welche unter den Lebensverhältnissen der unbemittelten Volksclasse vorwiegend

jenen schädlichen Einfluss ausüben, wir könnten z. B. fragen, ob es vorwiegend etwa angestrengte körperliche Arbeit ist? Wir brauchten zu diesem Ende nur die unbemittelten Tuberkulosen selbst wieder in zwei Classen zu bringen, deren eine zu angestrengter körperlicher Arbeit gezwungen ist, während die andere dies nicht ist.

Hoffentlich wird aus diesem einen Beispiel ersichtlich geworden sein, wie sich alle Probleme der medicinischen Statistik im engeren Sinne des Wortes reduciren lassen auf das Schema: Es wird gefragt, wie gross ist wahrscheinlich das Verhältniss der schwarzen Kugeln zu allen Kugeln in einer Urne, aus welcher man eine gewisse Anzahl von Zügen beobachtet hat? und wir können nunmehr zur Erörterung der Rechnungsregeln übergehen.

Dem Bernouilli'schen Satze gleichsam als Umkehrung entsprechend lässt sich folgender Satz aufstellen: Wenn bei r Beobachtungen im Ganzen das Ereigniss A m mal eingetreten (und mithin $(r-m)$mal nicht eingetreten) ist, so ist ein bestimmter, beliebig zu wählender Grad von Wahrscheinlichkeit vorhanden, dass die abstracte Wahrscheinlichkeit des Eintretens des Ereignisses A nicht mehr vom Verhältnisse $\frac{m}{r}$ differirt als um einen aus den Zahlen m und r berechenbaren Bruch. Wenn also aus einer Urne $r$mal nacheinander eine Kugel gezogen (und wieder hineingelegt) ist, und wenn m mal die gezogene Kugel eine schwarze war, so ist ein gewisser willkürlich anzunehmender Grad von Wahrscheinlichkeit vorhanden, dass das Verhältniss der schwarzen Kugeln zu allen Kugeln in der Urne von dem Verhältniss $\frac{m}{r}$ nicht mehr abweicht, als um einen aus m und r berechenbaren Bruch. Es mag hier ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht werden, dass in dem Calcül über den Werth statistischer Ermittelungen stets ein rein willkürliches Element enthalhalten ist, nämlich der Grad von Wahrscheinlichkeit, mit welchem man sich begnügen will, dass die gesuchte Wahrscheinlichkeit zwischen die zu berechnenden Grenzen fällt. Dies liegt aber in der Natur der Sache, denn der gesunde Menschenverstand sagt uns schon ohne Rechnung und die vorhergehenden Betrachtungen haben wiederholt darauf hingewiesen, dass durch Statistik niemals unbedingte Gewissheit, sondern immer nur Wahrscheinlichkeit zu erlangen ist, und es bleibt daher nothwendig dem Ermessen des einzelnen Forschers überlassen, bei welchem Grade der Sicherheit er sich befriedigt erklärt. Um so mehr ist aber die wirkliche Ausführung der Rechnung geboten, weil nur dadurch zu erkennen ist, welcher Grad von Sicherheit erreicht ist.

Es ist also nun vor allen Dingen eine Verabredung darüber zu treffen, welchen Grad von Wahrscheinlichkeit man verlangen will. Man muss darin natürlich ein gewisses Maass halten. Da uns die Wahrscheinlichkeit hier doch mehr oder weniger die Gewissheit ersetzen soll, so darf man sich mit keiner zu geringen Wahrscheinlichkeit begnügen, und es wäre z. B. geradezu unsinnig, bloss die Wahrscheinlichkeit $1/2$ zu verlangen.

Andererseits dürfen wir aber doch auch wieder nicht zu weit gehen, weil sonst das Resultat dadurch unbrauchbar wird, dass man Grenzen findet, die zu weit auseinander liegen. Poisson hat in seinem berühmten Werke über die Wahrscheinlichkeit der richterlichen Urtheile in einigen beispielsweise durchgeführten numerischen Rechnungen die Wahrscheinlichkeit $0.995\left(\text{etwa} = \frac{212}{213}\right)$ als Ersatz für die Sicherheit gelten lassen, und dies Maass ist von Gavarret in der oben citirten Schrift angenommen. Die Wahl gerade dieser Zahl hat durchaus nicht etwa innere Gründe. Sie beruht bloss darauf, dass dadurch die Rechnung an Einfachheit gewinnt, und dass es zugleich eine der Einheit (dem Symbol der Gewissheit) nahe liegende Zahl ist. Wenn wir uns mit diesem Maasse von Sicherheit begnügen wollen, dann berechnet sich der Bruch, um welchen die Wahrscheinlichkeit des m mal in r Fällen beobachteten Ereignisses A von $\frac{r}{m}$ höchstens abweichen kann zu $\sqrt{\frac{8\,m\,(r-m)}{r^3}}$. Mit anderen Worten, man kann vernünftigerweise 212 gegen 1 wetten, dass die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A an sich nicht grösser ist als $\frac{r}{m} + \sqrt{\frac{8\,m(r-m)}{r^3}}$ und nicht kleiner als $\frac{r}{m} - \sqrt{\frac{8\,m\,(r-m)}{r^3}}$. Um den Satz endlich noch einmal in den Ausdrücken des allgemeinen schematischen Beispiels zu geben: Wenn wir aus einer Urne in r Zügen m schwarze Kugeln gezogen haben, so dürfen wir vernünftigerweise 212 gegen 1 wetten, dass das Verhältniss der schwarzen Kugeln zu allen Kugeln in der Urne nicht grösser ist als $\frac{r}{m} + \sqrt{\frac{8\,m\,(r-m)}{r^3}}$ und nicht kleiner als $\frac{r}{m} - \sqrt{\frac{8\,m(r-m)}{r^3}}$. Der Werth dieser Formel ist in jedem einzelnen Falle in weniger als 5 Minuten (mit Hülfe der Logarithmentafel) ausgerechnet, was hernach durch Beispiele deutlich gemacht werden soll. Es muss übrigens hier bemerkt werden, dass unsere Formel eine Näherungsformel ist, die nur anwendbar ist, wenn r eine ziemlich grosse Zahl ist. Sowie z. B. r kleiner als 100 ist, so verliert die Formel ihre Gültigkeit, und man kann nicht mehr 212 gegen 1 wetten, dass die gesuchte Wahrscheinlichkeit zwischen den aus der Formel zu berechnenden Grenzen eingeschlossen ist. In einem solchen Falle müsste man die Grenzen auf einem andern directen aber höchst mühseligen Wege berechnen. Man würde übrigens damit doch kaum zu einem brauchbaren Ergebniss kommen, weil man allemal finden würde, dass die Grenzen sehr weit auseinander liegen. Uebrigens ist diese Einschränkung weiter kein Schade, denn Statistik machen mit weniger als mindestens einigen hundert Fällen, heisst die Principien, worauf die statistische Forschung beruht, missverstehen. Wer mit weniger als 100 Fällen Statistik zu machen glaubt, der macht in Wahrheit nicht Statistik, sondern der ver-

lässt sich auf jenes trügerische Abwägen der einzelnen Fälle, das den subjectiven Vorurtheilen Thür und Thor öffnet, die man so gern mit den schönen Namen: Sachkenntniss, individueller Takt u. s. w. nennt.

Nehmen wir jetzt wieder an, das Ereigniss A sei unter gewissen Umständen in r Fällen m mal eingetreten und wir könnten daher den obigen Schluss in Beziehung auf die Wahrscheinlichkeit des Eintretens von A unter den gedachten Umständen machen. Hierauf sei mit Hinzufügung eines neuen constanten Umstandes a abermals eine lange Reihe von r_1 Beobachtungen angestellt und das Ereigniss A wäre in m_1 Fällen eingetreten, dann könnten wir nach den obigen Sätzen schliessen: es ist 212 gegen 1 zu wetten, dass unter Hinzufügung des neuen Umstandes die Wahrscheinlichkeit von A zwischen den Grenzen $\frac{r_1}{m_1} + \sqrt{\frac{8\,m_1\,(r_1 - m_1)}{r_1^3}}$ und $\frac{r_1}{m_1} - \sqrt{\frac{8\,m_1\,(r_1 - m_1)}{r_1^3}}$ enthalten ist. Liegt nun die obere Grenze, welche diese letztere Rechnung ergiebt, unterhalb der unteren Grenze, welche die erstere Rechnung (die r Fälle betreffend) liefert, oder liegt die untere Grenze der zweiten Rechnung oberhalb der oberen Grenze der ersten Rechnung, so kann man noch weit mehr als 212 gegen 1 wetten, dass durch Einführung des neuen Umstandes a in den Complex der Bedingungen die abstracte Wahrscheinlichkeit von A verändert worden ist, d. h. mit anderen Worten, es ist so gut wie gewiss, dass der Umstand a Einfluss hat auf das Ereigniss A und zwar, dass er einen ungünstigen Einfluss auf dies Ereigniss hat, wenn die erstere, einen günstigen Einfluss, wenn die letztere Bedingung erfüllt ist.

Man kann sich nun aber noch immer mit dem Sicherheitsgrade $\frac{212}{213}$ begnügen wollen dafür, dass der hinzugefügte Umstand a von Einfluss ist. Dann brauchen die Verhältnisse $\frac{m}{r}$ und $\frac{m_1}{r_1}$ nicht soweit von einander zu differiren, wie es die soeben angedeutete Rechnung verlangen würde, aber die Wahrscheinlichkeitsrechnung giebt eine Formel, wie weit sie von einander differiren müssen. So wie nämlich die Differenz $\frac{m}{r} - \frac{m_1}{r_1}$ $\left(\text{resp. wofern } \frac{m_1}{r_1} > \frac{m}{r} \text{ ist, die Differenz } \frac{m_1}{r_1} - \frac{m}{r}\right)$ gleich oder grösser ist als $\sqrt{\frac{8\,m\,(r-m)}{r^3}} - \frac{8\,m_1\,(r_1 - m_1)}{r_3}$, so darf man mindestens 212 gegen 1 wetten, dass in der zweiten Reihe von r_1 Beobachtuugen die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A eine andere gewesen ist als in der ersten Reihe, dass mithin der Complex von Ursachen bei der zweiten Reihe ein anderer gewesen als bei der ersten, oder da nur der Umstand a hinzugefügt wurde, dass gerade dieser Umstand zu den wirksamen Ursachen zu rechnen ist.

Findet sich die Differenz $\frac{m}{r} - \frac{m_1}{r_1}$ $\left(\text{resp. } \frac{m_1}{r_1} - \frac{m}{r}\right)$ kleiner als die soeben gegebene Wurzelgrösse, so heisst dies zunächst nur: man ist nicht berechtigt, auf die Wirksamkeit des Umstandes a 212 gegen 1 zu wetten. Keineswegs darf man aus diesem Befunde etwa allemal schliessen, dass der Umstand a höchst wahrscheinlich unwirksam sei. Wie die Zahlen r, m, r_1, m_1 beschaffen sein müssten, um diesen Schluss zu rechtfertigen, liesse sich zwar gleichfalls durch Formeln ausdrücken, doch wollen wir diese hier nicht weiter verfolgen, da sie am Ende doch praktisch nicht von grossem Interesse sein dürften. In der That wird ein vorsichtiger Forscher, wenn sich aus einer Statistik nicht mindestens mit der Sicherheit $\frac{212}{213}$ die Wirksamkeit eines Umstandes folgern lässt, eine bestimmte Behauptung vorläufig nicht aufstellen, sondern sich nur zu ferneren Untersuchungen aufgefordert finden.

Wir wollen nun das Vorstehende durch ein fingirtes Beispiel erläutern. Das Ereigniss A sei der Tod durch eine bestimmte Krankheit K, der Begriff dieser Krankheit kann so eng oder so weit gefasst werden als er will, nur muss die Anzahl der beobachteten Fälle um so grösser genommen werden, je weiter der Begriff von K gefasst wird. Wollte man z. B. unter K den exanthematischen Typhus verstehen, so dürfte man sich vernünftigerweise auf eine kleinere Anzahl von Fällen beschränken (indessen immer noch einige hundert) als wenn man unter K Typhus überhaupt verstehen wollte. Nehmen wir an, wir hätten 900 Fälle der Krankheit K beobachtet und davon wären 180 gestorben, 720 genesen. Wir hätten also $r = 900$, $m = 180$, $r - m = 720$. Aus diesen Zahlen ist vor Allem die Grösse $\sqrt{\frac{8\,m\,(r-m)}{r^3}}$ zu berechnen, was nach folgendem Schema geschieht:

$$\begin{aligned} log.\ 8 &= 0{,}903 \\ log.\ m = log.\ 180 &= 2{,}255 \\ log.\ (r-m) = log.\ 720 &= 2{,}857 \\ \text{daher } log.\ [8 \cdot m\ (r-m)] &= 6{,}015 \\ log.\ (r^3) = log.\ (900)^3 = 3\ log.\ 900 &= 8{,}862 \\ \text{folglich } log.\left[\frac{8 \cdot m\,(r-m)}{r^3}\right] &= 0{,}153 \\ -3 &= 1{,}153 - 4 \end{aligned}$$

Die Hälfte davon ist $log. \sqrt{\frac{8\,m\,(r-m)}{r^3}} = 0{,}576 - 2$. Suchen wir zu diesem Logarithmus in der Tafel den numerus, so finden wir 0,0377 $= \sqrt{\frac{8\,.\,m\,(r-m)}{r^3}}$. Man kann also 212 gegen 1 wetten, dass die Wahrscheinlichkeit an der Krankheit K zu sterben enthalten ist zwischen den Grenzen $\frac{180}{900} + 0{,}0377$ und $\frac{180}{900} - 0{,}0377$ oder vollständig de-

cimal ausgedrückt zwischen den Grenzen 0,2377 und 0,1623, das Resultat unserer Statistik wäre mit anderen Worten, dass an der Krankheit K höchst wahrscheinlich im Durchschnitt nicht weniger als 16 und nicht mehr als 24 Procent der Befallenen sterben. Man beachte, dass trotz der ansehnlichen Anzahl von Fällen diese Grenzen doch noch ziemlich weit auseinander liegen.

Wir wollen jetzt zweitens annehmen, wir hätten 700 ($= r_1$) neue Fälle derselben Krankheit mit einem gewissen Mittel behandelt, welches in jenen 900 Fällen nicht angewandt wurde, alle übrigen Umstände wären sich aber gleich geblieben, und namentlich wäre auch bei dieser zweiten Beobachtungsreihe der Begriff der Krankheit K wieder in demselben Umfange gefasst, die Kranken wären aus denselben Bevölkerungsclassen zufällig gegriffen etc. Es seien nun von den 700 Kranken 12 Procent, d. h. 84 ($= m_1$) gestorben und 616 ($= r_1 - m_1$) genesen. Es fragt sich, ob wir einen Schluss auf Wirksamkeit des in Rede stehenden Mittels ziehen können. Wir haben also jetzt zu berechnen die Wurzelgrösse $\sqrt{\frac{8\,m\,(r-m)}{r^3} + \frac{8\,m_1\,(r_1-m)}{r_1^3}}$, indem wir darin setzen $r = 900$ $m = 180$, $r_1 = 700$, $m_1 = 84$. Diese Rechnung kann nach folgendem Schema leicht gemacht werden:

$$\begin{aligned} log.\ 8 &= 0{,}903 \\ log.\ m = log.\ 180 &= 2{,}255 \\ log.\ (r-m) = log.\ 720 &= 2{,}857 \\ log.\ [8\,m.(r-m)] &= 6{,}015 \\ log.\ r^3 = log.\ 900^3 = 3\ log.\ (900) &= 8{,}862 \\ \text{daher } log.\ \frac{8\,m\,(r-m)}{r^3} &= 0{,}153 - 3 \end{aligned}$$

hierzu der numerus

$$0{,}00142 = \frac{8\,m\,(r-m)}{r^3}.$$

$$\begin{aligned} log.\ 8 &= 0{,}903 \\ log.\ m_1 = log.\ 84 &= 1{,}924 \\ log.\ (r_1 - m_1) = log.\ 616 &= 2{,}790 \\ log.\ 8\,m_1\,(r_1-m_1) &= 5{,}617 \\ log.\ r_1^3 = 3\ log.\ 700 &= 8{,}535 \\ \text{daher } log.\ \frac{8\,m_1\,(r_1-m_1)}{r} &= 0{,}082 - 3, \end{aligned}$$

hierzu der numerus

$$0{,}00121 = \frac{8\,m_1\,(r_1-m_1)}{r_1^4}$$

Mithin haben wir $\frac{8\,m\,(r-m)}{r^3} + \frac{8\,m_1\,(r_1-m_1)}{r_1^4} = 0{,}00263.$

Hieraus ist die Wurzel zu ziehen, man sucht daher in der Tafel $log.\ 0{,}00263 = 0{,}420 - 3 = 1{,}420 - 4$. Davon die Hälfte =

0,710 — 2 ist *log.* $\sqrt{0{,}00263}$. Diese Wurzel ist also die Zahl, deren Logaritbmus 0,710 — 2 ist, d. h. die Zahl 0,0513. Der Werth der fraglichen Wurzelgrösse ist also in unserm Falle = 0,0513. Da wir nun hatten $\frac{m}{r} = 0{,}20$ nnd $\frac{m_1}{r_1} = 0{,}12$, folglich $\frac{m}{r} - \frac{m_1}{r_1} = 0{,}08$, so ist diese Differenz grösser als die berechnete Wurzelgrösse (0,08 > 0,0513) und wir können also mehr als 212 gegen 1 wetten, dass das Arzneimittel einen Einfinss auf die Krankheit hat und zwar einen günstigen, da es die dnrchschnittliche Sterblichkeit vermindert hat.

Wir wollen nun eine andere Annahme discntiren. Es seien von den 700 mit dem Medicamente behandelten Kranken 105 (d. h. 15 Proc.) gestorben und 595 genesen. Dies wäre immer noch anscheinend ein sehr schlagendes Resultat gegenüber der ersten Beobachtungsreihe, wo 20 Procent gestorben waren. Berechnen wir aber nnter der neuen Annahme die charakteristische Wnrzelgrösse, so finden wir dieselbe = 0,0536. Der Unterschied $\frac{m}{r} - \frac{m_1}{r_1} = 0{,}05$ ist also kleiner als dieselbe. Wenn wir uns daher mit keiner geringeren Sicherheit als $\frac{212}{213}$ begnügen wollen, so hat diese Statistik keine Beweiskraft für die Wirksamkeit des angewandten Mittels. Wir können nicht 212 gegen 1 wetten (wie unter der erstgemachten Annahme), dass unser Medicament wirksam ist. Eine gewisse nicht unbeträchtliche Wahrscbeinlichkeit dafür wäre offenbar auch jetzt noch vorhanden, da $\frac{m}{r} - \frac{m_1}{r_1}$ dem Werthe der berechneten Wurzelgrösse doch ziemlich nahe kommt, aber es wäre doch gewagt, einen Satz in der Wisseuschaft als streng erwiesen gelten zu lassen, für welchen nicht mindestens eine Wahrscheinlichkeit $\frac{212}{213}$ vorhanden ist. In der nachstehenden kleinen Tahelle sind einige Werthe des Ausdruckes $\sqrt{\frac{8\,m\,(r-m)}{r^3}}$ für verschiedene Werthe von r und m verzeichnet. Jedoch ist in einem Eingange der Tabelle statt der Grösse m die aus m und r zu berechnende Grösse $\frac{m}{r}$ angegeben, wodurch begreiflicherweise Zahlen gespart werden.

	$r=300$	$=400$	$=500$	$=600$	$=700$	$=800$	$=900$	$=1000$
$\frac{m}{r}=0{,}10$	0,0490	0,0424	0,0379	0,0346	0,0321	0,0300	0,0283	0,0270
$=0{,}15$	0,0583	0,0505	0,0452	0,0412	0,0382	0,0357	0,0337	0,0319
$=0{,}20$	0,0653	0,0566	0,0506	0,0462	0,0428	0,0400	0,0377	0,0358
$=0{,}25$	0,0707	0,0612	0,0548	0,0506	0,0463	0,0433	0,0408	0,0387
$=0{,}30$	0,0748	0,0648	0,0580	0,0529	0,0490	0,0458	0,0432	0,0410
$=0{,}35$	0,0779	0,0674	0,0603	0,0551	0,0510	0,0477	0,0450	0,0427
$=0{,}40$	0,0800	0,0693	0,0620	0,0566	0,0524	0,0490	0,0462	0,0438
$=0.45$	0,0813	0,0703	0,0629	0,0575	0,0532	0,0498	0,0469	0,0445
$=0{,}50$	0,0817	0,0707	0,0632	0,0578	0,0535	0,0500	0,0471	0,0447

Aus dieser Tabelle kann man die Grenzen, zwischen welchen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses höchst wahrscheinlich eingeschlossen ist, direct entnehmen, wofern die betreffenden Werthe von r und $\frac{m}{r}$ in den Eingängen der Tabelle verzeichnet sind. Man habe beispielsweise eine Statistik, von 600 Fällen in 150 Fällen sei das Ereigniss A eingetreten, und in 450 Fällen nicht, dann hat man $r = 600$, $m = 150$ und $\frac{m}{r} = \frac{150}{600} = 0{,}25$. Nun sucht man in der Tabelle die Zahl, welche in der 600 überschriebenen Längsspalte und in der 0,25 bezeichneten Querspalte enthalten ist — sie ist 0,0506. Nach der Bedeutung dieser Zahl kann man also zufolge unserer Statistik 212 gegen 1 wetten, dass die abstracte Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A zwischen den Grenzen $0{,}25 + 0{,}0506$ und 0,0506 oder zwischen den Grenzen 0,2706 und 0,1994 liegt.

Die Tabelle kann übrigens auch benutzt werden, wenn das Ereigniss A öfter als in der Hälfte aller Fälle eingetreten ist, d. h. wenn $\frac{m}{r}$ grösser als 0,5 ist, obgleich grössere Werthe von $\frac{m}{r}$ nicht im Eingange der Tabelle verzeichnet sind. Man braucht alsdann nur m zu betrachten als die Anzahl der Fälle, in welchen das Ereigniss A nicht eingetreten ist, und die Tabelle ergiebt die Grenzen, zwischen welchen die Wahrscheinlichkeit des Nichteintretens des Ereignisses A höchst wahrscheinlich enthalten ist. Sei z. B. das Ereigniss A in 425 von 500 Fällen eingetreten und in 75 Fällen nicht. Wir setzen jetzt $75 = m$ und haben mithin $\frac{m}{r} = 0{,}15$. Die Tabelle ergiebt dazu und zu $r = 500$, die Zahl 0,0452. Das bedeutet: wir dürfen 212 gegen 1 wetten, dass die Wahrscheinlich-

keit des Nichteintretens des Ereignisses A enthalten ist zwischen den Grenzen 0,15 + 0,0452 und 0,15 − 0,0452, d. h. zwischen den Grenzen 0,1952 und 0,1048. Die Wahrscheinlichkeit des Eintretens von A ist also mit demselben Grade von Sicherheit zu suchen zwischen den Grenzen 1 — 0,1952 und 1 — 0,1048 d. h. zwischen den Grenzen 0,8048 und 0,8952.

Die Tabelle giebt auch für solche Fälle wenigstens annähernd eine Anschauung von dem Werthe einer Statistik, wo weder die betreffende Zahl r noch $\frac{m}{r}$ genau in den Eingängen zu finden ist.

Eine bemerkenswerthe Folgerung mag noch ausdrücklich hier hervorgehoben werden, welche durch den oberflächlichsten Blick auf die Tabelle ersichtlich wird. Man kann nämlich sagen, dass eine statistische Zusammenstellung einer bestimmten Anzahl von Fällen gewissermaassen um so grösseres Gewicht hat, je mehr das Verhältniss der Fälle, wo das Ereigniss A eingetreten ist, zu allen beobachteten Fällen von $1/2$ abweicht. In der That, man sieht in jeder Längsspalte unserer Tabelle die Zahlen von oben nach unten wachsen, d. h. je mehr sich das Verhältniss der positiven Fälle zu allen Fällen der Zahl 0,5 nähert, um so weiter rücken die Grenzen, zwischen welchen die Wahrscheinlichkeit des fraglichen Ereignisses wahrscheinlich eingeschlossen ist, auseinander, um so weniger Bestimmtheit hat folglich die aus der Statistik zu ziehende Folgerung. Wenn also das beobachtete Verhältniss der positiven Fälle zu allen Fällen $\left(\frac{m}{r}\right)$ von $1/2$ sehr verschieden ist, so wird man schon aus einer kleineren Statistik ein ebenso bestimmtes Resultat ableiten können, wie aus einer viel umfangreicheren, in welcher das Verhältniss der positiven Fälle zu allen Fällen nahezu $1/2$ ist.

Alphabetisches Inhaltsverzeichniss.

A.

Absorption der Gase durch Flüssigkeiten 17.
— — unabhängig vom Drucke 23.
Absorptionscoëfficient 18.
Abzweigung elektrischer Ströme von körperlichen Leitern 343.
Accomodation des Auges 299.
Accomodationsvermögen 299.
Aether 3.
— Bewegung desselben 3.
Aethersphären der Atome 3.
Aggregatzustände 3 ff.
Analysator 309.
Aplanatische Linsencombinationen 245.
Arbeit des Herzens 122.
Arbeit der Athmung 206.
Arbeit des Muskels 78.
Arbeitseinheit 12.
Arthrodie 47. 61.
Astatisches Magnetnadelpaar 399.
— — Ablenkung desselben durch Multiplicatordrahtmassen 401.
— — freiwillige Ablenkung desselben 400.
Astigmatische Linse 293.
Astigmatismus, Mass desselben 299.
Athmungsgeräusche 170.
Atom 2.
Atomistik 1 ff.
Auge, Bewegung desselben 56.
Augenspiegel 273 ff.
Ausflussgeschwindigkeit der Gase 16.

B.

Beleuchtung des Augenhintergrundes 281.
Bergwelle 102.
Berichtigungsstab für den Maltiplicator 404.
Bernouilli's Lehrsatz über die Wahrscheinlichkeit 436.
Bewegung des Auges 56.
Biegung von Flüssigkeitsströmen 100.
Bild, optisches, bei einer brechenden Fläche 231.
— — bei brechenden Systemen 239.
Blutwellen 112.
— Gestalt derselben 119.
Brechung des Lichtes an sphärischen Trennungsflächen 231.
— — an nicht kugelförmigen Trennungsflächen 289.
Brennebene 235.
Brennweiten 235 ff.

C.

Campanische Ocularlinse 246.
Centralkräfte der Atome 2.
Chemischer Process 4.
Chronometer, elektrisches, 408 ff.
Collective dioptrische Systeme 240.
Collectivlinsen 246.
Colloïde 38.
Compensator du Bois-Reymond's 393.
Conjugirte Vereinigungsweiten 236.
Contraction der Muskeln, Wirkung derselben 56.
Corti'sches Organ der Schnecke 163.

D.

Dampfmaschine, Vergleich des Körpers damit 197.
Dämpfungsgrad schwingender Membranen 167.
Dehnbarkeit der Muskeln 73.
— Mass derselben 75.
Diffusibilität 28.
Diffusion von Gasen 15.
— von Flüssigkeiten 24.
Diffusionsconstante 26.
Dioptrik 231.
Dipolar elektrische Molekel 363.
Dispansive dioptrische Systeme 240.
Donders' Massprincip dioptrischer Vorrichtungen 294

Doppelbrechung bei organischen Körpern 311.
Doppelbrechung, Neumann's Theorie derselben 311 ff.
Doppelsehen mit beiden Augen 316.
Drehung arthrodischer Gelenke 61.
— eines Ginglymusgelenkes 59.
— eines Körpers um einen festen Punkt 50.
Druck in Röhrensystemen 315 ff.
Druckabnahme längs eines Flüssigkeitsstromes 93.
Dulong's Gesetz 177.
Dunkelheit des Augenhintergrundes 273.

E.

Ebenung des Gesichtsfeldes beim Mikroskope 250.
Elasticität fester Körper 73.
— des Muskels 73.
Elastische Nachwirkung 77.
Elektricität, Bewegung derselben 332.
— Spannung derselben 333.
— Vertheilung der Spannungen 337.
Elektrisches Chronometer 408.
Elektrische Hand 374.
Elektrischer Strom 332.
— — continuirlicher 335.
— — in nicht prismatischen Leitern 380.
— — therapeutische Wirkungen desselben 377.
Elektroden, unpolarisirte, 412.
Elektromotorische Kraft 334.
— — Messung derselben durch den Compensator 393.
— — Prüfung durch den Multiplicator 398.
Elektromotorische Oberfläche 348.
Elektrotherapie 369.
Elektrotherapeutische Apparate 378.
Elektrotonus 377.
Emmetropisches Auge 297.
Endosmose 34.
— Theorie derselben 35.
Endosmotisches Aequivalent 37.
Erfrischung ermüdeter Muskeln durch den elektrischen Strom 377.
Erhaltung der Kraft 8.
Erregerpaar, flaches, 342 und 353 ff.
Extrastrom 376.

F.

Farbenmischung 300.
— Methoden derselben 300.
Farbenkreisel 304.
Federkymographion 134.
Fieberhitze, Bedingungen derselben 219.
Filtration 33.
Flaches Erregerpaar 342 und 353 ff.
— — Combination mehrerer 356.
— — Combination von vier geknickten 357.
Flüssigkeitswellen 101.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in elastischen Röhren 109 ff.
— der Pulswellen 117.

G.

Gasdiffusion 15.
Gelenkbewegungen, Geometrie derselben 42.
— durch Muskelcontraction 56 ff.
Gelenke, arthrodische 47 und 54.
Gelenkflächen 44.
Geräusche 170.
— in den Bluthahnen 171.
— in den Respirationswegen 170.
Geschwindigkeit verschiedener Fäden desselben Flüssigkeitsstromes 91.
Gesichtsfeld des Augenspiegels 278 und 286.
Gesichtsfeld des Mikroskopes 249.
Graham's Gesetz der Gasdiffusion 16.

H.

Hauptbrennpunkte 241.
Hauptbrennweite, erste 237.
— zweite 235.
Hauptebenen (optische) 241.
Hautreizung (elektrische) 370.
Helligkeit mikroskopischer Bilder 256.
Herzarbeit 122.
Horopterlehre, geometrische Principien derselben 315.
Hydrodiffusion 24.
— deren Grundgesetz 26.
Hydrodynamik 89.
Hypermetropische Augen 298.

I.

Identische Stellen im Auge 316.
Imbibition, capillare, 30.
— moleculare, 30.
Immersionslinsen im Mikroskope 243.
Indirecte elektrische Muskelreizung 375.
Innere Polarisation durchfeuchteter poröser Körper 421.
Instantane Drehungsaxe 51.
Isoelektrische Flächen 338.

K.

Klang, Zusammensetzung desselben 156.
Knotenpunkte eines brechenden Systemes 241.
Kraft, Princip der Erhaltung desselben 8.
Kraftäquivalent der Wärme 182.
Kraftquellen des thierischen Organismus 201.
Kreisprocesse, in der mechan. Wärmetheorie 190.
Krümmung des Gesichtsfeldes beim Mikroskope 249.

Krystalloide 33.
Kymographion, Princip desselben 127.
— von Ludwig 131.
— von Fick 134.

L.

Licht, Brechung desselben durch sphärische Trennungsflächen 231.
— durch nicht kugelförmige Trennungsflächen 289.
— durch brechende Systeme 239.
— gemischtes 300.
Lichtstärke des Mikroskopes 256.
Lineare Vergrösserung d. Mikroskopes 253.
Linsen (optische) 231. 290.
Localtemperaturen 208 ff.

M.

Mechanische Wärmetheorie 182.
Mechanisches Aequivalent der Wärme 182.
— — Bestimmung desselben 184 ff.
Mikroskop 244.
— lineare Vergrösserung desselben 253.
— optischer Gesammteffect desselben 250.
— Bemerkungen zum Gebrauche desselben 259.
Mitteldruck in geschlossenen Röhrensystemen 116.
Mittönen 157.
— Erregung desselben 158 ff.
— Intensität desselben 164.
Multiplicator 398.
Muskel, Spannung derselben 59.
— Elasticität derselben 73.
Muskelarbeit 78 ff.
Muskelreizung, locale, dureh Elektricität 378.
— indirecte 375.
Muskelstatik 56.
Muskelkraft, Ursprung der 201.
Muskelzuckung, Nutzeffect derselben 80.
Myographion von Helmholtz 81.
— von Fick 86.
— von Thiry 86.
— von Pflüger 88.
Myopische Augen 298.

N.

Nebenschliessung zu Abstufung der Stromstärke 384.
Negative Wellen 103.
Nervenreizung, elektrische 375.
Nutzeffect des Muskels 80.

O.

Objectabstand beim Mikroskope 252.
Ocularlinse, Campanische 246.
— sphärische Abweichung derselben 247.
Oertliche Elektrisation 373.
Ophthalmometer von Helmholtz 286. —

P.

Partialtöne 156.
Pendelartiges Schwingen 155.
Pendelmyographion 86.
Percussionsgeräusche 173.
Peripolarelektromotorische Molekel 360.
— Vorrichtungen 359.
Planimeter 138.
Poiseuille's Gesetz 95.
Polarisation feuchter elektrischer Leiter 419.
Polarisator 309.
Polarisirtes Licht bei mikroskopischen Untersuchungen 306 und 314.
Polarplanimeter von Amsler 138.
Porendiffusion 35.
Positive Wellen 103.

Q.

Quellung 30.
Quellungsverhältniss 31.

R.

Reelle Objectpunkte 280.
Reciprocität elektromotorisch wirksamer Flächen 349.
Reibung der Flüssigkeiten in Röhren 92.
Reizbarkeit der Muskeln durch Elektricität 375.
Respirationsarbeit 206.
Richtungsstrahlen 239.
Rheochord von Dubois-Reymond 387.
Rheostat 387.
Rheotom 425.
Rotation um einen festen Punkt 50.
Rotationsflächen 44.

S.

Sattelgelenk 45.
Schall 151.
Schallwellen, ihre Schwingungen 151.
— Amplitude derselben 151.
— Dauer derselben 151.
— Form derselben 151.
— pendelartige Bewegung derselben 155.
— Zerlegung derselben 154.
— Zusammensetzung derselben 152.
Schlüssel du Bois-Reymond's 424.
Spannung, elektrische 333.
Spannweite des ableitenden Bogens 346.
Spannungswellen = Bergwellen.
— in elastischen Schläuchen 110.
Sömmering's Spiegel 254.
Sphärische Abweichung der Ocularlinsen 247.
Sphygmograph von Vierordt 142.

Sphygmograph von Marey 147.
Spiegelboussole 406.
Stärke dioptrischer Vorrichtungen 294.
Stethoskop 172.
Strömungscurven, elektrische, 339.
Stromlauf in starren Röhren 89.
— Gefälle desselben 93.
— mittlere Geschwindigkeit desselben 94.
— in verzweigten Röhren 97.
— in geknickten Röhren 100.
Stromunterbrecher 423.
Stromverzweigung, elektrische, 380.
Superposition elektrischer Ströme 341.

T.

Temperatur im thierischen Körper 210 ff.
Temperaturerhaltung im thierischen Körper 213.
Temperatur, locale, im Körper 223.
— bei Entzündungen 226.
Temperaturunterschiede im Inneren des Thieres 220.
— der beiden Blutarten 221.
Ton (dessen Wesen) 152 ff.
Ton, einfacher, 156.

V.

Verbrennungswärme 175.
Vereinigungsweiten, conjugirte, für brechende Flächen 236.
Vergrösserung des Augenspiegels 273.
— des Mikroskopes 253.
Vertheilung der elektrischen Spannungen 337.
Verzweigung elektrischer Ströme 380.
Verzweigung, Anwendungen derselben 384.
— von Flüssigkeitsströmen 97.
Virtuelle Objectpunkte 230.
Visirebene 322.

W.

Wärme 5. 174 ff.
Wärmeabgabe des thierischen Körpers 210.
— Bedingungen derselben 213.
Wärmeerzeugung durch chemischen Process 174. 180.
— durch Reibung von Flüssigkeiten in Röhren 185
— im Muskel 206.
— im Herzmuskel 208.
Wärmeerzeugungsherde im Körper 223.
Wärmeökonomie der Thiere 197.
Wahrscheinlichkeitsrechnung, deren Anwendung auf die medicinische Statistik 430 ff.
Wellenberg 102.
Wellenbewegung in elastischen Röhren 101 und 107.
— in elastischen gefalteten Röhren 111.
— im Darme 111.
Wellenlänge im Blutkreislaufe 117.
Wellentheorie 101.
Wellenzeichner 127.
Wheatstone'sche Brücke 391.
Widerstand gegen Flüssigkeitsströme 92.
— secundärer, von feuchten Leitern 422.

Z.

Zerlegung der Schallschwingungen 154.
Zuckung der Muskeln 79.
Zusammensetzung der Schallschwingungen 152.

BIBLIOTECA NAZIONALE V. E. III NAPOLI

516785

Zur gefälligen Beachtung beim Gebrauche von Professor Fick's Lehrbuch der medicinischen Physik.

Die Citate ohne speciellere Bezeichnung beziehen sich auf **Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik.** Um jedoch den Käufern der medicinischen Physik, welche die erste, zweite, dritte, vierte, fünfte oder sechste Auflage jenes Lehrbuchs besitzen, das Nachschlagen zu erleichtern, sind in der folgenden Uebersicht die Citate für alle vier Auflagen angegeben.

Das Citat in der medicinischen Physik	verweist auf Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik					
	in der ersten Auflage	in der zweiten Auflage	in der dritten Auflage	in der vierten Auflage	in der fünften Auflage	in der sechsten Auflage
S. 103, Z. 4 v. o.	Suppl. S. 126.	Bd. I, S. 262.	Bd. I, S. 272 u. fgd.	Bd. I, S. 292.	Bd. I, S. 322.	Bd. I, S. 365.
S. 244, Z. 19 v. u.	Bd. II, S. 169.	Bd. I, S. 421.	Bd. I, S. 435.	Bd. II, S. 443.	Bd. I, S. 499.	Bd. I, S. 607.
S. 283, Z. 4 v. o.	Bd. II, S. 270.	Bd. I, S. 524.	Bd. I, S. 538.	Bd. I, S. 546.	Bd. I, S. 647.	Bd. I, S. 801.
S. 285, Z. 10 v. u.	Bd. II, S. 113.	Bd. I, S. 363.	Bd. I, S. 373.	Bd. I, S. 385.	Bd. I, S. 429.	Bd. I, S. 535.
S. 340, Note.	Suppl. S. 116.	Bd. II, S. 177.	Bd. II, S. 183.	Bd. II, S. 161.		
S. 379, Note.			Bd. II, S. 183.		Bd. II, S. 183.	Bd. II, S. 212.
S. 398.	Bd. I, S. 481.	Bd. II, S. 169.	Bd. II, S. 175 fgd.	Bd. II, S. 172.	Bd. II, S. 280.	Bd. II, S. 322.
S. 428, Z. 11 v. u.	Bd. I, S. 532.	Bd. II, S. 231.	Bd. II, S. 247.	Bd. II, S. 343.	Bd. II, S. 374.	Bd. II, S. 429.

Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig.

Die typhoiden Krankheiten.

Flecktyphus,

recurrirender Typhus, Ileotyphus und Febricula.

Von

Ch. Murchison, M. D.,

Mitglied des Königl. Collegiums der Aerzte, erstem Arzt am London Fever Hospital, Assistant-Physician und Lehrer der Pathologie am Middlesex Hospital, früher im Medicinalstabe der Armee in Bengalen, Professor der Chemie im medicinischen Collegium zu Calcutta, Arzt der brittischen Gesandtschaft in Turin und Präsident der Königl. medicinischen Gesellschaft in Edinburg.

Deutsch herausgegeben mit einem Anhange:

Die Typhus-Epidemie in St. Petersburg im Winter 1864—65.

Von **Dr. W. Zuelzer.**

gr. 8. Fein Velinpapier. geh.

Die Lehre

von den

schädlichen und giftigen Gasen.

Toxikologisch, physiologisch, pathologisch, therapeutisch

mit

besonderer Berücksichtigung

der

öffentlichen Gesundheitspflege und gerichtlichen Medicin

systematisch und nach eigenen Versuchen bearbeitet

von **Dr. Hermann Eulenberg,**

Königl. Preuss. Regierungs- und Medicinalrathe zu Cöln am Rhein, der K. K. Leopoldinisch-Carolinischen Akademie der Naturforscher und der gelehrten Gesellschaften zu Berlin, Bonn, Breslau, Dresden, Glarus, Hanau, Leipzig, Zürich etc. Mitgliede.

Mit 20 in den Text eingedruckten Holzstichen und einer Farbentafel.

gr. 8. Fein Velinpap. geh. Preis 2 Thlr. 15 Sgr.

Der bisherige Mangel einer monographischen Behandlung der Lehre von den Gasen in der Literatur veranlasste den Verfasser zur Herausgabe dieses Werkes. Derselbe beabsichtigte, die Natur und Beschaffenheit der schädlichen und giftigen Gase in ihrer Einwirkung auf den thierischen Organismus gründlich und experimentell zu erforschen. So viel als möglich hat er sich hierbei auf die eigentlichen Gase beschränkt, war jedoch genöthigt, auch einige schädliche und giftige Dämpfe mit in den Bereich seiner Forschungen zu ziehen, um die Wirkung derselben mit der der verwandten Gase zu vergleichen. Das specielle Gebiet dieser Dämpfe hat sich der Verfasser zum Thema einer späteren Arbeit ausersehen. Derselbe ist bemüht gewesen, die Wirkung der schädlichen und giftigen Gase sowohl von Seiten der Toxikologie, als auch der Physiologie und Pathologie für den praktischen Arzt ausführlich zu beleuchten. Die Therapie schliesst die Prophylaxis ein, während der Gerichtsarzt in der gegebenen gerichtsärztlichen Diagnostik und den chemisch-analytischen Belegen die zuverlässigsten Anhaltspunkte für gerichtlich-medicinische Untersuchungen findet. Der Verfasser stützt sich stets auf seine eigenen Versuche, schliesst aber fremde Beobachtungen nicht aus, insofern sie zur Vervollständigung dienen. Alle Untersuchungen bezüglich der öffentlichen Gesundheitspflege, welche für jeden Industriellen ebenfalls von Wichtigkeit sind, basiren auf der amtlichen Thätigkeit des Verfassers. Sie stammen aus dem praktischen Leben und sollen wiederum dem Leben nützen; denn Nichts kann bedeutungsvoller sein, als die Sorge für eine gute Luft. Sie ist das Hauptrequisit eines gesunden Lebens, während „der Tod in der Luft" es ist, welcher schleichend einhergeht und überall unsichtbar Verderben bringt. Dieses zu bekämpfen und Krankheiten zu verhüten, hält Verfasser für die grösste Aufgabe der Medicin. Die bisherige wissenschaftliche Thätigkeit des Verfassers, seine besondere Vorliebe für sanitätspolizeiliche Untersuchungen, seine langjährige Erfahrung in diesem Gebiete, sowie seine amtliche Stellung, welche ihm die Einsicht der verschiedensten industriellen Etablissements ermöglichte, verbürgen den Werth dieses Werkes.

Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig.

Die Cellular-Pathologie

in ihren

Grundlagen und Anwendungen

betrachtet von

Moses Raffael Levi,

Doctor der Medicin.

Eine von der medicinisch-chirurgischen Akademie zu Ferrara **gekrönte Preisschrift.**

Aus dem Italienischen übersetzt

von

Dr. Moriz Berger,

Kaiserlich Königlich Oesterreichischer Regimentsarzt.

Royal 8. Fein Velinpapier. geh. Preis 1 Thlr. 25 Sgr.

Die Lehre von den Tonempfindungen

als

physiologische Grundlage für die Theorie der Musik.

Von

H. Helmholtz,

Professor der Physiologie an der Universität zu Heidelberg

Zweite Ausgabe.

Mit in den Text eingedruckten Holzstichen.

gr. 8. Fein Velinpap. geh.

Preis 3 Thlr. 6 Sgr.

Das vorstehend angezeigte Buch sucht die Grenzgebiete von Wissenschaften zu vereinigen, welche, obgleich durch viele natürliche Beziehungen auf einander hingewiesen, bisher doch ziemlich getrennt neben einander gestanden haben, die Grenzgebiete nämlich einerseits der physikalischen und physiologischen Akustik, andererseits der Musikwissenschaft. Es werden darin zunächst die neuen Untersuchungen des Verfassers mitgetheilt, welche die Lehre von den Tonempfindungen betreffen, ein Capitel der physiologischen Akustik, welches bisher noch wenig bearbeitet worden ist. Namentlich wird die Lehre von den Klangfarben, den Combinationstönen und Schwebungen behandelt, und zwar nicht sowohl in Beziehung auf die ihnen entsprechenden objectiven Bewegungen im Luftkreise, als vielmehr in Beziehung auf die Thätigkeiten des Ohrs, die ihrer Wahrnehmung zu Grunde liegen. Die zu diesem Zwecke ausgeführte genauere Analyse der Tonempfindungen macht es dann möglich, hier, wie der Verfasser glaubt, zum ersten Male eine wirklich naturwissenschaftliche Begründung der Harmonielehre zu geben. Wir brauchen kein anderes ästhetisches Grundprincip hinzu zu nehmen, als das der Tonalität, nämlich die Forderung, dass alle Töne eines Musikstücks durch möglichst enge natürliche Verwandtschaft mit einem Grundtone, der Tonica, verbunden sein sollen, so ergiebt sich die ganze Construction der älteren sowohl, als des modernen Musiksystems ganz allein aus den Consequenzen der physiologischen Verhältnisse.

Um das Buch den Physiologen, Aerzten und den Freunden der Musikwissenschaft zugänglich zu erhalten, sind die physikalischen Specialitäten und die mathematischen Untersuchungen, welche zum Beweise der aufgestellten Behauptungen nöthig waren, in abgesonderte Beilagen verwiesen worden, und es ist von der Verlagsbuchhandlung durch eine reiche Ausstattung mit Holzstichen dafür gesorgt worden, alle schwierig aufzufassenden Gegenstände möglichst anschaulich zu machen.

Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig.

Handbuch
der
systematischen Anatomie des Menschen.
Von
Dr. J. Henle,
Professor der Anatomie in Göttingen
In drei Bänden.
Mit zahlreichen mehrfarbigen in den Text eingedruckten Holzschnitten.
Royal-Octav. Fein Velinpap. geh.

Professor Henle's Handbuch der systematischen Anatomie des Menschen erscheint in drei Bänden, von denen der erste Band in drei und der dritte Band in zwei Abtheilungen zerfällt.

Die Bände und deren Abtheilungen enthalten und werden enthalten:

Ersten Bandes erste Abtheilung:

Die Knochenlehre (bereits erschienen). Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Ersten Bandes zweite Abtheilung:

Die Bänderlehre (bereits erschienen). Preis 1 Thlr. 10 Sgr.

Ersten Bandes dritte Abtheilung:

Die Muskellehre (bereits erschienen). Preis 2 Thlr. 10 Sgr.

Zweiter Band:

Die Eingeweidelehre. Erste und zweite Lieferung (bereits erschienen). Preis jeder Lieferung 2 Thlr. 10 Sgr. Dritte Lieferung (Schluss des zweiten Bandes; bereits erschienen).

Dritten Bandes erste Abtheilung:

Die Gefässlehre.

Dritten Bandes zweite Abtheilung:

Die Nervenlehre.

Es ist die Einrichtung getroffen, dass jede Abtheilung besonders paginirt und einzeln käuflich ist, während alle Bände und Abtheilungen zusammen das Ganze, das Handbuch der systematischen Anatomie des Menschen, bilden. Jede Abtheilung wird zu dem Ende auch mit doppelten Titeln, dem Gesammt- und Special-Titel, versehen sein.

Die Bände folgen sich so rasch, als es die auf die Ausstattung zu verwendende Sorgfalt erlaubt.

Auf diese Sorgfalt in der Ausstattung, namentlich in den zahlreichen Abbildungen, dürfen Studirende und Aerzte besonders aufmerksam gemacht werden und zwar mit Hinweisung auf den ausserordentlich billigen Preis. Mit dem Texte erwerben die Käufer zugleich einen anatomischen Atlas, der, wie schon die vorliegenden Abtheilungen zeigen, reichhaltiger ist, als irgend eins der den Studirenden für diesen Zweck zugängigen Kupferwerke. Das Henle'sche Handbuch macht für sie die Anschaffung eines besondern anatomischen Atlasses entbehrlich. Fast sämmtliche Abbildungen sind Originale, mit grösster Sorgfalt nach Präparaten neu gezeichnet und gestochen.

Jede Buchhandlung ist in den Stand gesetzt, auf 6 auf einmal bezogene Exemplare ein Freiexemplar bewilligen zu können.

Untersuchungen
über
Gehirn und Rückenmark
des
Menschen und der Säugethiere
von **Otto Deiters.**
Nach dem Tode des Verfassers herausgegeben und bevorwortet
von **Max Schultze,**
ordentlichem Professor der Anatomie und Director des anatomischen Instituts zu Bonn.
Mit 6 Tafeln in Imperial-Octav.
Imperial-Octav. Fein Velinpapier. geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

BIBLIOTECA NAZIONALE NAPOLI

5162 85

Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn in Braunschweig.

Untersuchungen

über

elektrische Nervenreizung.

Von

Adolf Fick.

Mit 26 in den Text eingedruckten Holzstichen.

4. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Beiträge

zur

vergleichenden Physiologie der irritabelen Substanzen

von

Adolf Fick.

Mit in den Text eingedruckten Holzstichen.

4. Fein Velinpap. geh. Preis 1 Thlr. 15 Sgr.

Die medicinische Klinik.

Erster und zweiter Band:

Die Klinik der Leberkrankheiten.

Von Dr. Fried. Theod. Frerichs,

ordentlichem Professor der medicinischen Klinik an der Königl. Friedrich-Wilhelms-Universität, Geheimem Medicinalrath und Vortragendem Rathe im Ministerio der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten in Berlin.

Erster Band, zweite verbesserte Auflage, mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzstichen. Royal 8. Fein Velinpap. Geh. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

Hierzu ein Atlas von 12 sorgfältig colorirten Stahlstichtafeln. Royal-4. cart. Preis 5 Thlr.

Zweiter Band, mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzstichen. Royal 8. Fein Velinpap. Geh. Preis 3 Thlr. 10 Sgr.

Hierzu ein Atlas von 14 sorgfältig colorirten Stahlstichtafeln. Royal 4. cart. Preis 5 Thlr. 25 Sgr.

Das vorliegende Werk eröffnet eine Reihe von Arbeiten, in welchen der Verfasser die Ergebnisse seiner klinischen Erfahrungen und pathologischen Untersuchungen niederlegt. Dieselben werden in continuirlicher Folge erscheinen und nach und nach alle wichtigen Theile der medicinischen Klinik umfassen.

Die beiden ersten Bände haben den Zweck, auf Grundlage zahlreicher Beobachtungen am Krankenbette, von welchen die wichtigsten ausführlich mitgetheilt sind, und einer Reihe anatomischer, chemischer und experimenteller Untersuchungen eine vollständige Pathologie und Therapie des schwierigen Gebietes der Leberkrankheiten zu liefern.

Die Ergebnisse der anatomischen Studien sind in einem besonderen, für sich kaufliehen Atlas niedergelegt. Die für die Diagnostik wichtigen Form- und Lage-Veränderungen der Leber, sowie manche andere Objecte, wurden durch zahlreiche, dem Texte einverleibte Holzstiche erläutert.

An die Krankheiten der Leber werden sich zunächst in einem dritten Bande die der Verdauungsorgane anreihen; weiterhin werden andere folgen, sobald die Materialien zu einem vorläufigen Abschluss gebracht sind.

BIBLIOTECA